

用波动光学研究 X 射线激光传播 与放大过程*

李敬宏 张国平 彭惠民 杨明伦

(北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)

摘 要 采用放大自发辐射(ASE)模型, 利用快速傅里叶变换(FFT)解傍轴波动方程, 考虑衍射、折射和增益饱和, 编制了 X 射线激光在多靶中传播与放大的波动光学程序 XWAVE, 给出了 X 射线激光的空间分布、角分布和空间相干性的结果。计算结果与多靶实验所给出的增益系数和发散角结果相符合。

关键词 放大自发辐射, X 射线激光, 传播与放大, 相干性。

1 引 言

近年来, 实验室 X 射线激光发展很快。获得了 X 射线激光的饱和输出, 波长已经进入了“水窗”波段。获得高光束质量的 X 射线激光是 X 射线激光应用所追求的目标。为此, 需要对 X 射线激光传播与放大的规律进行研究。London 最早用几何光学方法, 未考虑增益饱和情况下, 给出了在薄膜靶中光线的传播与放大结果^[1]。Feit 和 Fleck, Jr. 通过解时间相关的波动方程, 给出了实验室 X 射线激光输出特性和空间相干性的结果^[2]。Greene 给出了处理放大自发辐射求解傍轴波动方程的各种计算方法^[3]。以上考虑的都是单一的等离子体靶(薄膜靶)中的传播与放大。杨明伦编制了 X 射线激光在多靶中传播与放大的几何光学程序 XBY, 但未考虑增益饱和^[4]。

本文采用放大自发辐射模型, 利用快速傅里叶变换解傍轴波动方程, 考虑衍射、折射和增益饱和, 编制了 X 射线激光在多靶中传播与放大的波动光学程序 XWAVE, 给出了 X 射线激光的空间分布、角分布和空间相干性的结果。计算结果与多靶实验所给出的增益系数和发散角结果^[5-7]相符合。

2 理论模拟方法

2.1 放大自发辐射模型

放大自发辐射模型采用电场随机噪声放大, 设单色电场可表示为两相对传播场的迭加

$$E = E^+ \exp[i(kz - \omega t)] + E^- \exp[i(kz + \omega t)] \quad (1)$$

* 国家高技术激光领域青年基金资助项目。

收稿日期: 1995 年 10 月 19 日; 收到修改稿日期: 1995 年 12 月 25 日

其满足波动方程

$$\nabla^2 E = \frac{n_c^2}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (2)$$

$$n = (1 - n_e/n_c)^{-1/2} \quad (3)$$

式中 $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ 是波数, n 为折射系数, n_c 是与 X 射线激光波长对应的临界电子密度, n_e 为电子密度, 由于 X 射线激光波长短, 一般情况下, $n_e \ll n_c$, 折射系数接近 1。在傍轴条件下, 取慢变振幅近似, 得到

$$\frac{\partial E^\pm}{\partial z} \pm \frac{n}{c} \frac{\partial E^\pm}{\partial t} = \pm i \frac{\lambda}{4\pi} \nabla_\perp^2 E^\pm \pm i \frac{\pi}{\lambda} (n^2 - 1) E^\pm \quad (4)$$

$$\nabla_\perp^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 \quad (5)$$

式中 ∇_\perp^2 为横向拉普拉斯算符, 考虑增益和自发辐射后, 令

$$F^\pm = E^\pm / \sqrt{I_{\text{sat}}}, \quad G^\pm = S^\pm / \sqrt{I_{\text{sat}}} \quad (6)$$

式中 I_{sat} 为饱和强度, 于是波动方程化为

$$\frac{\partial F^\pm}{\partial z} \pm \frac{1}{c} \frac{\partial F^\pm}{\partial t} = \pm i \frac{\lambda}{4\pi} \nabla_\perp^2 F^\pm \mp i \frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{n_e}{n_c} \right) F^\pm \pm \frac{1}{2} g F^\pm + G^\pm \quad (7)$$

$$g = \frac{g_0(x, y, z, t)}{1 + I/I_{\text{sat}}}, \quad I = |E^+|^2 + |E^-|^2 \quad (8)$$

式中 g 为增益系数, $g_0(x, y, z, t)$ 为小信号增益系数, 自发辐射项定义为

$$S^\pm(x, y, z, t) = A(x, y, z, t) \exp[i\Phi^\pm(x, y, z, t)] \quad (9)$$

其中 $\Phi^\pm(x, y, z, t)$ 取 0 到 2π 间均匀分布的随机数, $A(x, y, z, t)$ 参照 Feit 和 Fleck, Jr. 文章^[3]中的第 3, 4, 5 部分, 由 z 和 $z + \Delta z$ 处的光强表达式得到

$$\frac{A}{\sqrt{I_{\text{sat}}}} = \left(\frac{g}{\Delta z} \right)^{-1/2} \left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_0} \frac{\Delta\Omega}{4\pi} \right)^{-1/2} \quad (10)$$

在计算中, 单靶的输出光强远小于饱和光强, 可以仅考虑正向传播的电场, 故可将上角标略去。按照 Greene 的方法^[3]可以得到, 通过很小距离, z 到 $z + \Delta z$, 电场为

$$F(z + \Delta z) = M(z, z + \Delta z) \exp\left(\frac{i\lambda}{4\pi} \nabla_\perp^2 \Delta z\right) M(z, z + \Delta z) + \left\{ \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_0} \frac{\Delta\Omega}{4\pi} [\exp(g\Delta z) - 1] \right\}^{-1/2} \exp(i\Phi) \quad (11)$$

$$\text{其中 } M(z, z + \Delta z) \approx \exp\{0.5\Delta z \beta[z, F(z)]\} \quad (12)$$

$$\beta(z, F(z)) = -i(\pi/\lambda)(n_e/n_c) + (g/2) \quad (13)$$

$\Delta\nu$, $\Delta\nu_0$ 分别是激光和原子跃迁的频带宽度, 在计算中可认为二者近似相等。激光辐射的立体角 $\Delta\Omega \approx \pi(\Delta\theta)^2$, $\Delta\theta$ 是光束发散角。

由此可以逐步计算得到最后的电场分布, 在理论计算中, 取等离子体状态在横向是一维的。其中算符 $\exp((i\lambda/4\pi) \nabla_\perp^2 \Delta z)$ 的作用, 按照 Greene 所说的傅里叶变换方法^[3], 由 z 处电场得到 $z + \Delta z$ 处的电场(一维情况)

$$\Psi(x, z + \Delta z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(\alpha, z) \exp(i2\pi\alpha x - i\pi\lambda\alpha^2 \Delta z) d\alpha \quad (14)$$

其中

$$\Psi(\alpha, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(x, z) \exp(-i2\pi\alpha x) dx \tag{15}$$

2.2 靶间光场耦合和光学部件作用的计算

在多靶串接实验中，为实现光场的有效相接，后靶与前靶有一夹角，在计算中采取先计算斜面的电场分布，然后再进行角度调整，使之沿着后靶轴向进行计算，从而解决了靶间光束耦合的计算。光学部件作用利用同样的方法，但必须考虑光程的变化。

2.3 空间相干性的计算

按照相干度定义，空间两点 x_0 与 x 的相干度为

$$\mu(x, x_0) = \frac{\langle E^*(x_0, t) E(x, t) \rangle}{[\langle |E(x_0, t)|^2 \rangle \langle |E(x, t)|^2 \rangle]^{1/2}} \tag{16}$$

$E(x_0, t)$, $E(x, t)$ 代表 X 射线激光在空间两点 x_0 与 x 处的电场强度， $\langle \rangle$ 代表对时间平均。

3 理论结果与实验比较

在理论上，针对线聚焦辐照平面厚锆靶实验中波长为 23.2 nm 的激光线进行模拟，在计算 X 射线激光传播与放大的波动光学程序中，横向分 4096 点，轴向分 200 点(靶长为 1.4 cm 时)，光束发散角 $\Delta\theta$ 取 10 mrad。等离子体的电子密度和增益系数的时空分布由 JB19^[8] 和 ALPHA 程序提供。计算中对时间积分后取平均，时刻由 1.225 ns 到 1.660 ns 分 30 点，每一时刻，计算 20 次后取平均。

对于一系列靶长和相应的强度，借助 Linford 公式^[9]

$$I = \frac{J_s [\exp(gl) - 1]}{g [gl \exp(gl)]} \tag{17}$$

利用最小二乘法进行拟合，求出相应的增益系数。 J_s 表示每单位长度的自发辐射。

双靶对接和四靶串接实验中靶位置的安排如图 1 所示。(注：在双靶对接实验中光强的实验数据，若考虑滤片氧化层的影响和谱仪效率，强度应提高一个数量级左右^[6, 7]。实验中对 X 射线激光的测量仅给出各激光波长光束角分布的时间积分结果，即给出峰值和发散角，而对光束的空间分布和相干性未加测量。

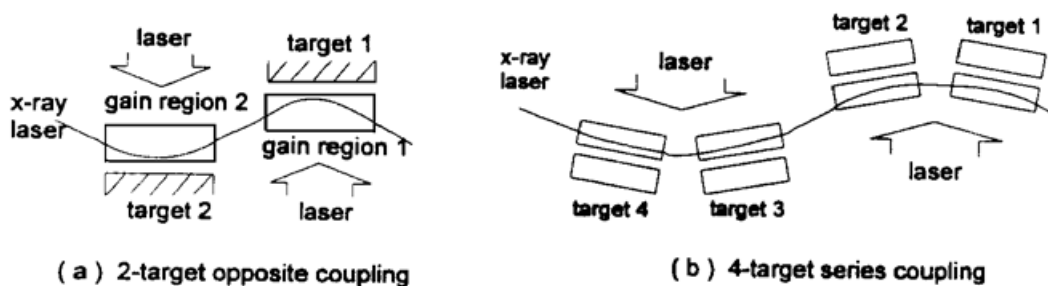


Fig. 1 Principle of multi-target series coupling

(a) 2-target opposite coupling, (b) 4-target series coupling

光强随等离子体长度变化关系的理论和实验结果见图 2。理论结果中光强单位为任意单位。可以通过拟合出的增益系数来进行理论和实验的比较。双靶对接实验中，两靶靶面平行，相距 320 μm ，两靶靶端轴向相距 0.4 cm，第一靶的长度分别为 0.8, 1.4, 1.8, 2.2 cm，第二靶的长度分别为 0.6, 1.2, 1.6, 2.0 cm，实验和理论增益系数分别为 3.3 cm^{-1} 和 3.2 cm^{-1} 。四靶串接实验中，四个靶的靶面与轴线的夹角分别为 -4.5, 4.5, 4.5, 0 mrad，第二靶和第

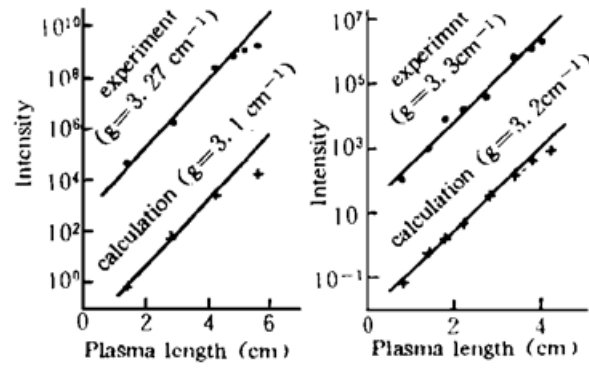


Fig. 2 Soft x-ray laser line intensity scale the plasma length
(a) 4-target series coupling, (b) 2-target opposite coupling

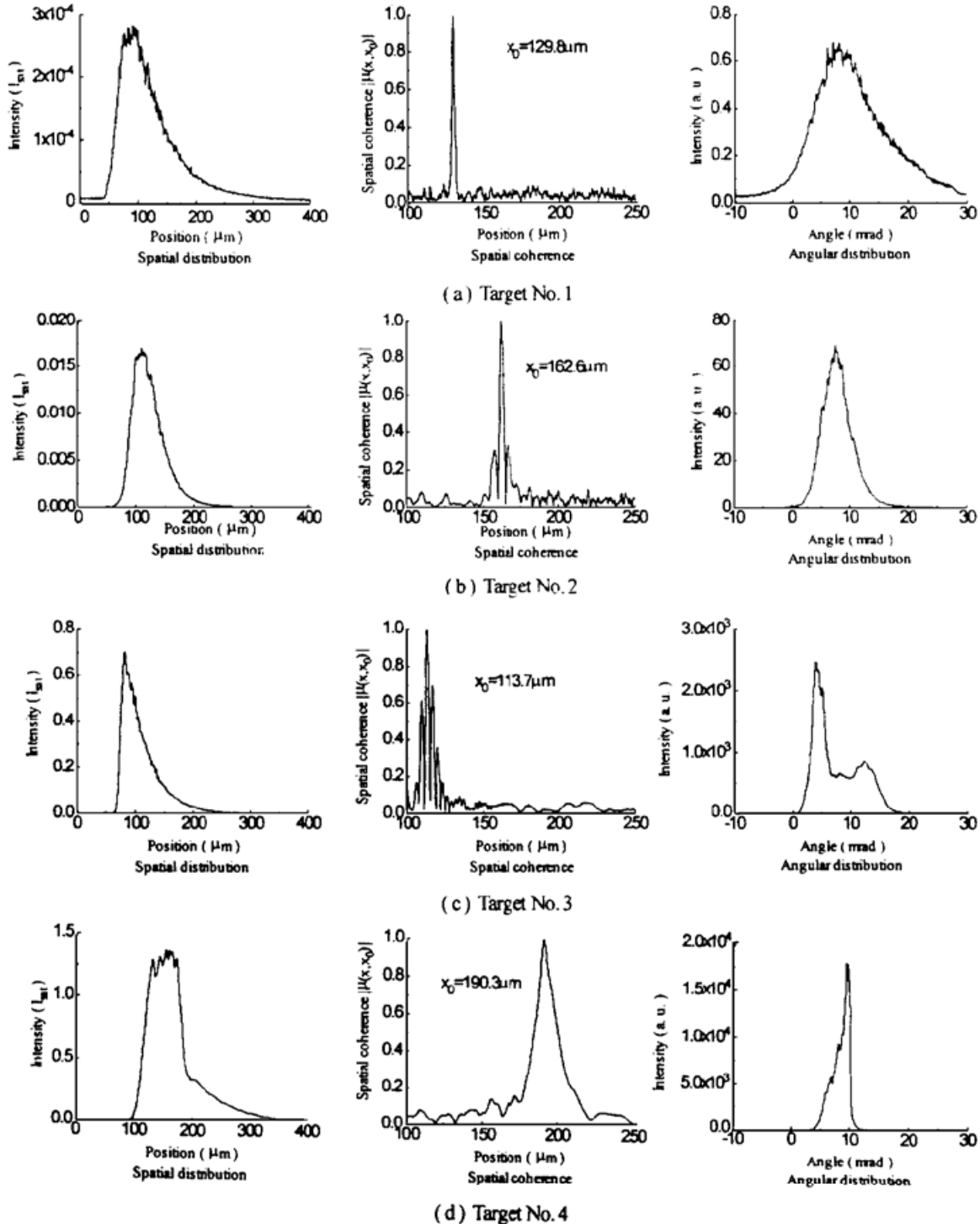


Fig. 3 The calculation results of x-ray laser spatial distribution, spatial coherence and angular distribution in 4-target series coupling experiment

三靶的靶面相距 $250 \mu\text{m}$, 四靶靶端间的轴向距离分别为 $0.1, 0.4, 0.1 \text{ cm}$, 靶长都为 1.4 cm , 实验和理论增益系数分别为 3.27 cm^{-1} 和 3.1 cm^{-1} 。由此看出, 理论结果和实验符合得相当好。理论和实验都表明, 当靶长超过 4 cm , 激光光强开始偏离 Linford 公式, 即出现饱和。

图 3 给出了四靶串接实验中各靶出靶端光场情况的理论结果。在光场的空间分布图中, 可以看到, 前三个靶出靶端的空间分布形状变化不大, 第四靶出靶端的空间分布中出现一均匀区。第三靶出靶端光强峰值接近饱和光强, 第四靶出靶端光强峰值已超过饱和光强, 较第三靶出靶端光强峰值增加不到一倍, 即已经出现饱和现象。光场的空间相干性是人们很关心的, 结果表明, 随着靶数的增加, 空间相干长度不断增大。采用相干度 $|\mu| = 1/\sqrt{2}$ 作为允许值的标准, 四靶串接实验最后出靶端光场的空间相干长度为 $8 \mu\text{m}$ 。空间相干长度还很小。由干涉理论出发, 光源波长为 λ , 大小为 D 的普通光源在距离光源为 l 处光场的空间相干长度 $l_{\text{coh}} \approx (0.61\lambda D)l^{1/2}$ 。取等离子体增益区的大小为 $100 \mu\text{m}$, 第四靶出靶端距第一靶始端约为 6 cm , 光源波长为 23.2 nm , 估算出四靶串接实验出靶端光场的空间相干长度为 $8.5 \mu\text{m}$ 。由此可见, 四靶串接实验中, X 射线激光的空间相干性未得到明显改善, 仍类似于普通光源, X 射线激光在等离子体增益区中, 仅是得到放大。

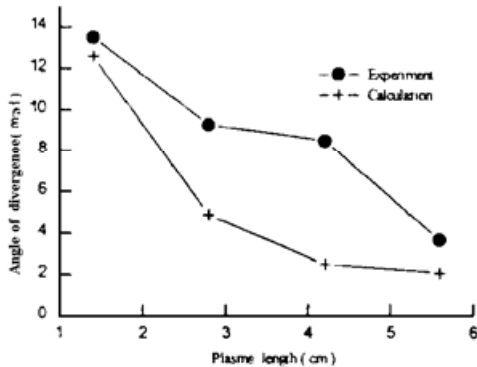


Fig. 4 Angle of divergence scale the plasma length

在四靶串接实验中, 随着靶数的增加, 光束发散角不断减小, 光束时间积分发散角的实验和理论值如图 4 所示。理论值较实验值偏小, 原因是多方面的。理论上计算的时间段不够长。本文计算中, 主要计算了最佳放大时刻附近一段时间内的光强时间积分结果。最佳放大时刻的光强结果对最后角分布的时间积分光强峰值起主要作用, 在最佳放大时刻前和最佳放大时刻后, 输出的 X 射线激光的光强峰值位于最佳放大时刻光强峰值的两侧, 对光束的时间积分发散角结果起加宽作用, 对靶长较长和顺接时影响尤其明显。理论计算表明计算的时间段越长, 光束时间积分发散角就越大。

在第三靶与前两靶对接后输出 X 射线激光的角分布中可以看到, 有一主峰和一小峰。这主要是前两靶的峰值进入第三靶的低放大区, 而前两靶的其他部分进入第三靶高放大区造成的。对接不会显著减小光束发散角。若计算的时间段足够长, 会使小峰有所增加, 从而使光束的时间积分发散角增大。另外未考虑等离子体的二维效应和端点效应等也是理论值较实验值偏小的原因。理论计算的等离子体状态参数需要实验上提供时间分辨的结果来检验, 由于实验上未能提供时间分辨的结果, 理论计算的等离子体状态参数便无法更好地校验, 这也是目前理论和实验在一些细节部分存在着差异的原因。提供时间分辨的结果是实验以后的努力方向。

图 5 给出了双靶对接实验中两靶出靶端光场时间积分情况的理论结果。靶长分别为 2.2 cm 和 1.2 cm , 两靶面平行, 相距 $320 \mu\text{m}$, 靶端相距 0.4 cm 。1) 单靶时: 光束折射角为 10.3 mrad , 这与双靶实验结果相一致(实验给出波长为 23.6 nm 的 X 射线激光的光束折射角为 11 mrad , 23.2 nm 和 23.6 nm 两条激光线的折射角类似), 时间积分光束发散角为 6.4 mrad , 较实验结果 ($10 \sim 11 \text{ mrad}$) 偏小。2) 双靶时的理论结果是: 光束折射角为 -1.7 mrad , 时间积分光束发散角为 3.7 mrad 。从文献[5]的图 6 中可以看到, 23.2 nm 激光线的时间积分光束发散角大于 5 mrad , 且“双靶实验中靶长增加发散角没有明显变化, 且均比单靶实验的发

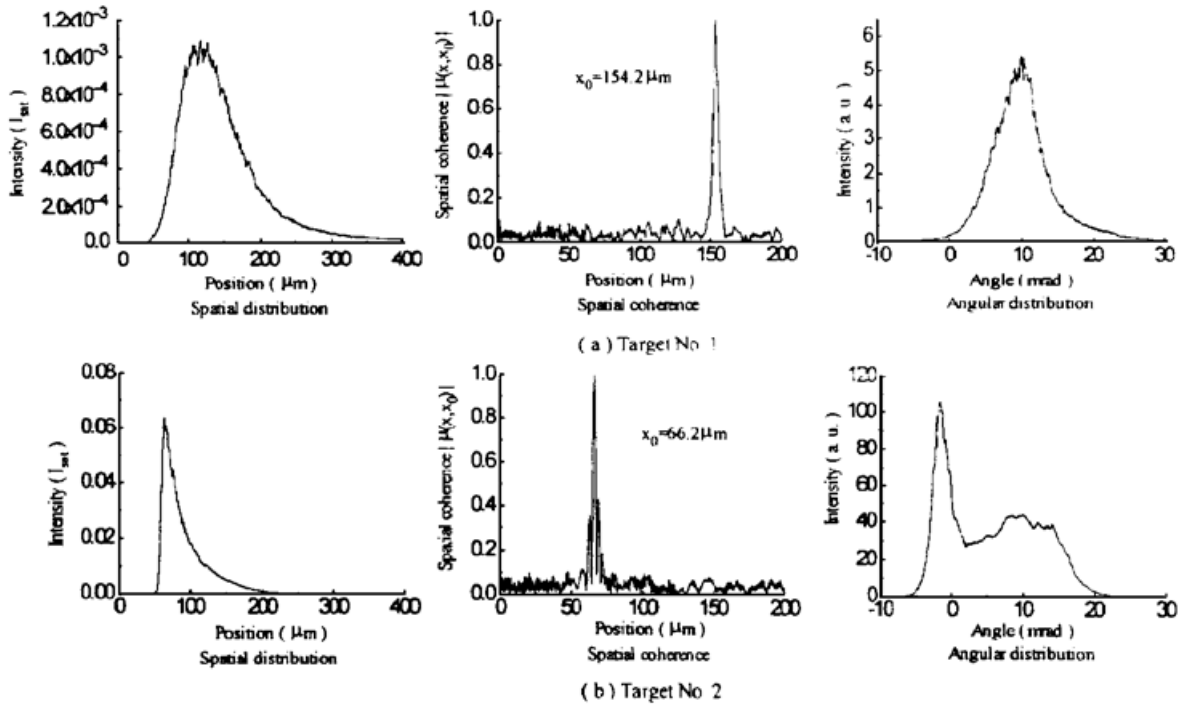


Fig. 5 The calculation results of x-ray laser spatial distribution, spatial coherence and angular distribution in 2-target opposite coupling experiment

散角来得小”。理论计算表明：出靶端光场的空间相干性没有明显改善。

结 论 采用放大自发辐射模型，利用快速傅里叶变换解傍轴波动方程，完全可以对 X 射线激光的传播与放大进行模拟，对获得的 X 射线激光的光束质量进行研究。同时也为如何获得高光束质量的 X 射线激光提供了一种研究工具。如在多靶实验中的前两靶后面加入光阑，获取高空间相干的 X 射线激光源，然后经过后两靶放大，以获得高强度和高空间相干的 X 射线激光(待发表)。

参 考 文 献

- [1] R. A. London, Beam optics of exploding foil plasma x-ray lasers. *Phys. Fluids.*, 1988, **31**(1): 184~ 192
- [2] M. D. Feit, J. A. Fleck, Jr., Wave-optics description of laboratory soft-x-ray lasers. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1990, **7**(10): 2048~ 2060
- [3] J. W. Greene, Paraxial wave-optics simulation of x-ray lasers. *Phys. Rev. (E)*, 1993, **48**(4): 3130~ 3160
- [4] 蒋伯诚, 张锁春主编, 高科技研究中的数值计算. 长沙, 国防科技大学出版社, 1995: 192~ 196
- [5] 王世绩, 顾 援, 傅思祖等, “双靶对接”高增益类 Ne 锗软 X 光激光实验的研究. *中国科学(A 辑)*, 1991, **2**: 151~ 160
- [6] Wang Shiji, Gu Yuan, Zhou Guanlin *et al.*, Experimental research on saturated-gain for soft x-ray laser from neon-like germanium plasma. *Chinese Phys. Lett.*, 1991, **8**(12): 618~ 621
- [7] 王世绩, 顾 援, 周关林等, “多靶串接”饱和增益软 X 光激光实验研究. *强激光与粒子束*, 1992, **4**(2): 165~ 174
- [8] 张国平, 盛家田, 彭惠民等, 电子碰撞激发产生软 X 光激光的理论研究. *强激光与粒子束*, 1990, **2**(3): 298~ 310
- [9] G. J. Linford, E. R. Peressini, W. R. Sooy *et al.*, Very long lasers. *Appl. Opt.*, 1974, **13**(2): 379 ~ 390
- [10] 于美文, 光学全息及信息处理. 北京, 国防工业出版社, 1984: 99~ 114

Wave-Optics Simulation of Propagation and Amplification of X-Ray Lasers

Li Jinghong Zhang Guoping Peng Huimin Yang Minglun
(*Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100088*)

(Received 19 October 1995; revised 25 December 1995)

Abstract Using the fast Fourier transform (FFT) algorithm to make the solution of paraxial wave equations, we develop a x-ray laser wave-optics code XWAVE based on a model of amplified spontaneous emission(ASE). It includes diffraction, gain saturation, and refractive effects due to electron density gradients. The results of coherence, spatial distribution and angular distributions of x-ray laser are presented, which agrees with the results of gain coefficients and angles of divergence in the multi-target experiments.

Key words amplified spontaneous emission, X-ray laser, propagation and amplification, coherence.