

二元光学元件衍射效率的逐层分析法研究*

叶 钧 许 乔 侯西云 杨国光

(浙江大学高技术现代光学中心, 杭州 310027)

摘 要 提出了一种有效的分析二元光学元件衍射效率的新方法——逐层分析法, 并对四台阶二元器件, 就蚀刻深度误差和横向对准误差对器件衍射效率的影响进行了详细的分析和讨论, 证明用该方法分析含有横向对准误差的二元光学元件的衍射效率非常简便有效。

关键词 衍射光学元件, 二元光学, 衍射效率。

1 引 言

二元光学技术是指用类似于制造集成电路的方法制造相息光学元件的现代光学技术。由于二元器件有着广泛而重要的应用, 二元光学技术已引起广泛的兴趣。二元光学器件是用台阶状的相位分布来近似所需的连续相位分布的, 其制造通常采用序列光刻蚀刻过程, 这一过程会引入一些加工误差, 如蚀刻深度误差、线宽误差和横向对准误差等, 这些误差会影响二元器件的质量和衍射效率。已有一些文献对某些加工误差及其影响进行了讨论^[1~4]。但这些讨论都是通过对含有加工误差的最终相位分布进行衍射积分或傅里叶分析去计算衍射效率的, 当含有横向对准误差时, 最终的相位分布会变得很复杂, 特别会使本来圆对称的相位分布失去对称性。通常采用叠加相位矢量法^[4]来计算含有横向对准误差时的衍射效率。采用这种方法时, 先要得到最终的相位分布, 然后对每个等相位带都用一相位矢量来表示, 相位矢量的幅值为该带的面积, 相位矢量的相位为通过该带的光波在焦点处的相位, 将所有的相位矢量叠加后就能得到衍射效率。然而含有横向对准误差时等相位带的形状是不规则的, 对这种区域进行衍射积分计算焦点处的相位很不方便, 这给计算和分析带来了麻烦, 因而有的文献中用了一些近似方法, 如将横向对准误差用圆对称的横向误差来等价和认为整个二元器件的每一小区域都是局部光栅^[2, 3], 但效果不好。

本文提出了用一种新的方法, 称为逐层分析法, 来分析二元光学器件的衍射效率和加工误差对它的影响, 这种方法能很方便地计算和分析含有横向对准误差时的衍射效率。

2 原理和方法

全息光学元件的衍射效率可用标量理论近似计算, 其有效性由 Q 值决定^[5]:

* 本文得到国家自然科学基金资助。

收稿日期: 1995 年 7 月 31 日; 收到修改稿日期: 1995 年 11 月 29 日

$$Q = \frac{2\pi\Lambda T}{n\Lambda^2} \quad (1)$$

式中 λ 为光波波长, n 为基底的折射率, Λ 为局部光栅周期, $T = \lambda \Delta n$ 为最佳的表面微细结构厚度, 对透射元件, Δn 为基底和环境的折射率差, 对反射元件, $\Delta n = 2$ 。当 $Q \ll 1$ 时, 标量近似有效, 否则, 计算衍射效率应直接求解麦克斯韦 (Maxwell) 方程组^[6]。Cox 等的实验表明^[1], 当 $Q \ll 1$ 时, 用标量理论计算带有加工误差的二元光学元件的衍射效率也是有效的。通常当线宽与 $f/2$ 透镜的最小线宽相当或更小时, 标量理论才会有较大的误差。

本文的分析主要针对二元透镜和二元像差校正板等二元器件, 这些器件通常有较大的尺寸和较大的局部光栅周期, 用接触光刻法制造, 主要的加工误差为蚀刻深度误差和横向对准误差, 且都利用 +1 级衍射, 所以本文的内容限于用标量理论分析蚀刻深度误差和横向对准误差对衍射效率 (指 +1 级衍射) 的影响, 但这一思想和方法也可用于其它情况。

采用序列光刻和蚀刻加工二元器件时, 由于掩模是二值的, 所以第一次光刻和蚀刻后, 基板上形成一个二台阶的二元光学元件, 以后每次光刻和蚀刻都相当于叠加上一个二台阶的二元光学元件, 因此一个经 m 次光刻和蚀刻生成的二元光学元件, 可以认为是 m 个叠加在一起的二台阶二元光学元件, 用标量理论时, 两者是完全等价的。为阐述简明, 本文只讨论经 2 次光刻和蚀刻生成的二元光学元件, 即四台阶二元光学元件, 分析其理想情况和含有加工误差时的衍射效率。更高台阶数的二元光学元件也可用同样的原理分析, 当然随着台阶数的增多, 这种方法的复杂程度会迅速增加, 但初步的研究表明, 该方法对常用的八台阶二元器件仍有实用价值, 进一步的研究正在进行。

按上述思想, 二元光学元件引入的复振幅分布可以用下式表示:

$$H(x, y) = \exp \{iF_1[\Phi(x, y)]\} \exp \{iF_2[\Phi(x + \Delta x, y)]\} \quad (2)$$

其中 Φ 是所需的连续相位分布, $F_1(\Phi)$ 为第一次蚀刻生成的 Φ 的二值化相位, $F_2(\Phi)$ 为第二次蚀刻叠加上去的 Φ 的二值化相位:

$$F_1(\Phi) = \begin{cases} 0 & 0 \leq \Phi \bmod 2\pi < \pi \\ \pi + \delta_1 & \text{其余情况} \end{cases}$$

$$F_2(\Phi) = \begin{cases} 0 & 0 \leq \Phi \bmod \pi < \pi/2 \\ \pi/2 + \delta_2 & \text{其余情况} \end{cases} \quad (3)$$

其中 Δx 表示掩模横向对准误差, δ_1 、 δ_2 表示蚀刻深度误差对应的相位误差, mod 表示模运算。对 (3) 式进行傅里叶展开, $F_1(\Phi)$ 的周期是 2π , 而 $F_2(\Phi)$ 的周期是 π 。可得:

$$\left. \begin{aligned} \exp \{iF_1[\Phi(x, y)]\} &= \sum_{l=-\infty}^{+\infty} A_l \exp [il\Phi(x, y)] \\ \exp \{iF_2[\Phi(x + \Delta x, y)]\} &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} B_m \exp [i2m\Phi(x + \Delta x, y)] \\ A_l &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp [iF_1(\Phi) - il\Phi] d\Phi = \begin{cases} -i[1 + \exp(i\delta_1)]/\pi l & l = 2n + 1 \\ 0 & l = 2n, n \neq 0 \\ [1 - \exp(i\delta_1)]/2 & l = 0 \end{cases} \\ B_m &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \exp [iF_1(\Phi) - i2m\Phi] d\Phi = \begin{cases} -i[1 - i\exp(i\delta_2)]/\pi m & m = 2n + 1 \\ 0 & m = 2n, n \neq 0 \\ [1 + i\exp(i\delta_2)]/2 & m = 0 \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中 n 为任意整数。将 (4) 式代入 (2) 式可得最后的复振幅分布:

$$H(x, y) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_l B_m \exp \{i[l\Phi(x, y) + 2m\Phi(x + \Delta x, y)]\} \quad (5)$$

式中满足条件 $l + 2m = 1$ 的项构成了该二元器件最终的一级衍射, 即:

$$\begin{aligned}
 H(x, y) &= C_1 \exp [i\Phi(x, y)] \\
 C_1 &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_{1-2m} B_m \exp \{i2m[\Phi(x + \Delta x, y) - \Phi(x, y)]\} \\
 &= \left\{ \frac{4}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{4n+1} \frac{1}{4n+2} \exp \{i(4n+2)[\Phi(x + \Delta x, y) - \Phi(x, y)]\} \right\} \\
 &\quad \cdot \left[\frac{[1 + \exp(i\delta_1)][1 - i \exp(i\delta_2)]}{2\pi} + \frac{[1 + \exp(i\delta_2)][-i + \exp(i\delta_2)]}{2\pi} \right] \quad (6)
 \end{aligned}$$

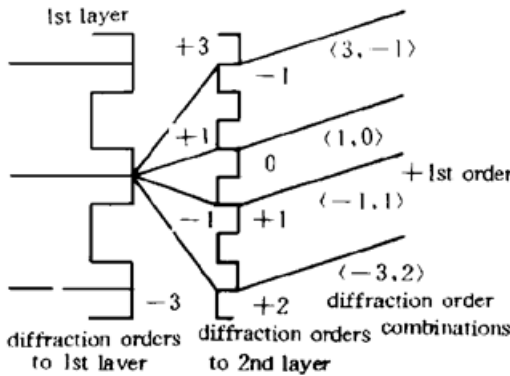


Fig. 1 Schematic diagram of layer by layer analysis method

式中 n 是任意整数。器件最终的一级衍射效率 $\eta_1 = |C_1|^2$ 。上述分析二元器件衍射效率的方法称为逐层分析法, 其物理意义很简明, 即一个台阶数为 2^m 的二元器件可看成是 m 层台阶数为 2 的二元器件的叠加, 每层二台阶二元器件都将入射光衍射到无穷多个衍射级, 如器件的最终衍射级是通过第一层 l 级衍射和第二层 m 级衍射形成的, 用 $\langle l, m \rangle$ 表示, 称为一个衍射级组合, 最终的某一衍射级上的复振幅是所有适当的衍射级组合的复振幅之和, 参见图 1。

3 讨 论

3.1 无加工误差时

这时 $\delta_1 = \delta_2 = 0, \Delta x = 0$, 由(6)式可得:

$$C_1 = \left[\frac{4}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{4n+1} \frac{1}{4n+2} \right] \frac{(1-i)}{\pi} + \frac{1-i}{\pi} = \frac{2(1-i)}{\pi} \quad (7)$$

而无加工误差时的衍射效率 $\eta_{i1} = |C_1|^2 = 8/\pi^2$, 可见, 用逐层分析法得到的四台阶二元光学器件的衍射效率同用其它方法计算的结果完全相同。

3.2 仅有蚀刻深度误差时

这时 $\Delta x = 0$, 由(6)式可得:

$$\left. \begin{aligned}
 C_1 &= \frac{1}{2\pi} [1 + \exp(i\delta_1)] \{ [1 - i \exp(i\delta_2)] - i[1 + i \exp(i\delta_2)] \} \\
 \eta_{1d} &= |C_1|^2 = \eta_{i1} \kappa_{d1} \kappa_{d2} \\
 \kappa_{d1} &= \cos^2\left(\frac{\delta_1}{2}\right), \quad \kappa_{d2} = \cos^2\left(\frac{\delta_2}{2}\right)
 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中 η_{1d} 是含有蚀刻深度误差时的衍射效率, κ_{d1}, κ_{d2} 分别是第一、第二次蚀刻深度误差引起的衍射效率下降因子。可见, 蚀刻深度误差不引入波像差, 只影响衍射效率; 另外, 每次蚀刻深度误差对衍射效率的影响是相同的、可分离的; 蚀刻误差对衍射效率的影响由蚀刻的绝对深度误差决定。这些结论不仅仅适用于四台阶二元器件, 对其它台阶数的二元器件也成立。这是因为每次蚀刻都在器件中大约一半的面积上叠加上相位误差, 这与蚀刻次序无关。

3.3 仅有横向对准误差时

$\delta_1 = \delta_2 = 0$, 由(6)式可得

$$C_1 = \frac{2(1-i)}{\pi} \left[\sum_{\kappa=-\infty}^{+\infty} \left[\frac{1}{4n-1} \frac{1}{4n+2} \exp \{i(4n+2) [\Phi(x+\Delta x, y) - \Phi(x, y)]\} \right] \frac{4}{\pi} + 1 \right] \quad (9)$$

本文主要对一种最常用的具有圆对称相位分布的二元器件进行分析, 当 Δx 较小时有:

$$\Phi(x+\Delta x, y) - \Phi(x, y) = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Delta x = \frac{\partial \Phi}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} \Delta x = \frac{2\pi}{\Lambda(r)} \frac{x}{r} \Delta x = \Delta(r) \cos \theta \quad (10)$$

式中 (r, θ) 是 (x, y) 的极坐标形式, $\Lambda(r)$ 是半径为 r 处的局部光栅周期, $\Delta(r) = 2\pi\Delta x/\Lambda(r)$, 是半径为 r 处的归化横向对准误差, 在下面的分析中可知它完全决定了二元器件的衍射效率。同时根据光栅方程有 $\Lambda(r)r = \mathcal{N}(r)$, 其中 $f(r)$ 是半径为 r 处的焦距, 则:

$$\Phi(x+\Delta x, y) - \Phi(x, y) = \frac{2\pi\Delta x}{\mathcal{N}(r)} x = \Delta\kappa x \quad (11)$$

(9) 式和(11)式的结合有明显的物理意义, 如图 2 所示。即当含有横向对准误差时, 原来会聚到+1级的各个衍射级组合不再完全重合, 而是各自引入了不同的波阵面倾斜误差(除 $\langle 1, 0 \rangle$ 衍射级组合外), 衍射级组合 $\langle -4n-1, 2n+1 \rangle$ 的倾斜误差系数为 $(4n+2)\Delta\kappa$, $\Delta\kappa$ 只和 Δx 与 $f(r)$ 之比有关。可见, 横向对准误差不仅影响二元器件的衍射效率, 而且引入波阵面误差, 改变了衍射斑的形状。但当 Δx 较小时, 这些分离的衍射级组合彼此很接近, 都对 +1 级有贡献。将(10)式代入(9)式即可求出二元器件面上每点处的相位和衍射效率, 但这样计算整个二元器件的衍射效率很不方便, 通过计算整个同心圆环的平均衍射效率使计算变得非常简单。将(10)式代入(9)式再对整个同心圆环求平均, 得半径为 r 的圆环的平均 +1 级衍射系数 $C_u(r)$ 和衍射 $\eta_u(r)$ 为:

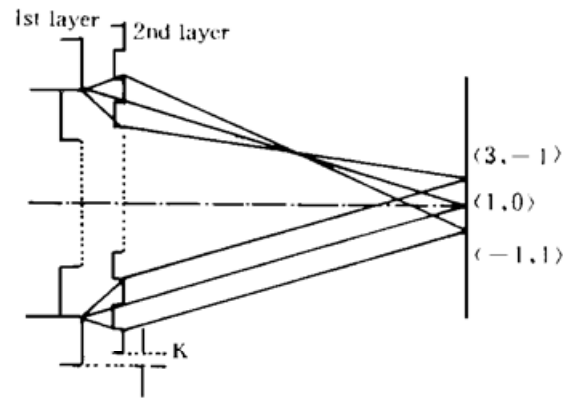


Fig. 2 Schematic diagram of binary optical elements with lateral alignment error

$$\left. \begin{aligned} C_u(r) &= \frac{(1-i)}{\pi} \{F[\Delta(r)] + 1\} \\ F(\Delta) &= \frac{4}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\frac{1}{4n-1} \frac{1}{4n+2} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp [i(4n+2)\Delta \cos(\theta)] d\theta \right] \\ &= \frac{4}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\frac{1}{4n+1} \frac{1}{4n+2} J_0[(4n+2)\Delta] \right] \\ \eta_u(r) &= |C_u(r)|^2 = \eta_u \kappa_1(r), \quad \kappa_1(r) = \left(\{F[\Delta(r)] + 1\} / 2 \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中 J_0 为零阶的第一类贝塞尔函数, $\kappa_1(r)$ 是横向对准误差引起的衍射效率下降因子。 $F(\Delta)$ 是 Δ 的函数, 用一收敛的无穷级数表示, 可用函数拟合的方法很方便地求得, 如图 3 中实线所示。从图中可见, 当 $\Delta \in [0, \pi/2]$ 时, $F(\Delta)$ 有很好的线性。当 Δ 很小时, 一种计算衍射效率的近似方法是利用环带中相位正确部分的面积和总面积之比, 此时相当于 $F(\Delta)$ 用 $1 - (8/\pi^2)\Delta$ 线性近似, 如图 3 中虚线所示。随着 Δ 的加大, 线性近似的误差越来越大, 这是由于环带中相位不正确部分的影响。

要计算整个二元器件的衍射效率, 应对 $C_u(r)$ 在整个半径取值范围 R 内平均, 注意到

$F(\Delta)$ 恒为实数, 则对所有的 r , $C_{1l}(r)$ 的相位都相同, 所以有:

$$\eta_{1l} = \left| \frac{\int_R |C_{1l}(r)| r dr}{\int_R r dr} \right|^2 = \eta_{1i} \left| \frac{\int_R \sqrt{\kappa_i(r)} r dr}{\int_R r dr} \right|^2 = \eta_{1i} \bar{\kappa} \quad (13)$$

$\bar{\kappa}$ 是由横向对准误差引起的整个器件的平均衍射效率下降因子。通常将(13)式离散化后求 $\bar{\kappa}$ 比较方便:

$$\bar{\kappa} = \left| \frac{\sum_i A_i \sqrt{\kappa_i}}{\sum_i A_i} \right|^2 = \left| \frac{\sum_i A_i [\frac{1}{2} + \frac{1}{2} F(2\pi \frac{\Delta x}{\Lambda_i})]}{\sum_i A_i} \right|^2 \quad (14)$$

上式中二元器件通过相位值模 2π 分成许多个环带, 其中 A_i 是第 i 个环带的面积, κ_i 是第 i 个环带的衍射效率下降因子, Λ_i 是第 i 个环带的宽度, 用(14)式计算含有横向对准误差的二元器件的衍射效率非常方便。

为同文献[4]比较, 用这一方法对直径为 2 mm, 不同焦距的菲涅尔波带透镜计算了横向对准误差引起的衍射效率下降因子 ($\lambda = 1.5 \mu\text{m}$), 结果见图 4。本文的计算结果与文献[4]的实验结果符合得很好。从图中可见, 横向对准误差对衍射效率有显著影响, 通常接触式光刻的横向对准精度为 $1 \mu\text{m}$, 如要使横向对准误差引起的衍射效率损失小于 10%, 则只能加工 $F/\#$ 大于 10 的二元透镜(当 $\lambda = 1.5 \mu\text{m}$ 时), 所以从技术角度考虑, 提高横向对准精度是制造高质量大相对孔径二元器件的关键。

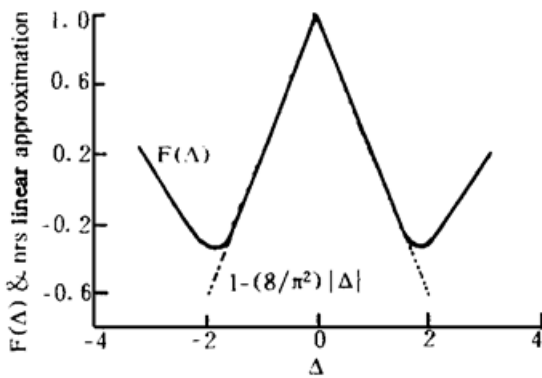


Fig. 3 Comparison of $F(\Delta)$ with its linear approximation

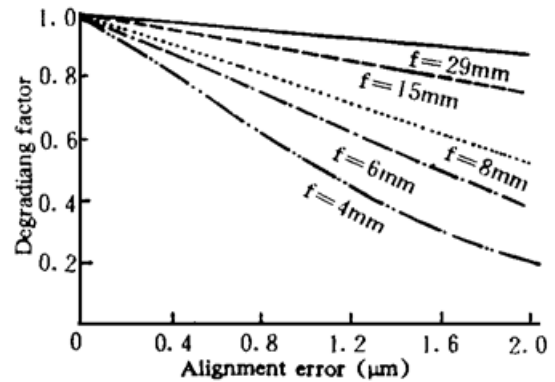


Fig. 4 Degrading factor as a function of alignment errors for 4-level Fresnel zone lenses of 2 mm diameter with different focal lengths f . ($\lambda = 1.5 \mu\text{m}$)

3.4 同时具有蚀刻误差和横向对准误差

通常都认为蚀刻误差和横向对准误差对衍射效率的影响是相互独立的, 用逐层分析法可对这一点进行较好的说明。综合上面的分析, 可得同时具有蚀刻误差和横向对准误差时的衍射效率为:

$$\eta_1 = \left| \frac{2(1-i)}{\pi} \cos\left(\frac{\delta_1}{2}\right) \cos\left(\frac{\delta_2}{2}\right) \left[1 - \frac{1 + \tan(\delta_2/2)}{2} [1 - F(\Delta)] \right] \right|^2 \quad (15)$$

可见, 第一次蚀刻深度误差和其它误差对衍射效率的影响是独立的, 而第二次蚀刻深度误差和横向对准误差的影响并非完全独立, 这是因为横向对准误差只降低非 $\langle 1, 0 \rangle$ 衍射级组合的能量, 而对 $\langle 1, 0 \rangle$ 衍射级组合无影响, 而第二次蚀刻深度误差改变了 $\langle 1, 0 \rangle$ 衍射级组合和非

$\langle 1, 0 \rangle$ 衍射级组合之间的能量分配。当第二次蚀刻深度误差和横向对准误差都较小时, 忽略 $\tan(\delta_2/2) [1 - F(\Delta)]$ 项, 此时三种加工误差对衍射效率的影响是独立的, 即 $\eta_1 = \eta_{11}K_{d1}K_{l2}K_0$ 。

结 论 分析加工误差对衍射效率的影响是二元光学器件设计和加工中的一个重要问题, 本文提出了一种新的分析衍射效率的方法——逐层分析法, 为解决这一问题提供了一个新的途径。对四台阶二元器件来说, 这种方法能方便地分析含有加工误差的二元器件的衍射效率, 给出衍射效率对加工误差的解析或近似解析关系, 特别是对横向对准误差的分析, 比现有的方法方便得多。进一步的研究将使该方法推广到八台阶二元器件, 使其更具有实用意义。

参 考 文 献

- [1] J. A. Cox, T. Werner, J. Lee *et al.*, Diffraction efficiency of binary optical elements. *Proc. SPIE*, 1990, **1211**: 116~ 124
- [2] M. W. Farn, J. W. Goodman, Effect of vlsi fabrication errors on kinoform efficiency. *Proc. SPIE*, 1990, **1211**: 125~ 136
- [3] E. Hasman, N. Davidson, A. A. Friesem, Efficient multilevel phase holograms for CO₂ lasers. *Opt. Lett.*, 1991, **16**(6): 423~ 425
- [4] M. Ferstl, B. Kuhlow, E. Pawlowski, Blased Fresnel zones approximated by discrete step profiles: effects of fabrication errors. *Proc. SPIE*, 1993, **1732**: 89~ 99
- [5] R. Magnusson, T. K. Gaylord, Diffraction efficiencies of thin phase gratings with arbitrary grating shape. *J. Opt. Soc. Am.*, 1978, **68**(6): 806~ 809
- [6] M. G. Moharam, T. K. Gaylord, Diffraction analysis of dielectric surface-relief grating. *J. Opt. Soc. Am.*, 1982, **72**(10): 1383~ 1392

Study of Diffraction Efficiency of Binary Optics Elements with Layer by Layer Analysis Method

Ye Jun Xu Qiao Hou Xiyun Yang Guoguang
(High Technology Optical Center, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

(Received 31 July 1995; revised 29 November 1995)

Abstract A new method named Layer by Layer Analysis Method was presented to analyze the diffraction efficiency of binary optical elements. To four step binary optical elements, the effects of fabrication errors, such as depth and alignment errors, on the diffraction efficiency were investigated in detail. It was shown that this method is very convenient and effective to the analysis of diffraction efficiency of binary optical elements with alignment errors.

Key words diffractive optical element (DOE), binary optics, diffraction efficiency.