

电光双稳系统中动态存储最高谐波数的研究*

郑植仁 刘俊业** 李建斌 高锦岳
(吉林大学物理系,长春 130023)

摘要 从带有延时反馈回路的混合型电光双稳系统的动力学方程及差分方程出发, 数值计算并分析了长延时下该系统存在的动态存储的最高谐波数。研究并讨论了系统的延迟时间、消光系数, 输入光强和初相移对动态存储最高谐波数的影响, 指出开发利用系统动态存储功能的途径。

关键词 动态存储, 电光双稳系统, 最高谐波数。

1 引言

Ikeda 首先从理论上预言了延时反馈光学双稳系统在信息存储中有潜在的应用^[1]。接着, Aida 与 Davis 在一个半导体激光泵浦的混合型延时反馈光学双稳系统中实现了 21 位二进制信息码的存入与取出^[2]。然后作者等在 He-Ne 激光泵浦的混合型延时反馈电光双稳系统中实现了直到 51 位二进制信息码的动态存储^[3]。进一步提高存储的稳定性和容量仍然是一个急待解决的问题。因此有必要首先从理论上弄清系统可能存储的最大容量及各种因素对系统存储容量的影响, 用于指导实验, 以便最大限度地开发利用系统动态存储的功能。

2 系统的动力学方程、差分方程及长延时下输出振荡的基频

混合型延时反馈电光双稳系统的动力学行为可以用如下的动态方程来描述^[4]:

$$[dV(t)/dt] + V(t) = 0.5 I \{1 - k \cos [V(t-T) + \theta]\} \quad (1)$$

式中 $V(t)$ 、 I 、 k 、 θ 、 T 、 t 分别是系统的输出强度、输入强度、消光系数、与初始偏压有关的初相移、以系统的响应时间为单位的延迟时间及时间变量。在长延时下, 系统的输出振荡是方波, 对方波的每个峰谷平台而言, 有 $dV(t)/dt \approx 0$, 因此, 长延时下系统的动态方程可以简化为如下形式的差分方程:

$$V(t) = 0.5 I \{1 - k \cos [V(t-T) + \theta]\} \quad (2)$$

若将动态方程(1)在其平衡点 V_0 附近展开, 只取线性项, 则有:

$$[d\varepsilon(t)/dt] + \varepsilon(t) = 0.5 I k \sin (V_0 + \theta) \varepsilon(t-T) \quad (3)$$

式中 $\varepsilon(t) = V(t) - V_0$, 若令 $\varepsilon(t) = Ae^{\omega t}$, 就有 $\omega = -\tan (\omega T)$, 解之可得:

* 国家 85 登计划“非线性科学”和中国科学院长春物理所激发电态物理开放实验室资助项目。

** 中国科学院长春物理所, 长春 130021。

收稿日期: 1994 年 4 月 26 日; 收到修改稿日期: 1995 年 9 月 4 日

$$\omega \approx -(\omega T - n\pi) \quad (4)$$

$n = 1$ 时的 ω 是系统的输出基频, 即 $\Omega = \omega_1$, 则有:

$$\Omega \approx \pi/(1 + T) \quad (5)$$

在长延时下可近似为

$$\Omega \approx \pi/T \quad (6)$$

3 动态存储的最高谐波数

系统的输出不但随输入光强的变化呈现倍周期分岔的振荡波形^[3], 而且随延迟时间的变化

也可以呈现倍周期分岔的振荡波形, 由差分方程出发, 可以绘制系统随延迟时间发展的倍周期分岔图, 如图 1 所示。其中 m 是分岔级次, 长延时下系统对应 $m = 2$ 部分的输出振荡是一次分岔方波。图中 $m = 2$ 部分的四条曲线分别是分岔方波的四个本征振荡的峰谷平台值(由高到低依次设为 $V_{11}, V_{10}, V_{01}, V_{00}$)。一次分岔点($m = 2$ 的起点)对应的延迟时间设为 T^* 。由该图可以看出, 从 T^* 开始, 增加延迟时间 T , 系统相邻本征峰谷平台的高度间隔很快加大, 然后随 T 的继续增加, 增加的速度变得越来越缓慢, 模拟计算表明,

当 T 很大时(如 $T = 14$ 后), T 无论如何增加, 峰谷平台的高度值及其间隔将基本保持不变。

若事先对动态方程中的 $V(t-T)$, 在一个 T 延迟时间间隔中, 按其奇次谐波数($n = 1, 3, 5, \dots$)将 T 分成 n 等份, 并按在 T 延迟时间处输出振荡的四个本征峰谷平台高度值给 $V_{11}, V_{10}, V_{01}, V_{00}$ 赋值, 人为地组成表示一定信息的一组初始振荡波形数据, 如图 2(a) 中上图的 101 波形, 然后注入系统, 则运行系统后, 就可以实现这种信息的动态存储^[3], 如图 2(a) 中下图的载有 101 信息的动态存储振荡波形。振荡波形经过四个 T 时间间隔的波形转换后又重现了载有被赋予信息的初始振荡波形。该图中振荡波形的基频为 $(n\pi/T)$, 每个波形峰谷平台的时间宽度为 T/n 。

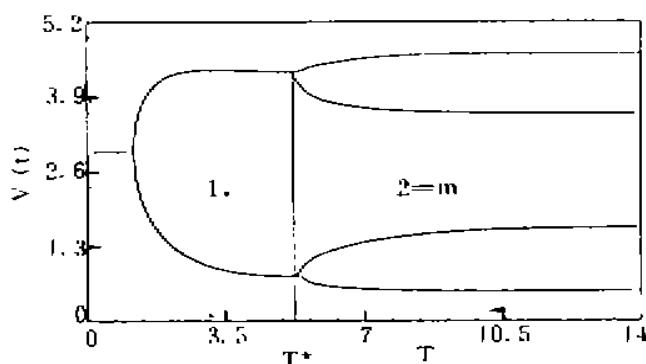


Fig. 1 The bifurcation diagram as a function of delayed time T . ($k = 0.8, \theta = 0.5\pi, I = 5.17$)

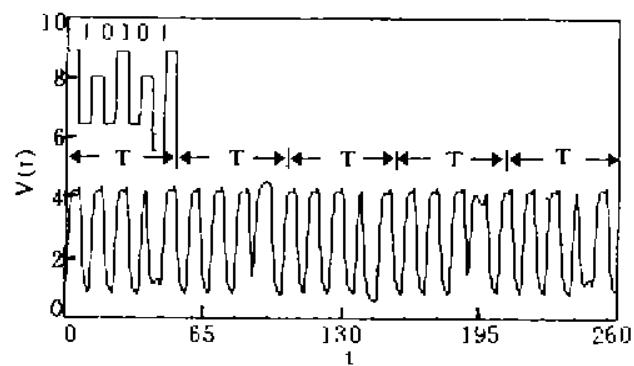
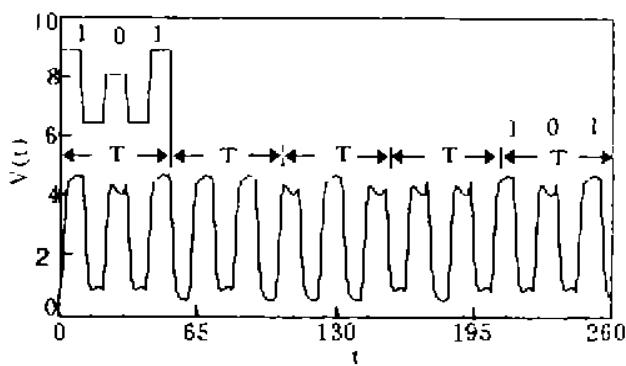


Fig. 2 (a) The output oscillation waveform loaded with information. ($k = 0.8, \theta = 0.5\pi, I = 5.17, T = 50, n = 5, m = 2$). Upper diagram is the initial waveform inputted. (b) The output oscillation waveform losing information. ($k = 0.8, \theta = 0.5\pi, I = 5.17, T = 50, n = 9, m = 2$). Upper diagram is the initial waveform inputted

如果人为赋予的载有一定信息的初始波形的峰谷平台值与系统的本征振荡的峰谷平台值相比有较大偏离，将导致系统的输出不再按事先输入的载有一定信息的初始波形振荡，称之为失载。计算表明，当事先输入的峰谷平台值与系统的本征振荡峰谷平台值的偏离（平均看来）超过系统相邻本征峰-峰 ($V_{11} - V_{10}$) [或谷-谷 ($V_{01} - V_{00}$)] 平台高度间隔的 50% 时，事先输入系统的信息就会丢失。载有一定信息的输出谐波振荡随谐波数 n 的增加，每个峰谷平台的时间宽度 T/n 将逐渐变窄，输出振荡也会逐渐变得不再按事先输入的载有一定信息的初始波形振荡，如图 2(b) 所示。图 2(b) 的上图是事先注入系统的载有 10101 信息的初始振荡波形，下图是谐波数过高的系统输出振荡波形，已经不再载有 10101 信息了。这说明系统存在一个可载信息的最高次谐波振荡，称这个谐波次数 n 为最高谐波数 n_{\max} 。最高谐波数的大小决定了系统动态存储容量的大小，因为如果振荡的位相可以由时钟鉴别，则一个 n 次谐波振荡可以有 2^n 种振荡波形，就可以存储 2^n 种信息。如果没有时钟鉴别，也至少有 $2^{n-1}/n$ 个独立的振荡形式，可以存储至少 $2^{n-1}/n$ 种信息^[2]。

由图 1 可以推算系统可能的最高谐波数 n_{\max} 。假如系统在 T 延迟时间以其本征基频的 n 次奇数谐波振荡，则系统这时的输出基频为系统本征基频的 n 倍，输出振荡波形每个峰谷平台的时间宽度由本征振荡时的 T 变为 T/n ，系统此时的输出振荡类似于图 1 中 T/n 处的本征振荡。随着奇次谐波数 n 的不断增加，系统输出波形每个峰或谷的时间宽度 T/n 变得越来越窄，当按延迟时间 T 时的本征峰谷平台值的高度人为赋予的初始振荡的相邻峰峰或谷谷平台高度间隔，相对图 1 中 $(T^* + \Delta T^*)$ 处的相邻本征峰峰或谷谷平台高度间隔的平均偏离非常趋近或恰好等于 50% 时，系统的输出振荡波形尚可携带被输入的信息；但是当谐波数再增加，致使 $(T/n) < (T^* + \Delta T^*)$ ，则事先输入的 T 处的峰谷平台值与 T/n 处的本征峰谷平台值相比较，平均偏离已大于 T/n 处相邻本征峰峰或谷谷平台高度间隔的 50%，或者致使 $T/n < T^*$ ，即系统的输出振荡已经进入 $m = 1$ 的无分岔本征振荡区，则系统的输出谐波振荡就不可能再携带事先注入的任何信息了。 $T/n = (T^* + \Delta T^*)$ 时的谐波数 n 就是可存储信息的最大谐波数 $n_{\max} = T/(T^* + \Delta T^*)$ 。由此出发，可以计算系统动态存储的最大容量。进一步弄清系统各参数对最大谐波数的影响，用于指导实验，让系统处于最佳状态，就可以充分地开发利用系统固有的动态存储功能。

4 延迟时间，消光系数，输入光强和初相移对最大谐波数的影响

图 3 绘出了当 k, I, θ 一定时，在延迟时间 T 对应的一次分叉 ($m = 2$) 区内最大谐波数 n_{\max} 随延迟时间 T 发展的曲线，这是一条阶梯曲线。相邻阶梯的高度差是 2，这是因为系统输出振荡的奇次谐波数是以 2 为公差增长的。每个阶梯的宽度是 $(T^* + \Delta T^*) = T/n_{\max}$ 的 2 倍，这也是很容易理解的；因为可载信息的输出波形峰谷平台的时间宽度（由前述可知）不能小于 $(T^* + \Delta T^*)$ ；而且只有当延迟时间增加两个 $(T^* + \Delta T^*)$ 的宽度时，最大谐波数 n_{\max} 才能增加一次。由此可知，

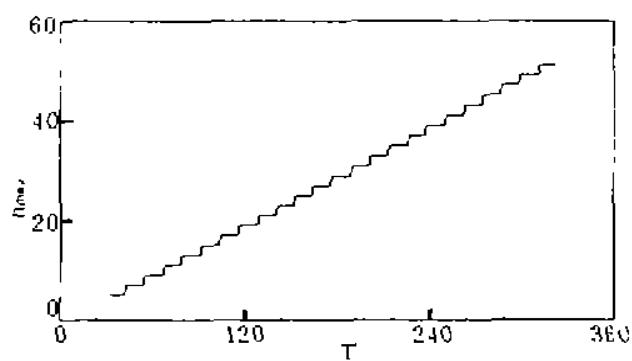


Fig. 3 Dependence of the highest harmonic number n_{\max} of dynamical memory on delayed time T . ($m = 2$, $k = 0.8$, $\theta = 0.5\pi$, $I = 5, 17$)

要想提高动态存储的容量，就要尽量增大延迟时间。

图 4(a)给出了当 T 、 I 、 θ 一定时，在消光系数 k 对应的一次分叉 ($m = 2$) 区内最大谐波数 n_{\max} 随消光系数 k 的发展曲线。由该图可以看出，较高的消光系数对应较大的可载信息的最大谐波数，其曲线也是阶梯形的，相邻阶梯的高度差仍为 2，阶梯的宽度不再等间隔。较高的消光系数对应较大的最大谐波数的解释可由图 4(b) 给出，该图是分岔点处对应的延迟时间 T^* 随消光系数 k 发展的曲线，由此图可以明显看出，消光系数越大，系统随延迟时间发展的一次分岔点越左移，也就是分岔点处对应的延迟时间 T^* 越小，从而导致对应的最大谐波数 $n_{\max} = T / (T + \Delta T^*)$ 变大。阶梯的宽度不等是因为随 k 的增大，分岔点左移（即 T^* 变小）的速度逐渐变小，如图 4(b) 所示。当左移速度变小时，较大的 Δk 间隔才能使分岔点的左移量达到 $2(T^* + \Delta T^*)$ ，让最大谐波数增加一次。

图 5(a) 给出了当 K 、 T 、 θ 一定时，在输入光强 I 对应的一次分叉 ($m = 2$) 区内最大谐波数随输入光强发展的曲线，这条曲线也是阶梯形的。与图 4(a) 曲线不同的是，随着输入光强的增大，最大谐波数 n_{\max} 先是上升，后又下降。这是因为如图 1 所示的一次分岔点随输入光强的增大，先是左移（即 T^* 先变小），后又右移（即 T^* 后变大）的结果，如图 5(b) 所示。该图还清楚地显示出分叉点移动的速度先是由大变小，后又由小变大，从而解释了图 5(a) 中阶梯的宽度为什么先由窄变宽后又由宽变窄了。

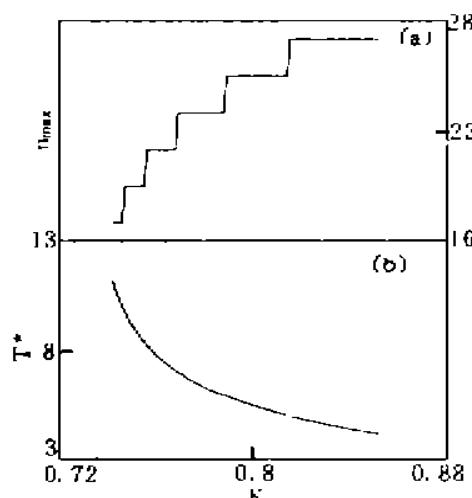


Fig. 4 (a) Dependence of the highest harmonic number n_{\max} of dynamical memory on extinction coefficient k . ($m = 2, \theta = 0.5\pi, I = 5.17, T = 200$); (b) Dependence of the delayed time T^* at the bifurcation points between $m = 1$ and 2 on extinction coefficient k . ($\theta = 0.5\pi, I = 5.17$)

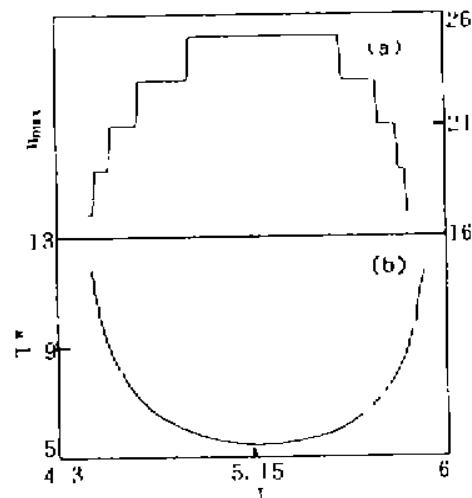


Fig. 5 (a) Dependence of the highest harmonic number n_{\max} of dynamical memory on input intensity I . The parameters used are: $m = 2, k = 0.8, \theta = 0.5\pi, T = 200$; (b) Dependence of the delayed time T^* at the bifurcation points between $m = 1$ and 2 on input intensity I . ($k = 0.8, \theta = 0.5\pi$)

当 k 、 I 、 T 一定时，在初相移 θ 对应的一次分叉区内最大谐波数随初相移发展的曲线与图 5 的曲线基本相同，说明最大谐波数随初相移发展的变化规律与最大谐波数随输入光强发展的变化规律基本一致，因此，对其解释也是一样的。

综上所述，要想提高动态存储容量，就要尽量增大可存储的最大谐波数。增加最大谐波数的办法是尽量增大延迟时间和按如上所述规律适当地增大消光系数，选取合适的输入光强和初相移。了解这些规律，对开展相应的实验研究是十分重要的。

参 考 文 献

- [1] K. Ikeda, K. Matsumoto, High-dimensional chaotic behavior in systems with time-delayed feedback. *Physica D*, 1987, **29D**(1~2) : 223~235
- [2] T. Aida, P. Davis, Oscillation modes of laser diode pumped hybrid bistable system with large delay and application to dynamical memory. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1992, **28**(3) : 686~699
- [3] J. Y. Gao, J. H. Huang, Z. R. Zheng et al., Hybrid bistable system and its application to dynamic memory. *Opt. Engng.*, 1995, **34**(3) : 790~794
- [4] 高锦岳, L. M. 那都奇, 袁建民等, 一个混合型双稳系统的非稳特性及其无序过度分析. 光学学报, 1984, **4**(8) : 737~744

The Highest Harmonic Number of the Dynamical Memory in an Electro-Optical Bistable System

Zheng Zhiren Liu Junye * Li Jianbin Gao Jinyue

(Department of Physics, Jilin University, Changchun 130023)

(Received 26 April 1995; revised 4 September 1995)

Abstract In this letter, based on the dynamic and difference equations describing an electro-optical bistable system with a long delay in the feedback loop. The highest harmonic number of the dynamical memory have been simulated numerically and analysed, and the effect of the delayed time, extinction coefficient, input intensity, and initial phase shift on the highest harmonic number have been studied and discussed.

Key words dynamical memory, electro-optical bistable system, the highest harmonic number.