

谐振腔内非均匀介质和增益饱和引起的 谐振模式的耦合和相干

陈培锋 丘军林

(华中理工大学激光研究所, 武汉 430074)

摘 要 建立了腔内的非均匀介质和增益饱和引起的谐振模式之间的耦合和相干理论。

关键词 相干性, 模式。

1 引 言

相干性是光束的重要性能之一, 激光是高相干性的光源, 单模激光束是完全相干的^[1]。Wolf 等证明在空腔中的自再现模是完全相干的^[2]。本文作者已证明在多模激光器中单程相移非简并模式之间不存在相干性^[3]。同时还可以证明, 一般情况下, 各个横向模式之间是不会发生相干的。在这一前提下, 激光束总是可以采用混合模的理论加以描述的。但是在实际工作中经常发现在许多情况下, 采用混合模理论的计算结果与实际不符, 结果表明各个横模之间是存在相干性的。有时甚至是完全相干的。本文从理论上证明了当谐振腔内存在非均匀介质或由增益饱和引起的增益介质非均匀时, 各个理想横向模式之间将会出现相互耦合, 从而引起理想横向模式间的相干。

2 腔内非均匀介质引起的谐振光束多模耦合

谐振腔中的横向谐振模式即为谐振腔中的自再现模。它们应满足:

$$u(x, y) = \gamma \iint u(x', y') k(x, y, x', y') dx' dy'. \quad (1)$$

其中 $u(x, y)$ 为腔内某横截面内光场分布。而 $k(x, y, x', y')$ 则称为该衍射积分方程的积分核, 它的具体形式随具体谐振腔型式而变化。假定有一理想空腔, 其

$$k(x, y, x', y') = k_0(x, y, x', y'), \quad (2)$$

则可求得该理想空腔的一系列本征模式 $u_n(x, y)$, 它们满足:

$$u_n(x, y) = \gamma_n \iint u_n(x', y') k(x, y, x', y') dx' dy'. \quad (3)$$

其中 γ_n 为本征值, 它的幅值大小代表了相应模式的单程衍射损耗。一般 n 越小, 则单程损耗越小, 故越容易起振。

如果腔内引入了一个非均匀的畸变因素，它可能是激活介质的非均匀性引起的，也可能是由于光学元件的畸变引起的，或者是人为引进的一个非均匀元件(例如一段波导，另一个反射镜等)。它的具体形式往往非常复杂。为了分析方便，假定它可以归结为一透过率为 $t(x, y)$ 的薄透光片。 $t(x, y)$ 为复值函数，它的幅值分布代表了透过率分布，而相位分布代表了光程差的分布。在此假设下，(1)式可以改写为：

$$u'(x, y) = \gamma \iint u'(x', y')t(x', y')k_0(x, y, x', y')dx'dy' \tag{4}$$

为讨论 $u'(x, y)$ 与 $u_n(x, y)$ 之间的关系，设

$$u'(x, y) = \sum_n C_n u_n(x, y), \tag{5}$$

即 $u'(x, y)$ 可以表示为 $u_n(x, y)$ 的线性叠加， C_n 为常数。由于 $u_n(x, y)$ 组成一个完备系，故(5)式总是存在的。将(5)式代入(4)式，得

$$\sum_n C_n u_n(x, y) = \gamma \iint \sum_n C_n u_n(x', y')t(x', y')k_0(x, y, x', y')dx'dy' \tag{6}$$

将(6)式两边同乘 $u_m^*(x, y)$ 并积分，整理后得

$$\sum_n C_n (\gamma' t_{nm}/\gamma_m - \delta_{nm}) = 0. \tag{7}$$

其中 γ_m 为 $u_m(x, y)$ 对应的本征值，而

$$t_{nm} = \int u_m^*(x', y')t(x', y')u_n(x', y')dx'dy' \tag{8}$$

组成一矩阵，称为耦合矩阵。(7)式线性方程组中 C_n 要有非零解，其系数矩阵必须等于 0，和 $\sum_n |C_n|^2 = 1$ ，则可解得 n 组 C_n 。它们对应于 $u'(x, y)$ 的 n 个解，即对应于实际谐振腔中的 n 个谐振模式。至此，可得出结论：当腔内存在非均匀介质时，谐振腔的本征模为理想空腔本征模线性组合，即多模同时起振。这是由于各个理想空腔本征模通过耦合矩阵 t_{nm} 相互发生耦合的结果。可以证明只有当耦合矩阵 t_{nm} 的非对角元素不为零时，各个模式之间才可能发生耦合，为此假设有一 $t(x, y)$ ，只有对角元素 $t_{00}, t_{11} \dots t_{nn} \neq 0$ ，其余非对角元素 $t_{nm}(n \neq m) = 0$ ，则按系数矩阵为 0 可以解得：

$$\gamma_{0, 1, \dots, n} = \frac{\gamma_0}{t_{00}}, \frac{\gamma_1}{t_{11}} \dots \frac{\gamma_n}{t_{nn}}, \tag{9}$$

然后代入(7)式和 $\sum_n |C_n|^2 = 1$ ，得：

$$\begin{cases} C_0 = 1, C_1 = 0 \dots C_n = 0 \\ C_0 = 0, C_1 = 1 \dots C_n = 0 \\ \dots \dots \dots \\ C_0 = 0, C_1 = 0 \dots C_n = 1 \end{cases} \tag{10}$$

n 组解。由此可见，若 t_{nm} 非对角元均为 0，则谐振腔的本征模式与理想空腔模式完全相同。只是本征值发生了变化，从而衍射损耗发生了变化。

3 非均匀介质存在时理想空腔本征模之间的相干性

在理想谐振腔内，理想谐振空腔模式之间一般不可能存在相干性^[1~3]。但当腔内存在非均匀介质时则会相互耦合，从而发生相干。

假设存在非均匀介质时，激光器中最低损耗的两个横向模式为：

$$u'_0 = C_{00}u_0 + C_{01}u_1 + \cdots C_{0n}u_n, \quad u'_1 = C_{10}u_0 + C_{11}u_1 + \cdots C_{1n}u_n. \quad (11)$$

可以证明, 它们具有以下特点:

- 1) 同一横模内各理想空腔模式间是完全相干的, 即

$$\langle C_{0m}C_{0n}^* \rangle = C_{0m}C_{0n}^*, \quad \langle C_{1m}C_{1n}^* \rangle = C_{1m}C_{1n}^*. \quad (12)$$

考虑到它们现在是同一横模内的不同分量, 这一结果的证明是显然的。

- 2) 当 $\gamma'_0 \neq \gamma'_1$ 时, u'_0 与 u'_1 之间完全不相干, 即

$$\langle u'_0 u'_1 \rangle = 0, \quad \text{或} \langle C_{0n}C_{1n}^* \rangle = 0. \quad (13)$$

如果上述两个横模同时起振, 则总光场可以表示为:

$$u(x, y) = (AC_{00} + BC_{10})u_0(x, y) + (AC_{01} + BC_{11})u_1(x, y) + \cdots \\ \cdots + (AC_{0n} + BC_{1n})u_n(x, y), \quad (14)$$

其中 A 为 $u'_0(x, y)$ 的强度, B 为 $u'_1(x, y)$ 的强度。则此时理想空腔模式 $u_m(x, y)$ 和 $u_n(x, y)$ 之间的相干度为:

$$\mu = \frac{\langle (AC_{0m} + BC_{1m})(AC_{0n} + BC_{1n})^* \rangle}{|AC_{0m} + BC_{1m}| |AC_{0n} + BC_{1n}|} \\ = \frac{AA^*C_{0m}C_{0n}^* + BB^*C_{1m}C_{1n}^*}{\sqrt{AA^*C_{0m}C_{0m}^* + BB^*C_{1m}C_{1m}^*} \sqrt{AA^*C_{0n}C_{0n}^* + BB^*C_{1n}C_{1n}^*}} \\ \neq 0 \quad (15)$$

由此可见, 此时各个理想空腔模式之间发生了耦合。简单的分析发现:

- 1) 当 $A \gg B$ 时, $\mu \approx 1$, 即越接近于单模运行, 各理想空腔模式间的相干越完全。

2) 当 $C_{0m} \approx 0, C_{1m} \approx 0$, 则 $\mu \rightarrow 0$, 即当某一理想空腔模式与其它模式的耦合很弱时, 则该模式与其它模式间的相干度很弱。

要使各个模式间的耦合变弱, 则 $t(x, y)$ 的特征变化尺度应远大于光斑的横向尺寸的特征尺度。因为此时:

$$t_{nm} = \int t(x, y) u_n^*(x, y) u_m(x, y) dx dy \\ \approx t(x_0, y_0) \int u_n^*(x, y) u_m(x, y) dx dy = 0, \quad (n \neq m)$$

故各个模式间的耦合很弱。而当光斑很小时, 往往总是多模工作, 故多模工作时通常相干度总是较弱的, 在多数情况下, 只有当处于低阶模工作时, 必须考虑横向模式间的耦合。可以通过非均匀介质引起的各模式间的耦合来提高光束的相干性, 从而提高光束质量。例如在文献[5]中, 采用波导传输使各个横模间产生强耦合, 从而提高光束质量的同时使激光可以工作于多模, 充分利用激活介质。

4 增益介质饱和引起的模式耦合

增益介质的饱和使得增益系数发生不均匀的变化。其结果与不均匀介质相当, 同样可以引起模式间的耦合。例如, 当激光器中基模高斯光束起振时, 中心光强比周边光强强, 从而使中心的增益饱和比周边强。结果是周边的增益系数将大于中心增益系数, 形成不均匀介质分布, 从而引起基模与高阶模间的耦合。这种模式耦合是由于模式的光强不均匀所引起的。是激光器中固有存在的。虽然这种耦合的实际数值计算是非常复杂的, 但至少知道, 在激光器多模工作时, 各理想空腔模式间是存在相干性的。但是, 当激光器的菲涅耳数足够大, 增

益也足够大时,光腔中将会有许多高阶模式均可起振。结果是在增益介质中形成很均匀的光强分布和很均匀的增益饱和。此时由增益饱和引起的模式间耦合可以忽略,初步的数值计算表明只有低阶模情况下模式间的耦合才是明显的。显然,只有当 I 与 I_s 可比拟时,增益饱和才是明显的,才有可能形成不均匀的增益分布,从而形成模式耦合。而当 $I \ll I_s$ 时,不可能引起明显的增益饱和,也就不可能形成明显的模式耦合。

实验上完全可以验证上述结论。当光强较弱,输出功率较低时,可以比较容易就获得很理想的基模高斯光束输出。而同样的谐振腔结构当光强很强。输出功率很大时,在标准的基模高斯光束外将会耦合出另一个光环,相应于 TEM_{01} 模。实验分析表明外面这个环与中心基模是相干的。这表明在此条件下 TEM_{00} 与 TEM_{01} 模发生了耦合。随着功率进一步增加,多模起振,实验表明空间相干性减弱。

结 论 通过本文的分析,得出非均匀介质和增益饱和可以引起横模间的耦合,使横模之间发生相干。这也许是横模之间的部分相干性的最主要原因之一。

参 考 文 献

- [1] 钱梅珍,崔一平,杨正名, 激光物理,北京,电子工业出版社,1990: 211
- [2] E. Wolf, G. S. Agarwal, Coherence theory of laser resonator modes. *J. Opt. Soc. Am.*, 1984, 1(5): 541~545
- [3] 陈培锋,丘军林, 激光模式间的空间相干性分析. 量子电子学, 1995, 12(2): 131
- [4] M. 玻恩, E. 沃耳夫, 光学原理. 北京:科学出版社, 1981: 648
- [5] 马养武,周建英, 一种新的横模选择概念与方法. 激光技术, 1992, 16(3): 133

Coupling and Coherence Between Resonance Modes Induced by Inhomogeneous Medium and Gain Saturation

Chen Peifeng Qiu Junlin

(Laser Institute, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

(Received 1 October 1994; revised 21 November 1994)

Abstract A theory on the coupling and coherence between resonance modes induced by inhomogeneous medium and gain saturation has been established.

Key words Coherence, modes.