

改型摆动器光学速调管谐波 自由电子激光器*

彭良福 杨中海 刘盛纲

(电子科技大学高能电子学研究所, 成都 610054)

摘 要 提出了一种光学速调管自由电子激光器的新方案, 并用 Madey 定理对这种新型的谐波自由电子激光器进行了分析和计算。结果表明, 这种新型结构的自由电子激光器可以增大高次谐波的辐射强度和增益, 从而可望使自由电子激光工作在高次谐波上, 提供短波长的光输出。

关键词 改型摆动器, 光学速调管, 谐波, 自由电子激光。

1 引 言

自由电子激光器(FEL)因具有输出功率高、调谐范围宽等特性而有着广泛的应用前景。如何获得超紫外自由电子激光的输出是目前自由电子激光器研究中的重要研究课题^[1~2]。利用自由电子激光器的高次谐波输出是解决这一问题的可行方案之一, 国内外对此进行了大量的研究工作^[3~5]。本文提出了一种谐波自由电子激光器的新方案, 即改型摆动器(wiggler)光学速调管谐波自由电子激光器。

2 理论分析和计算

2.1 改型摆动器谐波自由电子激光器

传统摆动器磁场要求具有较大的 K 值($K \geq 2$)才能使高次谐波有足够大的增益, 而具有较大 K 值的短周期摆动器的制作是极其困难的。为了解决这个问题 Asakawa 等人提出了一种改型的摆动器磁场^[6], 其磁场表达式为:

$$B = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos(k_n z) \quad (1)$$

为了简化分析过程且不改变问题的实质, 本文以两个磁场叠加形成的改型摆动器磁场作为分析对象, 即改型摆动器磁场为:

$$\mathbf{B}_w = (B_1 \cos k_1 z + B_h \cos k_h z) \mathbf{i}_y \quad (2)$$

其中 \mathbf{i}_y 为 y 方向单位矢量, $k_1 = 2\pi/\lambda$ 、 $k_h = hk_1$ (h 为整数)分别为摆动器磁场的波数。这种改型摆动器磁场可用在传统摆动器磁块上放置高 μ 值隔片(例如 Fe)的方法来具体实现^[6], 如图 1

* 国家科委 863 高科技项目和国家教委博士点基金资助课题。

收稿日期: 1993年5月31日; 收到修改稿日期: 1993年7月28日

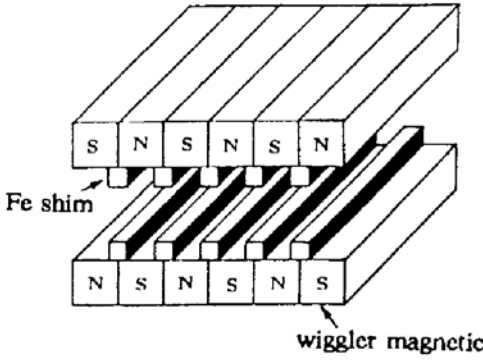


Fig. 1 Modified Wiggler of the experimental

所示:

相应的辐射电、磁场为:

$$E_s = E_s \sin \psi i_z \quad (3)$$

$$B_s = B_s \sin \psi i_y \quad (4)$$

其中 $\psi = fk_s z - f\omega_s t + \phi$, f 为谐波次数, k_s 、 ω_s 分别为基波的波数和频率, ϕ 为初相位。假设电子束为冷电子束且理想注入, 在强相对论条件下略去空间电荷效应和辐射场对电子运动轨迹的影响, 由洛伦茨(Lorentz)方程:

$$\frac{d(\gamma m \mathbf{v})}{dt} = -\frac{|e|}{c} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (5)$$

可得:

$$\begin{cases} v_x = (c/\gamma) (K_1 \sin k_1 z + k_s \sin k_s z) \\ v_y = 0 \end{cases} \quad (6)$$

式中 $K_1 = |e| B_1 / mc^2 k_1$ 、 $K_s = |e| B_s / mc^2 k_s$ 。利用(6)式和 $\beta_z^2 = [1 - (1/\gamma^2)] - (\beta_x^2 + \beta_y^2)$ 得:

$$\begin{aligned} v_z \approx & \left[1 - \frac{1}{2\gamma^2} \left(1 + \frac{K_1^2 + K_s^2}{2} \right) \right] c + \frac{1}{2\gamma^2} \left\{ \frac{1}{2} K_1^2 \cos 2k_1 z + \frac{1}{2} K_s^2 \cos 2k_s z \right. \\ & \left. + K_1 K_s [\cos (k_s + k_1) z - \cos (k_s - k_1) z] \right\} c \end{aligned} \quad (7)$$

在与 z 轴成 θ 角度的方向上观测到的辐射频率为 $\omega_s = \omega_1 / (1 - \beta_z \cos \theta)$, 式中 $\omega_1 = k_1 c$ 。当观测角 $\theta = 0$ 时, 利用(7)式可得, $\omega_s = 2\gamma^2 \omega_1 / [1 + (K_1^2 + K_s^2)/2]$ 。由于 $k_s = h k_1$, 故上式也可写为:

$$\omega_s = (1/h) \frac{2\gamma^2 \omega_1}{[1 + (K_1^2 + K_s^2)/2]} \quad (8)$$

式中 $\omega_h = k_h c$ 。(8)式即为改型摆动器自由电子激光的共振条件。

相对论因子 γ 的一阶扰动量 $\gamma_1 = -\frac{e}{mc^2 v_{z0}} \int_0^L \mathbf{E}_s \cdot \mathbf{v} dz$, L 为摆动器长度。将(3)、(6)、(7)式代入即可得到:

$$\gamma_1 = \frac{e E_s}{2mc^2 \gamma} F \frac{\sin(\Delta k L + \phi) - \sin \phi}{\Delta k} \quad (9)$$

式中 ω 为工作频率, $\Delta k = [(\omega/\omega_s) - f] k_1$ 。 F 为耦合系数且有:

$$\begin{aligned} F = & \sum_{q=-\infty}^{+\infty} J_q(f\alpha_1) \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_m(f\xi_+) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(f\xi_-) \\ & \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \{ K_1 [J_{p+1}(f\alpha_1) - J_p(f\alpha_1)] + K_s [J_{p+h}(f\alpha_1) - J_p(f\alpha_1)] \} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\alpha_1 = \frac{K_1^2}{4[1 + (K_1^2 + K_s^2)/2]}, \quad \alpha_s = \frac{1}{h} \frac{K_s^2}{4[1 + (K_1^2 + K_s^2)/2]},$$

$$\xi_+ = \frac{1}{h+1} \frac{K_1 K_s}{[1 + (K_1^2 + K_s^2)/2]}, \quad \xi_- = \frac{1}{h-1} \frac{K_1 K_s}{[1 + (K_1^2 + K_s^2)/2]},$$

式中 J 为第一类 Bessel 函数。将(9)式平方并对 ϕ 取平均得:

$$\langle \gamma_1^2 \rangle = \frac{1}{2} \left(\frac{e E_s L}{2mc^2 \gamma} \right)^2 F^2 \text{sinc}^2 \left(\frac{\Delta k}{2} L \right), \quad (11)$$

式中 $\text{sinc}(x) = (\sin x)/x$ 。众所周知, 运用 Madey 定理可以简化磁摆动器自由电子激光器和光学速调管的增益的计算^[7]。定理如下:

$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} = \frac{m^2 c \omega^2}{8\pi^2 \epsilon_0 E_s^2} \langle \gamma_1^2 \rangle \tag{12}$$

$$\langle \gamma_2 \rangle = \frac{1}{2} \frac{d}{d\gamma} \langle \gamma_1^2 \rangle \tag{13}$$

式中 γ_2 为相对论因子 γ 的二阶扰动量。将(11)式代入(13)式得：

$$\langle \gamma_2 \rangle = \left(\frac{eE_s L}{2mc^2} \right)^2 \frac{N\pi}{\gamma^3} f F^2 \frac{d \operatorname{sinc}^2 \eta}{d\eta} \Big|_{\eta=\frac{\Delta k}{2}L} \tag{14}$$

由(11)、(14)式可得到改型摆动器自由电子激光器的自发辐射强度和增益公式：

$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} \Big|_1 = \frac{e^2 N^2 \gamma^2 f^2}{4\pi \epsilon_0 c [1 + (K_1^2 + K_k^2)/2]^2} F^2 \operatorname{sinc}^2 \left(\frac{\Delta k}{2} L \right) \tag{15}$$

$$G_{\text{int}} \Big|_1 = - \frac{\langle \gamma_2 \rangle mc^2 I / e}{\epsilon_0 E_s^2 c A / 2} = \frac{2\pi e N L^2 I}{\gamma^3 \epsilon_0 c A mc^2} f F^2 \frac{[2(1 - \cos \chi) - \chi \sin \chi]}{\chi^3} \tag{16}$$

式中 I 为电子束电流， A 为光波的截面积， $\chi = \Delta k L$ 。

将(15)式、(16)式与参考文献[6]中的(16)式、(32)式比较可知，本文推导的结果与参考文献[6]中的结果是一致的。不过需要指出的是由于运用了 Madey 定理，因而使本文的推导过程大为简化。将自发辐射强度公式(15)和增益公式(16)进行数值计算后，这种改型摆动器自由电子激光器确实能增强或抑制某次谐波的辐射输出(视谐波次数 f 、磁场参数 K_1 、 K_k 和 k_1 、 k_k 而定)。因此采用参数不同的改型摆动器可以使自由电子激光工作在所选择的高次谐波上而抑制不需要的其它谐波。该结论从物理上易于理解，由于在传统的摆动器磁场上增加了谐波磁场，使得电子在通过摆动器磁场时纵向速度的振荡项有所增加，从而激发出更为丰富的谐波辐射。详细的数值计算曲线有兴趣的读者请参阅参考文献[6]。

2.2 改型摆动器光学速调管谐波自由电子激光器

利用 Asakawa 等人提出的改型摆动器来构成两级或多级光学速调管，这样可以显著提高自由电子激光高次谐波的辐射强度和增益。

首先考虑两级改型摆动器光学速调管，其示意图如图 2 所示。它是由两段相同的改型 Wiggler 和一段磁场色散区构成。在该色散区内，电子束发生由速度调制转为密度调制而与光波无净能量交换。磁场色散区产生一相移 δ ， δ 是 $\Delta k L / 2$ 的函数。由(9)式知在第一段改型摆动器中相对论因子的一阶扰动量 $\gamma_1|_1$ 为：

$$\gamma_1|_1 = \frac{eE_s}{2mc^2 \gamma} F \frac{\sin(\Delta k L + \phi) - \sin \phi}{\Delta k} \tag{17}$$

假定电子在两段改型摆动器中与光波是同步的。由于电子在色散区内的相移为 δ ，而每段改型摆动器都将引入相移量 $\Delta k L$ ，故电子与光波间在第二段改型摆动器区的初相变为 $\phi + \Delta k L + \delta$ 。将(17)式中的 ϕ 用 $(\phi + \Delta k L + \delta)$ 替换即得第二段改型摆动器中相对论因子的一阶扰动量 $\gamma_1|_2$ ：

$$\gamma_1|_2 = \frac{eE_s}{2mc^2 \gamma} F \frac{\sin[\Delta k L + (\phi + \delta')] - \sin(\phi + \delta')}{\Delta k} \tag{18}$$

式中 $\delta' = \Delta k L + \delta$ 。按照光学速调管的一般处理方法，可以忽略色散区的辐射^[8]。将两段改型摆动器中相对论因子的一阶扰动量相加，即得改型摆动器光学速调管相对论因子的一阶扰动

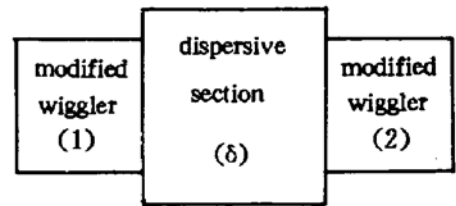


Fig. 2 Schematic diagram for optical klystron using modified wiggler

量 $\gamma_1|_{\text{out}}$:

$$\begin{aligned} \gamma_1|_{\text{out}} &= \gamma_1|_1 + \gamma_1|_2 \\ &= \frac{eE_s}{2mc^2\gamma} F \frac{\sin(\Delta kL + \phi) - \sin\phi + \sin[\Delta kL + (\phi + \delta)] - \sin(\phi + \delta)}{\Delta k} \end{aligned} \quad (19)$$

将(19)式平方并对 ϕ 取平均得:

$$\langle \gamma_1^2 \rangle|_{\text{out}} = \left(\frac{eE_s L}{\sqrt{2} mc^2 \gamma} \right)^2 F^2 \text{sinc}^2 \left(\frac{\Delta k L}{2} \right) \cos^2 \frac{\delta}{2} \quad (20)$$

将(20)式代入(13)式得:

$$\langle \gamma_2 \rangle|_{\text{out}} = \left(\frac{eE_s L}{2mc^2\gamma} \right)^2 F^2 \left(\frac{4N\pi f}{\gamma} \cos^2 \frac{\delta}{2} \frac{d \text{sinc}^2 \eta}{d\eta} - \text{sinc}^2 \eta \sin \delta \frac{d\delta}{d\gamma} \right) \quad (21)$$

式中 $\eta = \Delta kL/2$ 。因此改型摆动器光学速调管自由电子激光器的自发辐射强度和增益为:

$$\left. \frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} \right|_{\text{out}} = \frac{e^2 N^2 \gamma^2 f^2}{\pi \epsilon_0 c \left(1 + \frac{K_1^2 + K_2^2}{2} \right)^2} F^2 \text{sinc}^2 \left(\frac{\Delta k L}{2} \right) \cos^2 \frac{\delta}{2} \quad (22)$$

$$G_{\text{ain}}|_{\text{out}} = \frac{eL^2 I}{2\gamma^2 \epsilon_0 c A m c^2} F^2 \left(-\frac{4N\pi f}{\gamma} \cos^2 \frac{\delta}{2} \frac{d \text{sinc}^2 \eta}{d\eta} + \text{sinc}^2 \eta \sin \delta \frac{d\delta}{d\gamma} \right) \quad (23)$$

2.3 多级改型摆动器光学速调管

下面研究由 n 个相同的改型摆动器和 $n-1$ 个相同的色散区构成的多级改型摆动器光学

速调管, 其示意图如图 3 所示。在这种结构中电子能够得到更充分的群聚, 因而可获得更高的辐射强度和增益。

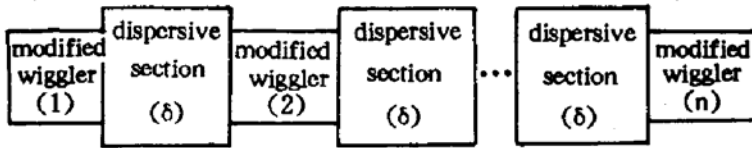


Fig. 3 Schematic diagram for optical klystron using n -stage modified wiggler

与第一段改型摆动器相比, 在第 i 段改型摆动器的入口处电子的初位相为 $[(i-1)(\Delta kL + \delta)]$ 。因此为了求得第 i 段改型摆动器中相对论因子的一阶扰动

量 $\gamma_1|_i$, 只需将(17)式中的 ϕ 用 $[\phi + (i-1)(\Delta kL + \delta)]$ 替换即可。所以

$$\gamma_1|_i = \frac{eE_s}{2mc^2\gamma} F \frac{\sin\{\Delta kL + [\phi + (i-1)(\Delta kL + \delta)]\} - \sin[\phi + (i-1)(\Delta kL + \delta)]}{\Delta k} \quad (24)$$

将所有各段的 γ_1 相加即得总的 $\gamma_1|_{\text{out}}$:

$$\begin{aligned} \gamma_1|_{\text{out}} &= \frac{eE_s}{2mc^2\gamma} F \sum_{i=1}^n \frac{\sin\{\Delta kL + [\phi + (i-1)(\Delta kL + \delta)]\} - \sin[\phi + (i-1)(\Delta kL + \delta)]}{\Delta k} \\ &= \frac{eE_s}{2mc^2\gamma} F \frac{\sin[(n/2)(\Delta kL + \delta)]}{\sin[(1/2)(\Delta kL + \delta)]} \cos\left[\Delta kL + \phi + \frac{(n-1)}{2}(\Delta kL + \delta)\right] \frac{\sin(\Delta kL/2)}{\Delta k} \end{aligned} \quad (25)$$

将(25)式平方并对 ϕ 取平均得:

$$\langle \gamma_1^2 \rangle|_{\text{out}} = \frac{1}{2} \left(\frac{eE_s}{2mc^2\gamma} \right)^2 F^2 \frac{\sin^2[(n/2)(\Delta kL + \delta)]}{\sin^2[(1/2)(\Delta kL + \delta)]} \text{sinc}^2 \left(\frac{\Delta k L}{2} \right) \quad (26)$$

与前面的计算一样, 运用 Madoy 定理可直接求出 n 级改型摆动器光学速调管自由电子激光器的自发辐射强度和增益:

$$\left. \frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} \right|_n = \frac{e^2 N^2 \gamma^2 f^2}{4\pi\epsilon_0 c \left(1 + \frac{K_1^2 + K_2^2}{2}\right)^2} F^2 \frac{\sin^2 \left[\frac{n}{2}(\Delta k L + \delta)\right]}{\sin^2 \left[\frac{1}{2}(\Delta k L + \delta)\right]} \operatorname{sinc}^2 \left(\frac{\Delta k L}{2}\right) \quad (27)$$

$$G_{\text{ais}} \Big|_n = - \frac{e L^2 I}{4\gamma^2 \epsilon_0 c A m c^2} F^2 \left[\frac{2N\pi f}{\gamma} \frac{\sin^2 \left[\frac{n}{2}(\Delta k L + \delta)\right]}{\sin^2 \left[\frac{1}{2}(\Delta k L + \delta)\right]} \frac{d \operatorname{sinc}^2 \eta}{d\eta} \right. \\ \left. + \operatorname{sinc}^2 \eta \frac{d}{d\gamma} \left\{ \frac{\sin^2 \left[\frac{n}{2}(\Delta k L + \delta)\right]}{\sin^2 \left[\frac{1}{2}(\Delta k L + \delta)\right]} \right\} \right] \quad (28)$$

从(27)、(28)两式可以看出:

1) 当 $\delta = 0$, 即不存在色散区时, n 级改型摆动器光学速调管退化成长度为 nL 的改型摆动器。

2) 当 $n = 2$ 时, 即为改型摆动器光学速调管的情形。(27)、(28)两式分别变为(22)、(23)两式。

3) 当 $\delta = -\Delta k L$ 时, 即色散区引入的相移与改型摆动器段引入的相移正好相反的情形。由(27)、(28)式和(15)、(16)式知(利用极限公式 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 nx}{\sin^2 x} = n^2$):

$$\left. \frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} \right|_n = n^2 \left. \frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} \right|_1, \quad G_{\text{ais}} \Big|_n = n^2 G_{\text{ais}} \Big|_1$$

3 结 论

本文提出了一种改型摆动器光学速调管谐波自由电子激光器的新方案, 并运用 Madey 定理对该方案进行了理论分析。这种分析方法比文献[6]中所用的方法要简便得多。同时通过理论分析可知, 采用多级($n \geq 2$)改型摆动器光学速调管, 有可能使高次谐波的自发辐射强度和增益大为提高。这是因为: 1) 采用了改型摆动器磁场。由于其谐波磁场的存在, 有利于自由电子激光工作在高次谐波上; 2) 采用了磁场色散区, 使电子能够更充分地群聚, 提高了自由电子激光器的辐射强度和增益。总之, 为了获得高次谐波, 采用改型摆动器磁场比采用传统的摆动器磁场有利, 而采用本文提出的改型摆动器光学速调管, 则是获得高增益、高输出强度、工作在高次谐波上的自由电子激光的一种有效方案。

参 考 文 献

- [1] A. H. Lumpkin, J. C. Goldstein, Broadband tuning of the Los Alamos free-electron lasers and potential applications. *Nucl. Inst. & Meth. in Phys. Res.*, 1992, A318(1): 30
- [2] S. Werin, M. Eriksson, Harmonic generation at Max-lab undulator report of the first results. *Nucl. Inst. & Meth. in Phys. Res.*, 1991, A304(1): 81
- [3] 傅恩生, 凌根深, 王之江, 工作在可见和紫外波段的自由电子激光器. *光学学报*, 1987, 7(4): 317
- [4] 彭良福, 杨中海, 刘盛纲, 二维摇摆场自由电子激光的谐波特性研究. *中国激光*, 1993, A20(5): 330
- [5] M. J. Schmitt, C. J. Elliott, Even-harmonic generation in free-electron lasers. *Phys. Rev.*, 1986, A34(6): 4843
- [6] M. Asakawa, K. Mima, S. Nakai *et al.*, Higher harmonic generation in a modified Wiggler magnetic field. *Nucl. Inst. & Meth. in Phys. Res.*, 1992, A318(1): 538

- [7] L. K. Grover, R. H. Pantell, Simplified analysis of free-electron lasers using madey's theorem. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1985, **QE-21**(7) : 944
- [8] P. Elleaume, Optical Klystron. *J. Phys.*, 1983, **44**(C1) : 333

Optical Klystron Harmonic Free-Electron Laser Using Modified Wiggler

Peng Liangfu Yang Zhonghai Liu Shenggang

(*Institute of High Energy Electronics,*

University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054)

(Received 31 May 1993; revised 28 July 1993)

Abstract We propose a new scheme of optical klystron harmonic Free-Electron Laser in this paper. We have analyzed this novel harmonic Free-Electron Laser by using Madey's theorem. Theoretical analysis indicates that the higher harmonic emission power density and gain can be enhanced greatly by using this new structure wiggler. Thus it is possible that the Free-Electron Laser can operate on higher harmonics and emit short wavelength.

Key words modified wiggler, optical klystron, harmonic, free-electron laser.