

# 双折射调谐器设计的等色图原理

谢建平 王峻梅 孙晓泉 罗静 刘宇 吴云霞 明海

(中国科技大学物理系, 合肥 230026)

**摘要** 提出双折射调谐器设计的等色图方法, 给出原理。分析表明当晶片光轴处在以折射光线为轴线、顶角为45°的圆锥面上时, 双折射调谐器具有最快的波长调谐速率; 当光轴位于过折射光线并与入射面成45°或135°的平面内时, 调谐器抑制非所需波长的能力最强。由此给出光轴相对晶片表面的两个优化取向, 对石英晶片它们分别为18.712°和59.922°。文中还给出了三块晶片组合的调谐器的设计例子, 对其调谐特性进行了简要的讨论。

**关键词** 双折射调谐器, 等色图, 光轴优化取向。

## 1 引言

光轴平行表面的单轴晶片可用于滤光<sup>[1]</sup>。随着可调谐激光器如染料和钛宝石等激光的发展, 双折射晶片以布儒斯特角插入激光腔内可用于波长的选择和调谐<sup>[2]</sup>。光轴相对晶片表面倾斜的双折射调谐器的特性比光轴平行表面的优越。人们对光轴相对表面取向对双折射调谐器性能的影响已作了不少研究<sup>[3]</sup>, 已提出的石英晶片光轴优化取向有18°50'<sup>[4]</sup>, 59.9°<sup>[5]</sup>和65°<sup>[6]</sup>, 也有在设计中采用0°<sup>[7]</sup>和25°<sup>[2]</sup>的。同时在设计中也都是采用三角函数来计算晶体中的偏振光干涉效应。本文的目的在于引入双折射调谐器的等色图设计方法, 给出其原理, 讨论晶片光轴取向对调谐特性的影响。

## 2 双折射调谐器设计的等色图原理

在单轴晶片中沿某一方向传播的寻常光o和非常光e所获得的位相差为<sup>[8]</sup>

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{t}{\cos \theta} \Delta n \sin^2 \eta. \quad (1)$$

式中λ为波长, t为平行平面晶片的厚度, θ是折射光线与晶片表面法线x轴的夹角, Δn = n<sub>e</sub> - n<sub>o</sub>, n<sub>e</sub>和n<sub>o</sub>分别是e、o光折射率, η为光轴与光线的夹角。在图1的几何关系中, zz和yz面分别为入射面和晶片的上下表面, 过入射点的光轴oo'与下表面交于(y<sub>0</sub>, z<sub>0</sub>)点, 若任一光线出射点S'为(y, z), 则 $\sin^2 \eta = 1 - \cos^2 \eta = 1 - \left[ \frac{(os')^2 + (oo')^2 - (o's')^2}{2(os')(oo')} \right]^2$ , 位相差 $\delta = 2m\pi$ 的等色线可写成

$$(m\lambda/\Delta n)^2(t^2 + y^2 + z^2)(t^2 + y_0^2 + z_0^2)^2 = [t^2(y_0 - y)^2 + t^2(z_0 - z)^2 + (yz_0 - y_0z)^2]^2. \quad (2)$$

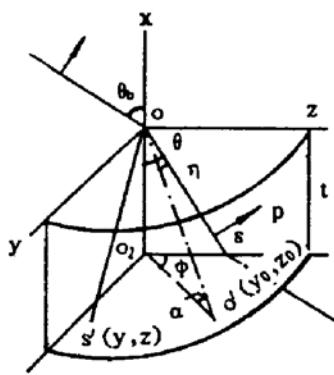


Fig. 1 Geometric diagram of birefringent filter 由(1)式可知,

$$\frac{d\lambda}{d\eta} = \frac{t\Delta n}{m \cos \theta} \sin 2\eta. \quad (3)$$

因此,  $\eta = 45^\circ$  处波长  $\lambda$  的调谐速率最快。这时光轴与晶片下表面的交点  $o'$  便落在以折射光线  $os$  为轴线、顶角为  $45^\circ$  圆锥面与下表面相交的随圆上(如图 2 所示)。此椭圆可表示成

$$\frac{y_0^2}{t^2 \sin^2 \eta / (\cos^2 \eta - \sin^2 \theta)} + \frac{[z_0 - t \sin \theta \cos \theta / (\cos^2 \eta - \sin^2 \theta)]^2}{t^2 \sin^2 \eta \cos^2 \eta / (\cos^2 \eta - \sin^2 \theta)^2} = 1. \quad (4)$$

其中  $\sin^2 \eta = 0.5$ 。双折射晶片中,  $\circ$  光的振动垂直于光线  $os$  和光轴  $oo'$  所成的平面,  $e$  光的振动则在此平面内且垂直光线  $os$ 。入射光一般为振动平行于入射面的  $p$  分量偏振光。 $\circ$  光和  $e$  光振动方向与入射面(或与  $p$  分量)成  $45^\circ$  时, 双折射调谐器对非所需波长的抑制能力最强<sup>[4]</sup>。这时光轴和光线所成平面与晶片下表面相交为两条直线,

$$y_0 = \pm (z_0 - t \tan \theta) \cos \theta / \tan \angle O. \quad (5)$$

式中  $\angle O = 45^\circ$ (或  $135^\circ$ )。这两条直线也表示在图 2 中。因此, 当光轴取向使  $o'$  点落在  $\sin^2 \eta = 0.5$  的椭圆和这两直线的交点上时,

$$y_0 = \frac{2t(\pm \sin \theta + \sqrt{2} \cos \theta)}{1 + 3 \cos 2\theta},$$

$$z_0 = \frac{t(3 \sin 2\theta \pm 2\sqrt{2})}{1 + 3 \cos 2\theta}, \quad (6)$$

双折射调谐器既能使波长调谐速率最快又能对非所需波长的抑制能力最强。由(6)式和  $(t^2 + y_0^2 + z_0^2) = t^2 / \sin^2 \alpha$  可得到晶片光轴的两个优化取向,

$$\sin \alpha_1 = (\sqrt{2} \cos \theta - \sin \theta) / 2, \quad \sin \alpha_2 = (\sqrt{2} \cos \theta + \sin \theta) / 2. \quad (7)$$

在  $\lambda = 0.93947 \mu\text{m}$  处, 对石英晶片有  $n_e = 1.54475$ ,  $n_o = 1.53582$ <sup>[9]</sup>, 则  $\alpha_1 = 18.712^\circ$  和  $\alpha_2 = 59.922^\circ$ 。

假定激光器所需波长调谐是从短波  $\lambda_1$  到长波  $\lambda_2$ ,  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ , 其中心波长  $\lambda_0 = 2\lambda_1\lambda_2 / (\lambda_1 + \lambda_2)$ 。调谐器干涉级  $m$  应取  $\lambda_0 / \Delta\lambda$  的整数部分, 可使其自由光谱区  $\delta\lambda = \lambda_0 / m$  大于所需的调谐范围  $\Delta\lambda$ 。若选择光轴取向为  $\alpha$ , 取  $\angle O = 45^\circ$  或  $135^\circ$ , 由(5)式可知  $y_0 = (t / \tan \alpha) \sin \phi$ ,  $\phi = \phi_0 \pm \sin^{-1} (\sin \theta \tan \alpha / \sqrt{1 + \cos^2 \theta})$  以及  $\phi_0 = \tan^{-1} (\cos \theta)$ 。将此代入(2)式可得到晶片厚度

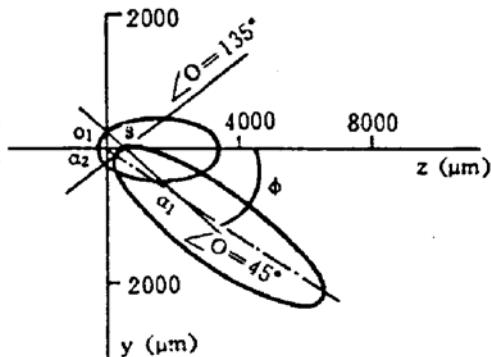


Fig. 2 The isochromatic lines of crystal plate,  $t = 706 \mu\text{m}$ ,  $\alpha = 18.712^\circ$

$$t = \frac{m\lambda_0 \cos \theta}{2\Delta n \cos^2 \alpha \sin^2 \phi}. \quad (8)$$

当激光器以 p 分量偏振光运转时, 光通过晶片后仍为 p 分量的透射率为

$$T = 1 - 4 \sin^2 \angle O \cos^2 \angle O \sin^2 (\delta/2). \quad (9)$$

显然  $\angle O = 45^\circ$  或  $135^\circ$  时  $T$  的极小值为零, 透射率的调制度  $(T_{\max} - T_{\min})/(T_{\max} + T_{\min}) = 1$ , 抑制非所需波长的能力最强。因此调谐过程中应使  $\angle O$  尽可能少的偏离  $45^\circ$ 。或者说  $\angle O$  对  $45^\circ$  偏离一定范围内(如  $\pm 1^\circ$ ) 时, 单位厚度、晶片旋转单位角度的波长变动  $\Delta\lambda/t\Delta\phi$  最大。下面的设计例子表明,  $\alpha$  取(7)式的优化角度的晶片的  $\Delta\lambda/t\Delta\phi$  值为最大。

### 3 石英晶片调谐器的设计例子

本节由等色图原理给出用于钛宝石激光器长波段的石英晶片调谐器的设计例子。若所需调谐范围为  $\lambda_1 = 0.85 \mu\text{m}$  到  $\lambda_2 = 1.05 \mu\text{m}$ ,  $\Delta\lambda = 0.2 \mu\text{m}$ ,  $\lambda_0 = 0.93947 \mu\text{m}$ , 则  $m = \lambda_0/\Delta\lambda$  取为 4。选光轴取向  $\alpha = 18.712^\circ$ , 由(8)式晶片厚度  $t = 706 \mu\text{m}$ , 其  $m = 4$  的等色线恰好穿过光线出射点。波长由  $\lambda_1$  调谐到  $\lambda_0$  和  $\lambda_2$  时, 光轴与晶片下表面的交点  $o'$  由( $y_0 = 850 \mu\text{m}$ ,  $z_0 = 1903 \mu\text{m}$ ) 相继旋转到( $1100 \mu\text{m}$ ,  $1770 \mu\text{m}$ ) 和( $1340 \mu\text{m}$ ,  $1597 \mu\text{m}$ )。取  $\alpha = 59.922^\circ$  时  $t$  也为  $706 \mu\text{m}$ , 光轴为其它取向时也可同样确定晶片的厚度。图 3 表示了在调谐中  $\angle O$  由  $44^\circ$  变到  $46^\circ$  时, 值  $\Delta\lambda/t\Delta\phi$  随光轴取向  $\alpha$  的变化, 其最大值出现在  $\alpha = 18.712^\circ$  和  $59.922^\circ$  处。图中先峰后谷的曲线对应于光轴与下表面交点  $o'$  位于  $yz$  面的第 1 象限的情况, 另一曲线则  $o'$  点在第 2 象限。

在实验中采用了光轴取向  $\alpha = 18^\circ$ , 厚度  $t = 328 \mu\text{m}$

的石英晶片用于连续钛宝石激光器的调谐。激光波长由 HRD1 双光栅单色仪测定, 得到了它随晶片转动  $\phi$  角的变化情况。当  $\phi$  由  $31^\circ$  转动到  $43^\circ$ , 即交点  $o'$  由( $y_0 = 520 \mu\text{m}$ ,  $z_0 = 865 \mu\text{m}$ ) 变到( $688 \mu\text{m}$ ,  $738 \mu\text{m}$ ) 时, 波长是从  $884.0 \text{ nm}$  调谐到  $1035.0 \text{ nm}$ 。由图 1 知道, 对应的  $\eta$  角由  $45^\circ$  变到  $50^\circ$ , 波长变动速率的实验平均值  $d\lambda/d\eta \approx 30.2 \text{ nm}/^\circ$ 。它略小于(3)式给出的最大调谐速率值  $30.5 \text{ nm}/^\circ$  两者符合较好。当  $\phi$  由  $31^\circ$  转到  $33^\circ$  时, 波长从  $884.0 \text{ nm}$  变到  $906.3 \text{ nm}$ ; 由(5)式可知  $\angle O$  相应地由  $46^\circ$  变到  $44^\circ$ 。因此,  $\Delta\lambda/t\Delta\phi$  的实验值为  $34.3 \text{ nm/mm}^\circ$ 。

该晶片的干涉级  $m = 2$ , 折合到图 3 中  $m = 4$  的情况为  $\Delta\lambda/t\Delta\phi \approx 17.2 \text{ nm/mm}^\circ$ 。这与图 3 理论值相一致。当该晶片的  $\phi$  角从  $43^\circ$  转动到  $46^\circ$  时,  $m = 3$ , 波长由  $690.0 \text{ nm}$  变到  $814.5 \text{ nm}$ 。相应地  $\eta$  由  $50.36^\circ$  到  $56.72^\circ$ , 则  $d\lambda/d\eta \approx 19.6 \text{ nm}/^\circ$ 。写(3)式的理论值相符合。实验中的另一块石英晶片的  $\alpha = 27^\circ$ , 厚度  $t = 1500 \mu\text{m}$ , 干涉级  $m = 7$ 。当  $\phi$  由  $27^\circ$  转到  $28^\circ$  时,  $\lambda$  由  $787.0 \text{ nm}$  变到  $773.0 \text{ nm}$ ,  $\angle O$  的变化为  $1.37^\circ$ 。这时  $\Delta\lambda/t\Delta\phi$  约  $16.3 \text{ nm/mm}^\circ$ , 它也与图 3 符合得比较好。这些实验表明,  $\alpha$  为  $18^\circ$  附近的晶片其  $\Delta\lambda/t\Delta\phi$  之值比其它  $\alpha$  取向晶片的要高, 这与理论分析相一致。

三片组合的双折射调谐器是由三块光轴取向一样、厚度为整数比的晶片平行放置而成。已采用的厚度比有  $1:4:6$ ,  $1:2:9$  等<sup>[4]</sup>。本文的厚度比取非等比级数  $1:5:13$ , 其中  $t_1 = 706 \mu\text{m}$ 。分析表明在这种厚长比下, 双折射调谐器的边峰透射率比  $1:2:9$  等情况的要小<sup>[5]</sup>,

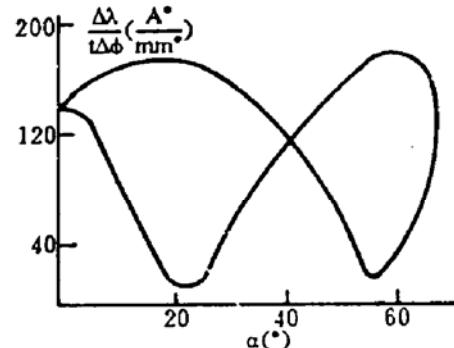


Fig. 3 The curve of  $\Delta\lambda/(t\Delta\phi)$  versus the angle  $\alpha$  in the range of  $\angle O = 44^\circ$  to  $46^\circ$

因而有利于抑制非所需波长参与激光振荡。

本文上面的分析给出了双折射调谐器设计的等色图原理；光轴有两个优化取向角度可使波长调谐速率最快又能使非所需波长的抑制能力最强，它们的调谐性能优于其它的光轴取向。等色图设计方法具有简单和直观的优点。

### 参 考 文 献

- [1] B. Lyot, Un monochromateur à grand champ utilisant les interferences en lumière polarisée. *Compt. Rend. Acad. Sci.*, 1933, 197: 1593~1595
- [2] A. L. Bloom, Modes of a laser resonator containing tilted birefringent plates. *J. Opt. Soc. Am.*, 1974, 64(4): 447~452
- [3] G. Hotlom, O. Teshke, Design of a birefringent filter for high-power dye lasers. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1974, QE-10(8): 577~579
- [4] Shidong Zhu, Birefringent filter with tilted optic axis for tuning dye lasers: theory and design. *Appl. Opt.*, 1990, 29(3): 410~415
- [5] Xie Jianping, Sun Xiaoquan, Wang Junmei et al., Optimum design of birefringent filter. *Chinese J. Lasers*, 1994, B3(4): 355~362
- [6] J. Mentel, E. Schmidt, T. Mavrudis, Birefringent filter with arbitrary orientation of the optic axis: an analysis of improved accuracy. *Appl. Opt.*, 1992, 31(24): 5022~5029
- [7] P. R. Preuss, J. L. Gole, Three-stage birefringent filter tuning smoothly over the visible region: theoretical treatment and experiment design. *Appl. Opt.*, 1980, 19(6): 702~710
- [8] M. 玻恩, E. 沃耳夫著, 光学原理, 黄乐天, 陈熙谋, 陈秉乾译校, 北京:科学出版社, 1981, 931~934
- [9] W. G. Driscoll, W. Vaughan, *Hand book of Optics*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1978, 7~82

### Isochromatic Principle of Birefringent Filter Design

Xie Jianping      Wang Junmei      Sun Xiaoquan      Luo Jing

Liu Yu      Wu Yunxia      Ming Hai

(Department of Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026)

(Received 4 April 1994; revised 17 October 1994)

**Abstract** The isochromatic principle of birefringent filter (BRF) design is proposed in this paper. Theoretical analyses show that the BRF has the maximum tuning rate when the optic axis is located on the cone with its symmetric axis being on the refracted ray and apex of  $45^\circ$ ; and the rejection of unwanted wavelength of BRF becomes the maximum when the optic axis is in the plane which contains the refracted ray and makes the angle of  $45^\circ$  or  $135^\circ$  with respect to the incident plane. In the result, there are two optimum orientations of optic axis with respect to the plate surface. For quartz crystal BRF, the two angles are  $18.712^\circ$  and  $59.922^\circ$ . A design example of three-plate-BRF is given together with a brief discussion about its tuning characteristics.

**Key words** birefringent filter, isochromatic line, optimum orientation of optic axis.