

灰值数学形态学的二值算法及其光学实现*

梁 丰 刘立人 王斌泉 王之江

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘 要 在灰值数学形态学的阴影算法的基础上, 提出了采用表面点集代替阴影来代表灰值结构核的改进算法, 大大降低了二值邻域互连的数量。光学实现采用一个光学非相干相关器与阈值器件结合的二值数学形态学系统, 并设计了一种数字空间编码技术使这二维系统能实现算法要求的有限三维操作。

关键词 数学形态学, 灰值图像, 并行处理。

1 引 言

数学形态学是一种重要的图像算法体系^[1~3], 其操作主要是利用各种形状的结构核来提取图像的几何表面特征。常用的数学形态学操作是输入图像与核都是二值图像的二值操作, 本文中灰值数学形态学则是指输入图像与核都是灰值图像的情况, 二值操作和灰值图像对二值核的操作都可视为其特例。

数学形态学的基本操作是膨胀和腐蚀。设 n 维空间上的点集 A 和 S , S 为结构核, 二值膨胀和腐蚀定义为:

$$\text{膨胀: } A \oplus_b S = \bigcup_{r \in S} A_r, \quad (1)$$

$$\text{腐蚀: } A \ominus_b S = \bigcap_{r \in S} A_{-r}. \quad (2)$$

其中 A_r 表示点集 A 位移一个矢量 r , 下标 b 表示二值操作。一个灰值图像是二维平面上的灰值函数 $f(x, y)$, 它可以表示为三维空间上的点集, 称为表面点集(Top Surface Set):

$$T[f] = \{(x, y, z) \mid z = f(x, y)\}. \quad (3)$$

在数学形态学中, 灰值图像是由三维空间上的阴影表示的, 阴影 $U[f]$ 定义为:

$$U[f] = \{(x, y, z) \mid z \leq f(x, y)\}. \quad (4)$$

阴影间的膨胀和腐蚀结果仍为阴影, 所代表的函数定义为灰值膨胀和腐蚀的结果:

$$\left. \begin{aligned} U[f \oplus_f g] &= U[f] \oplus_b U[g], \\ U[f \ominus_f g] &= U[f] \ominus_b U[g], \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中下标 f 代表灰值操作。阴影代表的灰值图像由下式求出:

$$h(x, y) = \text{Max} \{z \mid (x, y, z) \in U[h]\}. \quad (6)$$

* 自然科学基金资助课题。

收稿日期:1994年6月9日; 收到修改稿日期:1994年9月19日

灰值膨胀和腐蚀也可直接由邻域操作定义^[4]:

$$\left. \begin{aligned} f \oplus_r g(x, y) &= \max \{f(x-i, y-j) + g(i, j) \mid (i, j) \in G\}, \\ f \ominus_r g(x, y) &= \min \{f(x+i, y+j) - g(i, j) \mid (i, j) \in G\}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

采用光学结构直接以邻域操作实现灰值数学形态学操作是非常困难的, 这是线性和非线性操作的混合。Zhu^[5]设计了线性光强与空间排列结合的混合编码技术结合光学相关和光电阈值系统实现这一邻域操作, 但复杂的编码方法大大降低了其实用性。灰值图像对二值核的膨胀和腐蚀与阈值操作可交换, 因此可采用阈值分解技术分解为多个二值操作, 利用各种光学二值系统来实现^[6-8]。而对灰值核的情况, 因与阈值操作不可交换, 虽然也可通过阈值分解技术分解为二值操作, 但算法复杂, 只适用于电子超大规模集成电路技术实现^[9]。Wu^[10]采用空间编码直接在光学二值数学形态学系统上实现阴影法定义, 并利用部分阴影代替整个阴影, 主要缺点是每一个像点的计算都需大量的二值邻域互连。

本文在阴影法定义的基础上, 采用表面点集来代表灰值结构核。该算法大大降低了二值邻域互连的数量。光学实现采用一个光学非相干相关器与光电结合的阈值器件组成的二值数学形态学系统, 并设计了一种数字空间编码技术使这个二维系统能实现算法要求的有限三维操作。文中还提供了实验验证。

2 算法说明

采用表面点集代替阴影表示灰值核, 就得到一个改进算法(表面点集法):

$$\left. \begin{aligned} U[f \oplus_r g] &= U[f] \oplus_r T[g]. \\ U[f \ominus_r g] &= U[f] \ominus_r T[g]. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

证明: 取三维点列 $S = \{(x, y, z) \mid (x, y) = (0, 0), z \leq 0\}$ 为结构元素, 有:

$$U[f] = T[f] \oplus_r S, \quad U[g] = T[g] \oplus_r S, \quad U[f] = U[f] \ominus_r S, \quad S = S \oplus_r S.$$

再根据二值膨胀和腐蚀的交换和结合性质, 得到如下推导:

$$\begin{aligned} U[f \oplus_r g] &= U[f] \oplus_r U[g] = (T[f] \oplus_r S) \oplus_r (T[g] \oplus_r S) \\ &= T[f] \oplus_r (S \oplus_r S) \oplus_r T[g] = U[f] \oplus_r T[g]; \\ U[f \ominus_r g] &= U[f] \ominus_r U[g] = U[f] \ominus_r (T[g] \oplus_r S) \\ &= U[f] \ominus_r S \ominus_r T[g] = U[f] \ominus_r T[g]. \end{aligned}$$

阴影是趋向 Z 轴负方向无穷大的点集, 若只取 Z 坐标大于某个值的部分阴影代替整个阴影, 由(5)、(6)、(10)、(11)式得到的结果仍是部分阴影, 且只要所取的部分阴影足够大, 作为结果的部分阴影的上表面与取整个阴影时是一致的。若所取的部分阴影在 Z 方向上是 N 个点, 那么部分阴影法图像与核的像素之间的一个灰值互连就转换为 N^2 个二值互连, 而表面点集法为 N 个二值互连, 相当用阈值分解技术实现二值核灰值数学形态学的互连数量。

3 光学实现

采用光学非相干相关器与阈值器件结合, 构成一个二维的二值数学形态学系统^[11]。可是因为二维灰值像(核)的阴影(表面点集)是三维点阵, 所以设计一种空间数字编码技术在二维平面上表示有限的三维点集, 使二维系统能实现三维操作。

首先考虑灰值膨胀和腐蚀的几个性质:

1): 设 a 为一常量, 则

$$\left. \begin{aligned} f \oplus_f (g + a) &= f \oplus_b g + a, \\ f \ominus_f (g + a) &= f \ominus_b g - a, \\ (f + a) \oplus_f g &= f \oplus_b g + a, \\ (f + a) \ominus_f g &= f \ominus_b g + a \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

2) 设 f_{\min} 、 f_{\max} 、 g_{\min} 和 g_{\max} 分别表示 f 和 g 的最大和最小值, 对任一 (x, y) , 有:

$$\left. \begin{aligned} (f_{\min} + g_{\max}) &\leq f \oplus_f g(x, y) \leq (f_{\max} + g_{\max}), \\ (f_{\min} - g_{\max}) &\leq f \ominus_f g(x, y) \leq (f_{\max} - g_{\max}) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

根据 1), 保持图像或核的表面几何形状, 将所有像素的灰值都作适当的常量偏移, 经膨胀或腐蚀操作后可再将结果适当偏移得出原来结果。经偏移后的图像 f 有 M 个灰级 $0, 1, \dots, M - 1$, 结构核 g 有 N 个灰级 $1 - N, \dots, -1, 0, M$ 和 N 都是正整数。使结构核的最大灰值为 0 的目的在于根据 2), $f \oplus g$ 与 $f \ominus g$ 的范围与 f 一致。

如同阴影法, 也采用 f 的部分阴影代替全部阴影。核 g 的表面点集的各点 Z 坐标在 $1 - N$ 到 0 之间, 由定理一易知最少应取 f 的阴影中 Z 坐标在 0 到 $M - 1$ 之间的点才对膨胀结果的表面(即灰值膨胀的结果)无影响。对腐蚀而言, 这个范围是从 $1 - N$ 到 $M - 1$ 。输出结果在 Z 坐标从 0 到 $M - 1$ 的部分是所要求的部分阴影。可见对某一 (x, y) 坐标, f 的像素的有效部分阴影和 g 的像素的表面点都包括在平行 Z 轴的 Z 坐标从 $1 - N$ 到 $M - 1$ 的 $M + N - 1$ 个点中, 这列点是有限的, 若 XY 平面中的每一坐标都指示平面中沿某一方向的一列有限个点, 有限的三维点集(部分阴影或表面点集)就可压缩在二维空间里表示。

图 1 举例说明了基于上述想法的编码方法, 图 1(a)、1(b)分别是灰值结构核 g 和图像 f , $M = 4, N = 4$ 。因为 Z 坐标小于等于 0 的全部点都属于 f 的阴影, 所以 f 的每一像素在编码图形 f_b [图 1(d)]中只用 x 方向 $M - 1$ 个编码点表示, 白点(值为 1)的点数表示灰值。另外 x 方向相邻的像素间有 N 个隔离点, 这 N 个点根据对部分阴影大小的要求在膨胀操作时是黑点

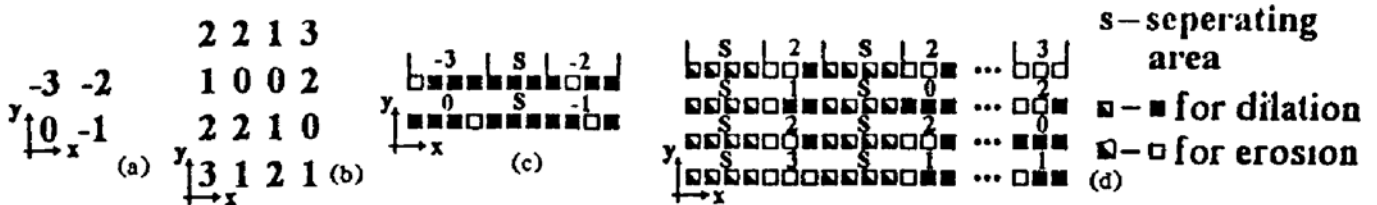


Fig. 1 Coding pattern of the greyscale image and structure element: (a) SE g ; (b) image f ; (c) g_b ; (d) f_b

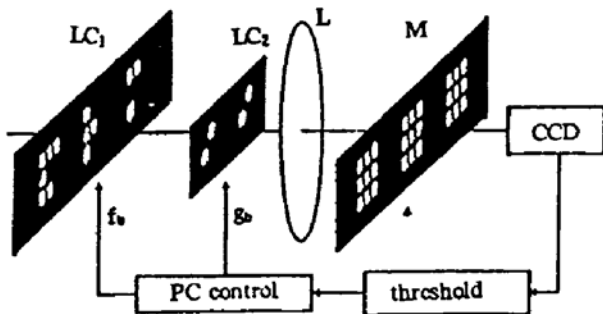


Fig. 2 The optoelectronic binary mathematical morphological system for implementing greyscale morphology

(值为 0), 在腐蚀操作时是白点。 g 的每一像素在编码图形 g_b [图 1(c)]中用 x 方向 N 个编码点表示; 灰值由白点的位置表示, x 方向相邻的像素间有 $M - 1$ 个隔离点。

图 2 是光学实现的系统图。液晶屏 LC_1 是用于显示 f_b 的空间光调制器, LC_2 显示 g_b 。采用扩展光源照明, 在透镜 L 的焦面上形成 f_b 和 g_b 的相关图形。模板 M 在焦面上屏蔽掉相关图中无关的隔离点, 只保留代表 Z 坐标从 0 到 $M - 1$ 的部分。相关图由 CCD 采样, 再由电子器件取

阈值后, 就得到操作结果的部分阴影编码图, 可以直接用于下一步操作或由控制系统转换为灰值图像, 并作适当偏置以求得真实结果。

对图 1 中的输入图像和结构核的数据做膨胀和腐蚀操作, 图 3(a)是膨胀操作的相关像的实验照片, 相关像的光强数据如图 3(b)所示, 是计算机模拟计算的, 虚线内表示应被屏蔽的像点。取阈值 0.5 后, 就得到膨胀结果的部分阴影的 2-D 编码图, 由计算机计算出最终结果, 如图 3(c)所示。

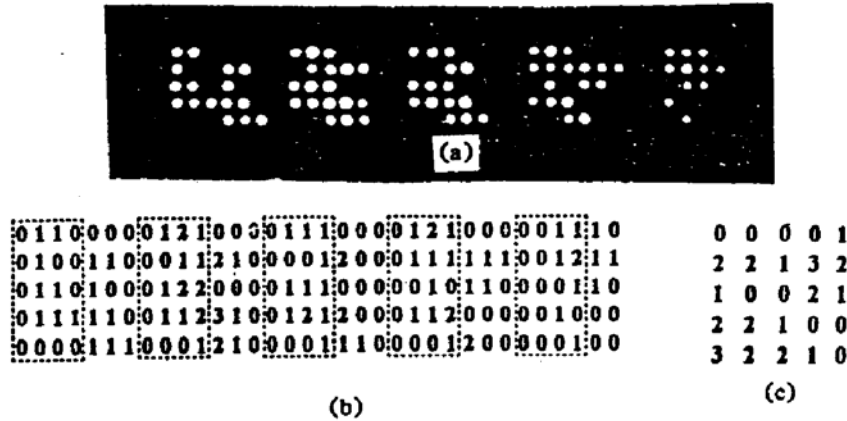


Fig. 3 Experiment result of the greyscale dilation

(a) photograph of the correlated image; (b) its intensity distribution; (c) final result

4 讨 论

发展了一种利用二值操作间接实现灰值数学形态学操作的算法。作为对阴影法定义的改进, 这种算法大大减少了二值互连的数量, 而算法的复杂程度没有加深, 同时保持了良好的可级联性。通过光学数字编码技术, 可以运用光学二值数学形态学系统来实现该算法。

二值互连的数量的减少给系统所带来的优点之一是相关图像的灰级数量减少了, 从而可能采用全光阈值器件, 加快处理速度。同时对腐蚀操作, 阈值由相关核的像素数决定, 采用像素数与灰值核相等的表面点集来代替像素数需要积分计算的部分阴影, 减少了计算量。对其他二值数学形态学系统, 采用这一算法, 也有很大便利。特别是对一些邻域互连的能力有限的系统。

对采用阴影表示或阈值分解灰值图像的处理系统, 其固有的缺点是存储效率低。但对灰值分辨率要求不高时, 例如目标识别任务, 这类方法还是有效的。本文的系统也属于这类情况。为了充分利用空间光调制器的容量, 可以将代表灰值的点列方向由 x 方向转为 x 轴 y 轴间的适当方向。

参 考 文 献

[1] G. Matheron, *Random Sets and Integral Geometry*, Wiley, New York, 1975

[2] J. Serra, *Image analysis and Mathematical Morphology*, Academic, New York, 1982

[3] P. Maragos, Tutorial on advances in morphological image processing and analysis. *Opt. Engng.*, 1987, 26(7) : 623~632

[4] S. R. Sternberg, Greyscale Morphology. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 1986, 35(3) : 333~355

[5] Z. Zhu, L. Liu, Optical implementation of greyscale morphological transforms. *Proc. SPIE*, 1992, 1814 : 274

~279

- [6] J. M. Hereford, W. T. Rhodes, Nonlinear optical image filtering by time-sequential threshold decomposition. *Opt. Engng.*, 1988, 27(4) : 274~279
- [7] R. Schaefer, D. Casasent, Optical implementation of gray scale morphology. *Proc. SPIE*, 1992, 1658 : 287~296
- [8] L. Liu, Optical implementation of parallel fuzzy logic. *Opt. Comm.*, 1989, 73(2) : 183~187
- [9] F. Y. Shih, O. R. Mitchell, Threshold decomposition of gray-scale morphology into binary morphology. *IEEE Trans. PAMI*, 1989, 11(1) : 31~41
- [10] Y. Wu, L. Liu, Z. Wang, Optical greyscale morphological transformations. *Chinese Journal of Lasers B*, 1993, B2 : 361~365
- [11] L. Liu, Optoelectronic implementation of mathematical morphology. *Opt. Lett.*, 1989, 14(10) : 482~484

Binary Algorithms of Grayscale Mathematical Morphology and Its Optical Implementation

Liang Feng Liu Liren Wang Binqun Wang Zhijiang

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800)

(Received 9 June 1994; revised 19 September 1994)

Abstract This paper presents an improving algorithm of grayscale morphological operations based on the definition by umbra. The main idea of the algorithm is to represent grayscale structure element by its top-surface-set, instead of its umbra. This greatly reduces the binary neighbourhood connection numbers. An optical binary morphological architecture of an incoherent correlator with threshold device is used for optical implementation, while spatial digital coding method is used to extend the 2D system to limited 3D operations.

Key words mathematical morphology, grayscale image, parallel processing.