

斯托克斯束的时空分布*

张梓华

仲志英

(北京邮电大学二系光通信教研室, (北京邮电大学环境电磁研究室,
北京 100088) 北京 100088)

摘要 基于在自由空间光束的分布是已知的条件下, 推导出适用于任意束分布的广义化的耦合波方程并得到一种计算受激拉曼散射(SRS)过程中泵浦束与斯托克斯束的时、空分布的简单方法。所得结果清楚地示明受激拉曼散射过程既能使斯托克斯信号得到放大, 又能使脉宽受到压缩。用该结果解释了光束整形的机理和产生条件。并指出受激拉曼散射效应在光通信中具有既能补偿吸收和散射引起的损耗, 又能补偿光纤色散引起的脉冲展宽的优点。

关键词 自由空间, 斯托克斯束时、空分布, 放大与整形因子, 脉冲展宽补偿。

1 引言

近来受激拉曼散射已获得越来越多的应用^[1~7], 在光通信中受激拉曼散射既可作信号放大、脉冲压缩, 也可用作行波调制。在这些应用中大部分情况下需要知道斯托克斯束的时、空分布特性。斯托克斯束的时间分布原则上可由已知的受激拉曼散射理论^[8,9]计算, 但只限于轴上的光。对空间分布, 迄今还没有表示泵浦束与斯托克斯束的关系的解析表达式。Perry 等^[10]曾提出一个计算斯托克斯束空间分布的方法, 缺点是该方法计算复杂、而且忽略了泵浦光的损耗与倒空、在大增益时计算结果会严重偏离实际。本文提出一种计算斯托克斯束空间分布的简单方法。首先假定泵浦束和斯托克斯束在自由空间的时、空分布是已知的, 然后将场的空间总变化看成为场本身的固有变化与非线性极化引起的变化之和, 对原有的耦合波方程引入与前者有关的修正项、再计算受激拉曼散射效应作用后的斯托克斯波的时、空分布。所谓“自由空间”即无非线性极化, 无能量交换的理想空间。在该空间中斯托克斯束与泵浦束的分布完全是由初始条件和光波传播规律决定。虽然我们只限于讨论受激拉曼现象, 但其计算法亦可用来处理其他非线性光学问题以求得诱导波的时、空分布信息。

2 耦合波方程与解:

由麦克斯韦方程组和慢变振幅近似可得到非平面电磁波 E 在均匀非线性介质中传播的方程是:

* 本课题得到安徽省科委的部份资助。

收稿日期: 1994年5月2日; 收到修改稿日期: 1994年9月12日

$$\nabla_z^2 E(r, \psi, z) - 2ki \frac{\partial}{\partial z} E(r, \psi, z) = \frac{4\pi\omega^2}{c^2} P^{NL}(\omega, r, \psi, z) \quad (1)$$

式中 $k = n\omega/c$, n 为折射率, ω 为角频率, c 为光速, ∇_z^2 为拉普拉斯算子的横向分量, P^{NL} 为非线性极化率。由于 ∇_z^2 项不为零, 一般说来, 对非平面波很难求得方程(1) 的解。本文介绍一种简单的求解方法。在(1) 式中如果令 $P^{NL} = 0$, 则有

$$\nabla_z^2 E(r, \psi, z) = 2ki \frac{\partial}{\partial z} E(r, \psi, z) |_{z=0} \quad (2)$$

脚标 $p = 0$ 代表无极化现象。在自由空间, 泵浦束与斯托克斯束的形状是完全可以知道的, 因此可将受激拉曼散射的耦合波方程写成为:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} E_s(r, \psi, z) &= \frac{\partial}{\partial z} E_s(r, \psi, z) |_{z=0} + G_0 E_p^2(r, \psi, z) E_s(r, \psi, z) \\ \frac{d}{dz} E_p(r, \psi, z) &= \frac{\partial}{\partial z} E_p(r, \psi, z) |_{z=0} + \frac{\omega_p}{\omega_s} G_0 E_s^2(r, \psi, z) E_p(r, \psi, z) \end{aligned} \quad (3)$$

或者

$$\frac{d}{dz} E_s^2 = \frac{\partial}{\partial z} E_s^2 |_{z=0} + G_0 E_p^2 E_s^2, \quad \frac{d}{dz} E_p^2 = \frac{\partial}{\partial z} E_p^2 |_{z=0} + \frac{\omega_p}{\omega_s} G_0 E_s^2 E_p^2 \quad (4)$$

脚标 p, s 分别代表泵浦光和斯托克斯光。对方程(3), (4) 式可作如下解释: 在非线性介质中传播的电场 E 应是空间坐标 r, ψ, z 和非线性极化 P 的复合函数, 电场 E 的总变化 dE/dz 应包括两项: 即由位置变化引起的项(等式右边第一项)和非线性极化引起的项(等式右边第二项); 在平面波的情况第一项为零(无吸收的情况)或为 $-\alpha E^2$ (α 是吸收系数)。所以方程(3), (4) 可看作为广义化的受激拉曼散射耦合波方程。由于激光线宽很小, 增益系数 G_0 几乎与波长无关, 故无需考虑多模激光中的频差, 只需考虑其空间分布。从方程(4)可以解得^[11]

$$E_p^2(r, \psi, z) + \frac{\omega_p}{\omega_s} E_s^2(r, \psi, z) = [E_p^2(r, \psi, z) + \frac{\omega_p}{\omega_s} E_s^2(r, \psi, z)] |_{z=0} = I(r, \psi, z) \quad (5)$$

以及

$$\begin{aligned} E_s^2(r, \psi, z) &= \frac{\omega_s}{\omega_p} \frac{I(r, \psi, z)}{1 + \frac{\omega_s}{\omega_p} \frac{E_p^2(r, \psi, z) |_{z=0}}{E_s^2(r, \psi, z) |_{z=0}} \exp \left[-\sigma_0 \int_0^z I(r, \psi, z) dz \right]} \\ E_p^2(r, \psi, z) &= \frac{I(r, \psi, z)}{1 + \frac{\omega_p}{\omega_s} \frac{E_s^2(r, \psi, z) |_{z=0}}{E_p^2(r, \psi, z) |_{z=0}} \exp \left[-\sigma_0 \int_0^z I(r, \psi, z) dz \right]} \end{aligned} \quad (6)$$

方程(5)的含义是在受激拉曼散射过程中的总光子数守恒。 $E_p^2(r, \psi, z) |_{z=0}$ 与 $E_s^2(r, \psi, z) |_{z=0}$ 是泵浦波与斯托克斯波在自由空间的形状, 它们完全由初值条件所决定。在前面的推导过程中, 对 $E_s |_{z=0}$ 波的起源并未作任何规定, 它既可来由于空间的噪音光子, 还可起因于一输入的弱种子信号波。对于前者有 $[E_s^2(r, \psi, z) / E_s^2(r, \psi, z) |_{z=0}] \approx E_s^2(0) / E_s^2(0)$, 它几乎为一很小的定值。而当 $E_s |_{z=0}$ 为一弱输入信号时, 计算可取 $[E_s^2(z) / E_s^2(z) |_{z=0}] = [W_s(0) / W_s(z)]^2 [W_s(z) / W_s(0)]^2 [E_p^2(0) / E_p^2(0)]$ 。式中 W_s 和 W_p 分别为泵浦束和斯托克斯束的束腰。可见在非平面波的情况下, 只要将 E_s 和 E_p 表成坐标 r 和 ψ 的函数, 原先得到的公式^[11]仍可使用。

3 讨 论

因为在讨论中除认为电波 E 应满足慢变振幅近似条件外，分布形状是任意的。在非线性增益系 G_0 给定的情况下，任何时刻、任何地点输出斯托克斯束与泵浦束的时、空分布均可由(6)式求出。在求斯托克斯束的时间分布时只需假设(6)式中的 E_p 和 E_s 是时间 t 的函数，并可写成为

$$E_i(r, \psi, z, t) = E_i(r, \psi, z) G_i(t) \quad (i = p, s) \quad (7)$$

式中 $G_i(t)$ 表示电磁波 E 的脉冲形状的归一化函数。从 $E_s(t)$ 的脉冲形状根据(6)式可以求得 $E_p(t)$ 的脉冲形状。在假设 $G_s(t)$ 为高斯型的情况下所作计算表明， $G_s(t)$ 的波形及脉冲宽度与泵浦束的强度，斯托克斯种子波的初始形状及空间位置有关。根据已知的受激拉曼散射理论^[12]，当受激拉曼散射工作在非饱和增益区时， $G_s(t)$ 的波形也近似为高斯型，但宽度比 $G_p(t)$ 窄而且也比它原先的形状窄，即出现脉冲压缩减现象。当受激拉曼散射工作在饱和增益区时， $G_s(t)$ 的波形在中央部分与 $G_p(t)$ 一致，在边缘部分由于达不到饱和，幅度急剧下降。对于泵浦束与斯托克斯束的空间分布关系的讨论可假设电场 E 和时间无关利用(6)式进行计算。在计算时先假设泵浦束为 TEM_{00} 模，而斯托克斯束起因于噪音光子，取池长 1 m，增益取不同值，计算结果如图 1 所示，为比较起见在图 2 中绘出了 Perry 的计算结果。可以看到在低增益时两种结果比较相似，只是由 Perry 法得到的斯托克斯束稍宽一些。在大增益的情况下，两种结果明显不同，用本文的计算方法得到的结果表明，此时在泵浦束的中心会出现因倒空而引起凹陷，与实际观察到的现象一致，Perry 法并不能计算泵浦束的变化。泵浦波为其他模式时的斯托克斯束的空间分布也完全由(6)式给出，这里就不一一进行计算了。与 Perry 的方法相比，本文方法的优点是：计算简单而且更接近于实际。

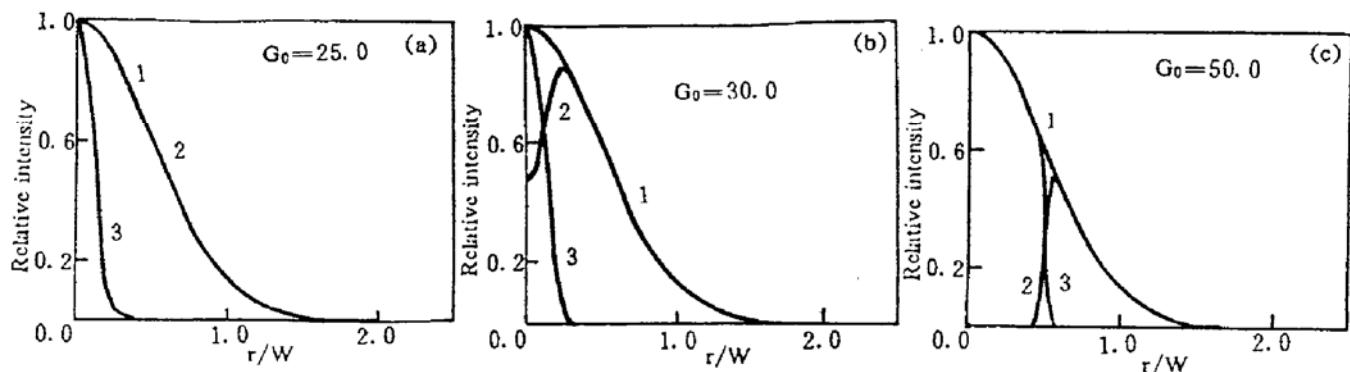


Fig. 1 Intensity distribution of pump and stokes obtained by our method

1: normalized intensity distribution of input pump beam

2: intensity distribution of output pump beam

3: normalized intensity distribution of output stokes beam

根据上述讨论也可以给光束整形(Beam clean-up)以更清楚的解释并给出整形所必须满足的条件用来指导实践。所谓光束整形，即利用受激拉曼散射技术使输入的质量不高的弱光束变为质量很高且被增强了的光束。因为高质量的强光束有许多用途，故光束整形技术深为激光应用科技工作者所感兴趣。为进一步阐明光束整形的机理，对(6)式作如下的讨论：

1) 当 $\left| \frac{\omega_s E_p^2(r, \psi, z)}{\omega_p E_s^2(r, \psi, z)} \right|_{r=0} \exp \left\{ -G_0 \int_0^z I(r, \psi, z) dz \right\} \ll 1$ 时，有 $E_p^2(r, \psi, z)|_{r=0} \ll E_s^2(r, \psi, z)|_{r=0}$ ，

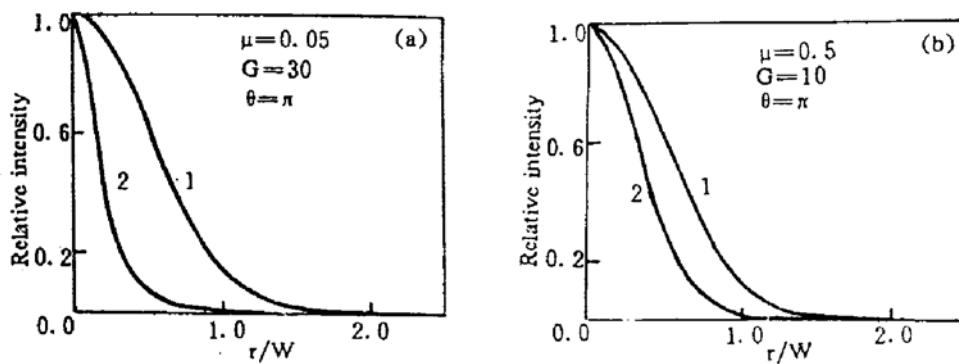


Fig. 2 Intensity distribution of pump and Stokes beam obtained by Perry (ref. 10)

G is plane-wave gain, meaning of μ and θ in ref. 10

1: Stokes beam; 2: pump beam

或者增益甚大, $\exp \left\{ G_0 \int_0^z I(r, \psi, z) dz \right\} \gg \frac{E_s^2(r, \psi, z)}{E_s^2(r, \psi, z)|_{r=0}}$, (6)式给出

$$E_s^2(r, \psi, z) = E_s^2(r, \psi, z)|_{r=0} + \frac{\omega_s}{\omega_p} E_p^2(r, \psi, z)|_{r=0} \quad (8)$$

2) 当 $\frac{\omega_s E_p^2(r, \psi, z)}{\omega_p E_s^2(r, \psi, z)}|_{r=0} \exp \left\{ -G_0 \int_0^z I(r, \psi, z) dz \right\} \approx 1$ 时, 此时有 $E_p^2(r, \psi, z)|_{r=0} \approx E_s^2(r, \psi, z)|_{r=0}$, 而且增益亦不太强; 或泵浦光很强, 增益几乎达到饱和。(6)式给出:

$$E_s^2(r, \psi, z) \approx \frac{1}{2} [E_s^2(r, \psi, z) + \frac{\omega_s}{\omega_p} E_p^2(r, \psi, z)]|_{r=0} \quad (9)$$

3) 当 $\frac{\omega_s E_p^2(r, \psi, z)}{\omega_p E_s^2(r, \psi, z)}|_{r=0} \exp \left\{ -G_0 \int_0^z I(r, \psi, z) dz \right\} \gg 1$ 时, 因为 $\exp \left\{ -G_0 \int_0^z I(r, \psi, z) dz \right\}$ 的最大值为 1, 故此时要求 $E_p^2(r, \psi, z)|_{r=0} \gg E_s^2(r, \psi, z)|_{r=0}$ 在此情况下(6)式给出:

$$E_s^2(r, \psi, z) = E_s^2(r, \psi, z)|_{r=0} \exp \left\{ G_0 \int_0^z I(r, \psi, z) dz \right\} \quad (10)$$

从上面的讨论可以看到: 在情况 1) 和 2), 斯托克斯束的质量均得不到改善, 也就是说在这两种情况下不可能发生光束整形。只有在情况 3) 下, 此时输出斯托克斯束的分布为两个函数的乘积, 由于函数 $\exp \left\{ G_0 \int_0^z I(r, \psi, z) dz \right\}$ 的值恒大于 1 和具有一定的空间分布, 所以斯托克斯信号既能被放大也可得到束质量的改善, 即整形。我们称函数 $\exp \left\{ G_0 \int_0^z I(r, \psi, z) dz \right\}$

与增益值的关系如图 3 所示。由于此时 $I(r, \psi, z) \approx E_p^2(r, \psi, z)|_{r=0}$ 且该因子出现在指数上, 所以泵浦束对输出斯托克斯束的空间分布的控制作用是相当强的。 $E_s^2(r, \psi, z)|_{r=0}$ 代表种子束。因为情况 3) 对应于非饱和工作状态, 增益不允许太高

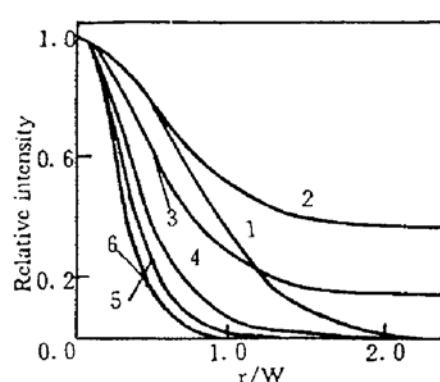


Fig. 3 spatial distribution of clean-up factor in different gain

1: distribution of pump beam; 2: in gain 8.7 dB; 3: in gain 17.4 dB; 4: in gain 34.7 dB; 5: in gain 52 dB; 6: in gain 69.5 dB

(一般为几十分贝), 由此得到的另一结论是:既然要求光束被整形就不能要求有高的转换效率。因为此时只能有一小部分泵浦光子转化为斯托克斯光子。(10)式的函数乘积表明, 如果种子束是衍射极限的, 经放大后的光束也保持衍射极限的充要条件是 $\exp \{G_0 \int_0^z I(r, \psi, z) dz\}$ 函数不引起附加的增宽, 该条件只有函数 $\exp \{G_0 \int_0^z I(r, \psi, z) dz\}$ 在 $E_s(r, \psi, z)$ 不为零的区间内保

持平稳, 或沿径向单调下降才能得到满足。显而易见, 采用宽的低阶模的共线泵浦束可使空间分布不理想的种子束被整形为近于衍射极限的低阶模光束并得到放大。计算亦表明, 整形效果对偶次阶($m = 0, 2, 4 \dots$)模的种子束最为明显, 且输入泵浦束的光强应甚大于种子光强, 斯托克斯光的增益应为几十分贝。当泵浦束的径向分布不是单调下降时(如准分子激光束), 这时可采用交叉泵浦方式来造成一个均匀增益区(单一泵浦束), 或沿 r 方向单调下降的增益区(多个束交叉泵浦)。在后一情况下放大、增益因子中的 $I(r, \psi, z) = \sum I_i(r, \psi, z)$, ($i = 1, 2, 3 \dots$), i 为泵浦束的序号。显然, 这种束交叉法实际上是牺牲了泵浦束与种子束的相互作用区的长度, 从而减低了能量转换效率。由此可见, 在光束整形时不应追求高的能量转换效率。上述讨论亦完全适用于斯托克斯束的时间分布, 此时只要认定泵浦是时间 t 的函数, 可表成为 $E(e, \psi, z) G(t)$ 的乘积形式即可。从原则上讲, 在光通信中受激拉曼散射在使信号得到放大的同时也能使信号的脉宽受压缩。即受激拉曼散射既可补偿因损耗引起的信号衰减, 又可补偿光纤色散引起的脉冲增宽。受激拉曼散射的这一双重优点在光孤子通信中已被注意到^[13]。

结束语 本文根据推导得到的适用于任何波形分布的广义化的受激拉曼散射耦合波方程, 提出了一种简单易行的计算斯托克斯束的时间与空间分布的方法。分析表明在非饱和增益状态下, 斯托克斯束除获得增益外, 其时、空分布均受到压缩。基于受激拉曼散射过程的这一特点, 对光束整形的机理与需满足的条件进行了详细的分析, 并指出在利用受激拉曼散射进行光束整形时不可能要求有很高的转换效率, 否则整形效果不佳。最佳整形条件是输入泵浦束强度甚大于种子束的强度, 增益为几十分贝, 且满足条件 3)。文中亦指出像受激拉曼散射这类非线性光学现象呈现出的增益和脉冲压缩并存的效应, 亦可用于光通信中用来同时既补偿传输中因损耗引起的信号衰减, 又可补偿因光纤色散引起的脉冲增宽。这不仅可用于一般光通信、而且可用于光孤子通信。

参 考 文 献

- [1] 金春植, 林太基, 吴序华等, $16 \mu\text{m}$ 仲氢受激拉曼激光器。中国激光, 1988, 15(8): 462
- [2] L. R. Marshall, J. A. Piper, Transient stimulated Raman scattering in lead vapor. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1990, QE-26(6): 1098
- [3] K. Ludewight, W. Pfingsten, C. Mohlmann et al., High-power vacuum-ultraviolet anti-Stokes Raman laser with atomic selenium. *Opt. Lett.*, 1987, 12(1): 39
- [4] H. F. DoBele, M. Rowekamp, B. Ruckle, Amplification of 193 nm radiation in argon-fluoride and generation of tunable VUV radiation by high-order anti-stokes Raman scattering. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1984, QE-20(11): 1284
- [5] J. Reintjes, R. H. Lehmburg, R. S. F. Chang et al., Beam cleanup with stimulated Raman scattering in the intensity averaging regime. *J. O. S. A. (B)*, 1986, 3(10): 1408
- [6] Hartmut. Gruhl, Richard Sigel, Stimulated Raman forward scattering with divergent or convergent pump beam. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1984, QE-20(9): 1065
- [7] C. R. Menyuk, Transient solitons in stimulated Raman scattering. *Phys. Rev. Lett.*, 1989, 62(25): 2937

- [8] N. Bloembergen, *Nonlinear Optics*, Benjamin/Cummings Publishing Company Inc. 1965 : 102
- [9] Y. R. Shen, *The Principles of Nonlinear Optics*, New York John Wiley & Sons 1984 : 141
- [10] B. N. Perry, P. Rabinowitz, M. Newstein, Wave propagation in media with focused gain. *Phys. Rev. A*, 1983, 27(4) : 1989
- [11] 张梓华, 张华安, 仲志英, 聚焦束泵浦受激拉曼散射中的聚焦参数和其对转换效率的影响。光学学报, 1991, 11(3) : 235
- [12] 张梓华, 张华安, 受激拉曼散射增益异常的多过程竞争解释。科学通报, (中文版)1992, 37(5) : 462; (英文版)1993, 38(2) : 111
- [13] 陈智浩, 蔡声镇, 光孤子中双光子吸收与喇曼放大。光通信技术, 1992, 16(33) : 195

Temporal and Spatial Distribution of Stokes Beam

Zhang Zihua Zhong Zhiying

(Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100088)

(Received 2 May 1994; revised 12 September 1994)

Abstract Based on the well known optical beam distribution in free space a generalized stimulated Raman scattering (SRS) coupled wave equation is deduced and a simple method to calculate the temporal and spatial distribution of pump beam and Stokes beam in SRS is proposed in the paper. The results obtained by this method show that, for SRS Stokes beam, not only the intensity is enhanced but also the pulse duration can be compressed. The principle and conditions being satisfied for beam clean-up are discussed. The merits of SRS in optical communications for compensating both the intensity loss and pulse expanding due to fiber dispersion are emphasized.

Key words free space, temporal and spatial distribution, amplification and cleanup factor, compensation of pulse duration expanding.