

# 一种新的相位测量轮廓术

赵宏 陈文艺 谭玉山

(西安交通大学机械系激光红外应用研究所, 西安 710049)

**摘 要** 首次提出了变精度二次测量轮廓术, 利用这一技术, 在相位恢复过程中, 对有断点及边界区域也能得到正确的去包裹相位值。文中讨论了相位恢复的误差容限。最后, 把这一技术用于三维面形测量中, 并得到了较好的实验结果。

**关键词** 三维轮廓术, 变精度二次测量, 相移。

相位测量轮廓术在三维面形测量中得到了广泛的研究<sup>[1~3]</sup>。在测量中所记录的光强信息是相位的周期函数, 因此, 不论用相移法或傅里叶变换法解调其相位, 得到的相位值仅仅是原理相位值, 其值在 $-\pi$ 到 $\pi$ 之间(当用反正切函数时)。为了获得其真实相位值, 就必须进行相位去包裹处理。以往的相位去包裹算法尽管很多<sup>[4~6]</sup>, 但是其根本原理几乎都是根据相邻点之间相位值变化的特点来进行相位去包裹, 所以当相位图中出现断点和在边界区域时, 这些方法很难得到正确的结果, 并可能使整个相位图的恢复失败。

本文提出的方法与以往的相位去包裹算法有着本质的不同, 通过对被测物体进行两次测量后, 得到两幅具有不同精度的原理相位图, 其中一幅相位图仅有零级条纹, 然后就可借助它对另一幅具有较高测量精度的相位图进行去包裹处理。在整个处理过程中, 始终是各点独立地进行去包裹处理, 不需要借助其它各点的相位信息来进行判断。因此在有断点出现或边界区域也能得到可靠的结果。本文详细介绍了这一方法, 并把它用于三维面形测量中。

## 1 相位解调原理

图1是一相移三维面形测量系统。当一正弦光场投影到三维物体表面时, 光场受物表面形状调制后的变形光场的数学表达式可表示为:

$$I(x, y) = R(x, y)[A(x, y) + B(x, y)\cos \varphi(x, y)] \quad (1)$$

式中 $R(x, y)$ 为一个与物表面的光学特征有关的物理常数,  $A(x, y)$ 为背景光强,  $B(x, y)/A(x, y)$ 为对比度,  $\varphi(x, y)$ 为相位, 它是物表面高度 $H(x, y)$ 的函数。下面利用相移算法<sup>[7~8]</sup>对(1)式中的相位 $\varphi(x, y)$ 进行解调, 相移量分别为 $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ 。这样

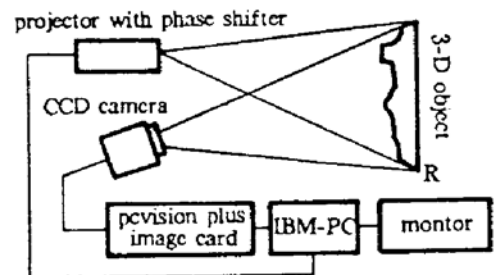


Fig. 1 General block diagram for a shape measurement system

就得到以下四个等式：

$$\begin{aligned} I_1 &= R(A + B\cos \varphi), & I_2 &= R(A - B\sin \varphi), \\ I_3 &= R(A - B\cos \varphi), & I_4 &= R(A + B\sin \varphi). \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{由(2)式可得到:} \quad \varphi = \arctg [(I_4 - I_2)/(I_1 - I_3)] \quad (3)$$

## 2 相位去包裹原理和误差容限分析

由于反正切函数的值域是  $-\pi$  到  $\pi$  之间，因此，从(3)式得到的相位值实际上是模为  $2\pi$  的原理相位值，其真实相位值为：

$$\Phi(x, y) = \varphi(x, y) + 2\pi n(x, y) \quad (4)$$

式中  $n(x, y)$  为整数。从(4)式可以看出，相位去包裹处理实际上是确定  $n(x, y)$  的过程。为了确定  $n(x, y)$  的值，利用(2)式、(3)式在原来的光学系统下对被测物体进行第二次测量，得到另一幅相位条纹图  $\theta(x, y)$ ，这次测量采用较低的测量精度，以便使所得到的相位条纹图  $\theta(x, y)$  仅有零级条纹。换句话说，就是其原理相位值等于其真实相位值，不需要进行去包裹处理。由于两次测量时光学系统不变，其精度的改变仅仅是通过改变投影光栅的光栅常数来实现的，因此，被测物体上任意点在两幅相位图上有相同的物理坐标。同时因为物体表面高度与相位之间的线性关系，所以由相位  $\Phi(x, y)$ 、 $\theta(x, y)$  得到的物体表面上任意点  $P(x, y)$  相对于参考平面的高度  $H(x, y)$  可表示为：

$$H(x, y) = K_1\Phi(x, y), \quad H(x, y) = K_2\theta(x, y) \quad (5)$$

式中  $K_1$ 、 $K_2$  分别为与测量系统结构有关的常数，从(4)式可以看出  $n(x, y)$  为相位图  $\varphi(x, y)$  的条纹级数，根据(4)式、(5)式可以得到：

$$n(x, y) = (INT)\left[\frac{\Phi(x, y)}{2\pi}\right] = (INT)\left[\frac{H(x, y)/K_1}{2\pi}\right] = (INT)\left[\frac{K_2\theta(x, y)}{K_1 2\pi}\right] \quad (6)$$

式中  $(INT)(\cdot)$  是取整操作，从(6)式可以看出当  $K_2/K_1$  为已知时， $n(x, y)$  可以很容易求出。但是，由于上述过程是用低精度相位分布来确定一高精度相位分布的条纹级数，必然会产生不相容误差，特别是当(6)式中的参数接近整数时， $\theta(x, y)$  的误差对  $n(x, y)$  值的误差影响更灵敏。因此，必须对(6)式得到的  $n(x, y)$  的结果进行修正。这里设点  $P(x, y)$  由两次不同测量精度下测得的高度之差为：

$$\varepsilon(m) = K_1[\varphi(x, y) + 2m\pi] - K_2\theta(x, y) \quad [m = n(x, y), n(x, y) \pm 1] \quad (7)$$

显然，(7)式中  $m$  必然存在一个值  $m_0(x, y) \in [n(x, y) \pm 1]$  使得  $\varepsilon(m)$  取最小值，则  $m_0(x, y)$  就是  $\varphi(x, y)$  的精确条纹级数值。这样，就可以得到点  $P(x, y)$  的精确的相位去包裹值。

$$\Phi(x, y) = \varphi(x, y) + 2m_0(x, y)\pi \quad (8)$$

从(6)式可以看出，当  $n(x, y)$  出现误差时，其最小值为 1，也就是说，在相位去包裹的结果值  $\Phi(x, y)$  中产生一级条纹的误差，因此，为了使(7)式得到正确的结果，则由于低精度相位图与高精度相位图产生的不相容误差的允许值为 0.5 级条纹。

在实验中，取  $S = 500 \text{ mm}$ ， $d = 200 \text{ mm}$ ， $f_1 = 2$ ， $f_2 = 0.5$ 。被测物体的最大高度为 20 mm，因此当使用(5)式时，其最大的非线性误差大约为 4%，同时在实验中测得低精度相位分布图的最大角误差小于  $15^\circ$ ，因此，由非线性误差与测量误差之和产生的总误差在低精度相位分布图  $\theta(x, y)$  中大约是 0.08 级条纹，同时，由于  $K_2/K_1 = f_1/f_2 = 4$ ，因此，这一误差将在高精度相位图  $\varphi(x, y)$  中产生 0.32 级条纹的不相容误差，显然这一误差小于 0.5 级条纹的

允许误差值, 所以其去包裹相位结果是可靠的。

### 3 $K_1, K_2$ 的确定

图 2 是一投影和成像系统的几何光路,  $P$  为投影系统的出瞳中心,  $I$  为成像系统的入瞳中心。  $G$  为空间频率  $f$  的正弦光栅, 而光栅线的方向垂直于图表面方面。  $D_c$  是一个 CCD 摄像机, 其扫描方向沿  $x$  轴方向。通过摄像机  $D_c$  可以测得参考平面上  $C$  的相位  $\varphi_c$  和物体上  $D$  点的相位  $\varphi_D$ , 由于物体上  $D$  点与参考平面上  $A$  点有相同的相位, 即  $\varphi_D = \varphi_A$ 。所以有:

$$\overline{AC} = \varphi_{cD} / (2\pi f) \quad (9)$$

式中  $\varphi_{cD}$  是物体上  $D$  点相对于参考平面  $C$  点的位相差值, 其值可由 (3) 式求出。由于  $\triangle PDI \sim \triangle ADC$ , 则物体上  $D$  点相对于参考平面的高度值为:

$$h(x, y) = \frac{s \overline{AC}}{d(1 + \overline{AC}/d)} \quad (10)$$

式中  $d, s$  为图 2 所示的距离。由于在实际中  $d \gg \overline{AC}$  且将 (9) 式代入 (10) 式得:

$$K_1 = S/2\pi f_1 d, \quad K_2 = S/2\pi f_2 d \quad (12)$$

式中  $f_1, f_2$  分别为两次测量时光栅的空间频率。

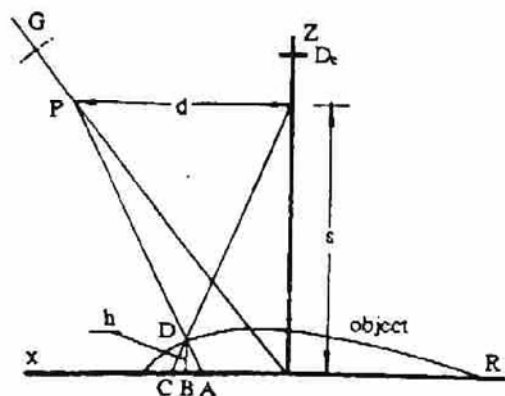


Fig. 2 Geometry of projecting and imaging a grating pattern on the object

## 4 实验结果与系统性能分析

### 4.1 实验结果

在实验光路系统中, 两次测量时所用投影光栅的栅距分别为 0.5 mm, 2mm。摄像机垂直于参考平面  $R$ , 投影仪与摄像机之间的夹角为  $45^\circ$ , 且两者间的距离  $d = 200$  mm。投影仪、摄像机与参考平面之间的距离  $S = 500$  mm。变形光场由 CCD 摄像机摄入, 其输出信号经 pcvision/plus 图像卡转换为数字图像, 每帧图像的采样时间为  $1/25$  s。在计算机控制下, 用相移技术把变形光场的相位解调出来。由于图像卡有两帧  $512 \times 512 \times 8$  位存储空间, 所有的计算, 数据传递, 存贮等都在内存和帧存之间进行, 使处理速度非常快, 整个测量过程仅需 8 min 左右。

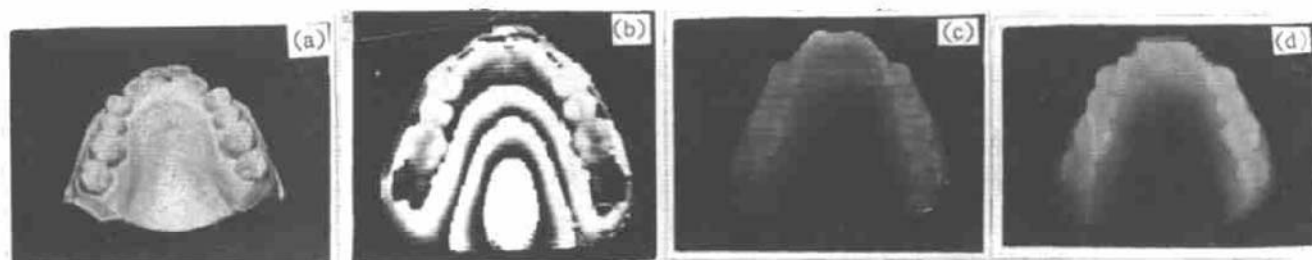


Fig. 3 Exemplary measurement: (a) object, (b) the wrapped phase with many order fringes, (c) wrapped phase with only zero order fringe, (d) the unwrapped phase using the current

图 3 是一个实验例子, 被测物体为一个人牙的石膏模型, 其被显示在图 3(a)。图 3(b),

图 3(c)分别是两幅不同精度下测得的包裹相位图，从图 3(c)可以看出其仅有零级条纹。图 3(d)是图 3(b)的去包裹相位图，同时，把图 3(d)的三维图形显示在图 4 上。

#### 4.2 系统性分析

由于系统采用投影光栅来获取三维信息，并且通过相移法来解调相位，因此要求被测物体表面为漫反射表面或近似的漫反射表面。而对被测物体表面的法向方向没有任何限制。系统的测量精度由以下几方面决定。1) 相移误差。由于相移器采用一高精度的位移平台，其产生的相移误差非常小，仅仅 1/1000。2) 光栅频率。光栅频率越大，测量精度越高，但是当光栅频率太高时，光栅的精度将对测量有很大的影响，且难以加工高精度的光栅。3) 摄像机与投影仪之间的夹角。这个夹角越大，系统的分辨率越高，但是其测量范围越小，且易产生测量死角。这个夹角可很据实际测量需要选取。在本文中对该系统的测量精度进行考查，得该系统的空间分辨率为 0.01 mm。

**结 论** 这种技术在三维面测量中不受物体形状的限制，可以对复杂的形状进行测量。实验结果表明，这一方法简单实用，具有较高的测量精度。在相位恢复过程中，不需要确定条纹中心和条纹级数判别，因此该技术可望在自动加工，实物仿形，医疗，产品外观质量检测等许多领域得到应用。

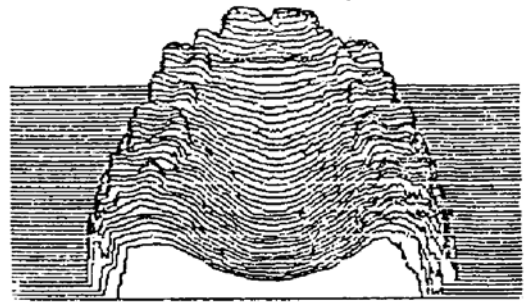


Fig. 4 Three-dimensional plot of the reconstructed surface of the object

#### 参 考 文 献

- [1] Maurice Halioua, Hsin-Chu Liu, Optical three-dimensional sensing by phase measuring profilometry. *Optics and Lasers in Engineering*, 1989, 11(3): 185~215
- [2] V. Srinivasan, H. C. Liu, Maurice Halioua, Automated phase-measuring profilometry; a phase mapping approach. *Appl. Opt.*, 1985, 24(2): 185~188
- [3] Shouhong Tang, Yau Y. Hung, Fast profilometer for the automatic measurement of 3-D object shapes. *Appl. Opt.*, 1990, 29(20): 3012~3018
- [4] Donald J. Bone, Fourier fringe analysis; the two-dimensional phase unwrapping problem. *Appl. Opt.*, 1991, 30(25): 3627~3632
- [5] William W. Macy, Jr, Two-dimensional fringe-pattern analysis. *Appl. Opt.*, 1983, 22(23): 3898~3901
- [6] Dennis C. Ghiglia, Gary A. Mastin, Louis A. Romero, Cellular-automata method for phase unwrapping. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1987, 4(1): 267~280
- [7] J. H. Bruning, J. E. Gallagher, D. P. Rosenfeld *et al.*, Digital wave front measuring interferometer for testing optical surfaces and lenses. *Appl. Opt.*, 1974, 13(11): 2693~2703
- [8] Koliopoulos, C. L., Interferometric optical phase measurement techniques. *Ph. D. Thesis, Univ. of Arizona*, 1981

### A Novel Phase Measuring Profilometry

Zhao Hong      Chen Wenyi      Tan Yushan

(Department of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

(Received 6 January 1994; revised 4 July 1994)

**Abstract** A new method is presented to acquire 3D profile of an object by measuring the object twice. This technique can produce a correct unwrapping in the presence of discontinuities in the process of phase restoring. We introduce it into the measurement of a 3D object shape and obtain satisfactory experimental results.

**Key words** three-dimensional profilometry, two step measurement, phase shift.