

90°束转动环形非稳腔模场数值分析*

魏在福 王润文 王之江

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘 要 用矩阵方法导出了 UR90(unstable ring resonator with 90° beam rotation) 环形非稳腔的衍射积分方程, 获得了腔的等价菲涅耳数 N_{eq} 的关系公式, 分析了反向模的抑制方法并给出反向模抑制镜的曲率半径, 通过数值计算的方法阐明了腔模本征值与放大因子 M 的变化关系, 当腔的放大因子 $M=1.2$ 时, 得到了腔的模场分布曲线。

关键词 UR90 环形非稳腔, 本征值, 模场数值分析。

1 引 言

传统非稳腔难以从低增益介质中耦合输出高光束质量的激光束^[1], 而且环状输出光束将降低其远场分布图样的中心光亮度^[2]。对单程增益较小的激光介质, 利用 UR90 环形非稳腔可以有效地获得实心激光束输出^[3], 而且 UR90 环形非稳腔为行波腔, 其输出光斑大小和形状只决定腔的放大率 M , 即使放大因子较小的情况下, UR90 环形非稳腔也可以获得近衍射极限的光束质量^[4]。此外, 由于光束在 UR90 环形非稳腔内传播时, 可使光束顺时针旋转 90°, 从而产生对激光增益介质的空间自平均效应^[3], 这将大大改善因增益介质分布不均匀所造成光束质量的降低, 这一特性将有利于改善横流气体激光器的光束质量, 特别是对具有大体积低增益介质的化学激光器^[5]将有应用价值。

2 UR90 环形非稳腔模场

UR90 环形非稳腔的示意结构如图 1 所示, 光束在反射镜 M_1M_2 和 M_3M_4 组成的环形腔内环行一周后, 将以光轴为转轴顺时针旋转 90°, 同时被扩束望远镜(M_5M_6)放大 M 倍, 一部分光被耦合镜 M_7 输出腔外, 剩余部分光继续沿顺时针在腔内传播、旋转、放大。若选取耦合镜的位置为参考平面, 对 x 和 y 方向具有不同放大率(M_x, M_y)的光学系统, 参考平面处的光斑大小和形状以及坐标选取如图 2 所示, 其中, 光轴位置 O 为坐标原点。

由于 UR90 环形非稳腔耦合输出方形光斑, 其场矢量可分解为 x 方向与 y 方向的两矢量分量之积, 并表示为:

$$u(x, y) = u(x)v(y) \quad (1)$$

由图 2 知, 沿 x 方向的场矢量 $u(x)$ 与刀口方向垂直, 从而将被部分耦合输出, 剩余部分被反

* 本项目获得 863-410-4 基金资助。

收稿日期:1995年1月19日; 收到修改稿日期:1995年3月8日

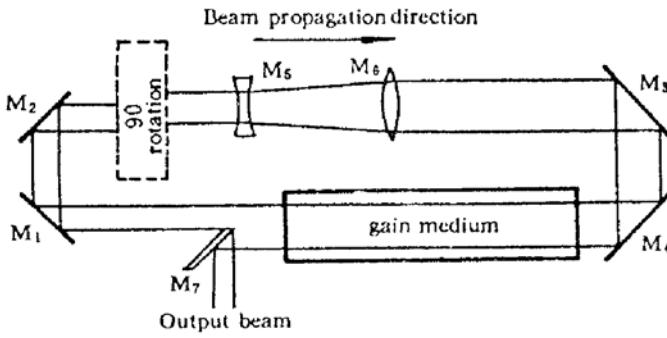


Fig. 1 Diagram of unstable ring resonator with 90° beam rotation
(M₁M₂ and M₃M₄; Roof mirror; M₅, M₆; Afocal telescope; M₇; Forward scraper)

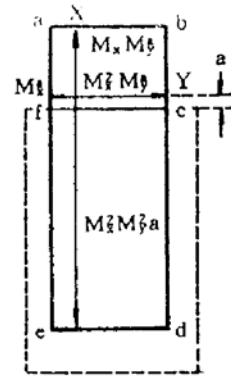


Fig. 2 Cross section of the beam of a resonator with different magnification in the transverse directions

馈到腔内，经系统顺时针旋转 90°后，此方向的光束尺寸被扩束望远镜放大 M_x 倍，这样在腔内环形一周后场 $u(x)$ 将变为 $v(y)$ ，此时场矢量 $u(y)$ 与刀口方向平行，从而不能被耦合输出，继续在腔内传播，当再次被光学系统顺时针旋转 90°后，此光束尺寸又被放大 M_y 倍，从而场 $v(y)$ 又变为 $u(-x)$ ，因此，当光束在腔内环行两周，即光场矢量由 $u(x)$ 变为 $u(-x)$ 时，其腔内本征矢量场才能达到自洽，实现模式再现，因此，UR90 环形非稳腔的本征值只由场本征矢量 $u(x)$ 决定，即 UR90 环形非稳腔

x 方向与 y 方向对应着同一个本征值，这是与无光束旋转的一般非稳腔的根本区别，为此，UR90 环形非稳腔可等价于单侧耦合输出的负支长条共焦非稳腔，根据此特性把光束在腔内环行两周实现模式再现的 UR90 环形非稳腔展开，假设光束的旋转在一平面上发生，如图 3 所示，此过程的变换矩阵为：

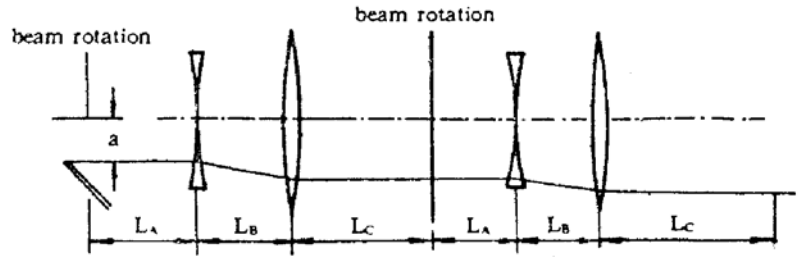


Fig. 3 Unfolded and untwisted UR90 resonator—two passes

$$T = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L_C \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_y & L_B \\ 0 & 1/M_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_A \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_C \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_x & L_B \\ 0 & 1/M_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_A \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} M_x M_y & L_A \left(M_x M_y + \frac{M_y}{M_x} \right) + L_B \left(\frac{1}{M_x} + M_y \right) + L_C \left(\frac{M_y}{M_x} + \frac{1}{M_x M_y} \right) \\ 0 & 1/M_x M_y \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$B = L_A \left(M_x M_y + \frac{M_y}{M_x} \right) + L_B \left(\frac{1}{M_x} + M_y \right) + L_C \left(\frac{M_y}{M_x} + \frac{1}{M_x M_y} \right) \quad (3)$$

式中 L_A 为耦合镜与凹透镜的距离， L_B 为扩束望远两透镜间的距离， L_C 为凸透镜与耦合镜的间距；对平行光束的非涅耳数可表示为^[6]：

$$N_c = \frac{a^2}{\lambda L_{eq}} = \frac{A a^2}{B \lambda} = \frac{M_x^2 M_y^2 a^2}{\lambda [L_A (M_x^2 M_y^2 + M_y^2) + L_B (M_y + M_x M_y^2) + L_C (1 + M_x^2)]} \quad (4)$$

其中 a 为光轴与刀口的距离， λ 为波长， L_{eq} 为光束等价平行传播距离；由(3)，(4)式得

$$L_{eq} = \frac{B}{A} = L_A \left(1 + \frac{1}{M_x^2} \right) + L_B \left(\frac{1}{M_x^2 M_y} + \frac{1}{M_x} \right) + L_C \left(\frac{1}{M_x^2} + \frac{1}{M_x^2 M_y^2} \right) \quad (5)$$

在光束无旋转变换时，由 Collins 公式^[7]得一维衍射积分方程：

$$u(x_1) = \left(\frac{1}{iB\lambda}\right)^{\frac{1}{2}} \int u(x_0) \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda B}(Ax_0^2 - 2x_0x_1 + Dx_1^2)\right] dx_0 \quad (6)$$

由于光束在 UR90 环形非稳腔中每环行一周, 坐标轴将变换一次, 根据图 2 可知, 光束在腔内顺时针环行两周时的坐标变换次序为 $x \rightarrow y \rightarrow -x, y \rightarrow -x \rightarrow y$, 由此场矢量的变换过程为 $u(x) \rightarrow v(y) \rightarrow u(-x)$, 把以上变化过程及相应的参量代入(6)式, UR90 环形非稳腔衍射场所满足的自洽积分方程为:

$$\begin{aligned} \gamma u(x) &= \left(\frac{1}{iB\lambda}\right)^{\frac{1}{2}} \int_{-a}^{\infty} u(x') \exp\left[\frac{i\pi M}{\lambda B}\left(x' + \frac{x}{M}\right)^2\right] dx' \\ &= \left(\frac{1}{iML_{eq}\lambda}\right)^{\frac{1}{2}} \int_{-a}^{\infty} u(x') \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda L_{eq}}\left(x' + \frac{x}{M}\right)^2\right] dx' \end{aligned} \quad (7)$$

式中 γ 为本征值; $M = M_x M_y$; 由前面的讨论我们知道, 对 UR90 环形非稳腔, x 方向与 y 方向对应着同一个本征值, 即由(7)式所确定的本征值就是腔的全部本征值。它所对应的本征矢量 $u(x)$ 描述参考平面处 x 方向的场分布情况, 一旦 x 方向的场分布确定, 根据 UR90 环形非稳腔的特性, x 方向的场矢量 $u(x)$ 在腔内变换一次后变为 $v(y)$, 对应 y 方向光矢量变换矩阵为

$$T' = \begin{pmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L_C \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_x & L_B \\ 0 & 1/M_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_A \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_x & M_x L_A + L_B + 1/M_x \\ 0 & 1/M_x \end{pmatrix} \quad (8)$$

所对应平行光束的非涅耳数为

$$N_{C'} = \frac{a^2}{\lambda L_{eq'}} = \frac{A' a^2}{B' \lambda} = \frac{M_x^2 a^2}{\lambda(M_x^2 L_A + M_x L_B + L_C)} \quad (9)$$

光束在腔内环行一周所对应的等价平行传播距离为

$$L_{eq'} = \frac{B'}{A'} = L_A + \frac{L_B}{M_x} + \frac{L_C}{M_x^2} \quad (10)$$

由(6)式可得 UR90 环形非稳腔 y 方向的衍射积分方程为:

$$\begin{aligned} v(y) &= \left(\frac{1}{iB'\lambda}\right)^{\frac{1}{2}} \int_{-a}^{\infty} u(x') \exp\left[\frac{i\pi M_x}{\lambda B'}\left(x' - \frac{y}{M_x}\right)^2\right] dx' \\ &= \left(\frac{1}{iM_x L_{eq'} \lambda}\right)^{\frac{1}{2}} \int_{-a}^{\infty} u(x') \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda L_{eq'}}\left(x' - \frac{y}{M_x}\right)^2\right] dx' \end{aligned} \quad (11)$$

(7)、(11)式为理想 UR90 环形非稳腔的衍射积分方程。

3 UR90 环形非稳腔的等价菲涅耳数

前面对 UR90 环形非稳腔的本征模式的讨论, 是把腔内光束看作平行光束来处理, 平行光束的非涅耳数 N_c 是描述腔本征模式的重要参量; 但是, 实际上 UR90 环形非稳腔还同时存在会聚球面波^[8], 由于腔内光学元件边缘衍射效应造成球面波的中心与边界处产生附加位相延迟^[9], 因此, 腔的非涅耳数也应有所不同, 此时, 根据等价菲涅耳数 N_{eq} 与平行光束的菲涅耳数 N_c 关系^[6], 得非均匀放大 UR90 环形非稳腔的等价菲涅耳数:

$$\begin{aligned} N_{eq} &= \frac{M^2 - 1}{2M^2} N_c = \frac{M^2 - 1}{2M^2} \frac{Aa^2}{B\lambda} \\ &= \frac{a^2(M_x^2 M_y^2 - 1)}{2\lambda[L_A(M_x^2 M_y^2 + M_y^2) + L_B(M_y + M_x M_y^2) + L_C(1 + M_y^2)]} \end{aligned} \quad (12)$$

4 UR90 环形非稳腔反向模

由于 UR90 环形非稳腔正向模与反向模同时存在, 因此, 反向模在腔内沿逆时针传播过程中将不断被缩束, 这不仅会造成腔内光学元件的损坏; 而且, 正向模与反向模在同一激活介质中相互竞争, 这势必影响环形腔正向模的输出功率及光束质量; 因此, 抑制反向模的产生或把反向模的输出功率减小到最低程度, 将是 UR90 环形非稳腔成功应用的关键。

把反向模的输出功率部分地反射耦合到正向模中去^[10], 这虽然能增加正向模的输出功率, 但是由于正向模与反向模间的相对相位延迟, 两模式的叠加结果造成正向模输出光束质量的降低; 适当选取 UR90 环形非稳腔的几何放大因子 M 及光轴与刀口的距离 a , 可使反向模束缚在环形腔内而不能被耦合输出^[3], 这要保证当反向模的光强达到饱和时, 其功率密度不至太大而造成腔内光学元件的损坏; 在耦合输出镜的背面加一反向模抑制镜^[11], 把反向模部分地反馈到腔内, 使其与正向模相干叠加。

反向模抑制镜的大小和形状由 UR90 环形非稳腔反向模波前曲率半径的大小决定; 前面已导出了正向模在腔内环形两周实现自洽时的变换矩阵 T , 沿逆时针方向传播的反向模也应遵守同样的规则, 因此, 对矩阵 T 反向求逆阵得反向模的变换矩阵为

$$T_R = \begin{pmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & -B \\ -C & D \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} D & B \\ C & A \end{pmatrix} \quad (13)$$

其中, $\text{Det}(T) = 1$, 因此, 所加反向模抑制镜的曲率半径为^[3]

$$R_R = -\frac{2B'}{A' - D' + \sqrt{(A' + D')^2 - 4}} = \frac{M_z M_y B}{M_z^2 M_y^2 - 1} \\ = \frac{L_A(M_z^2 M_y^2 + M_y^2) + L_B(M_y + M_z M_y^2) + L_C(M_y^2 + 1)}{M_z^2 M_y^2 - 1} \quad (14)$$

5 UR90 环形非稳腔场模数值计算与分析

为了求得理想 UR90 环形非稳腔衍射积分方程的本征值和本征矢量, 通过所得积分方程(7)进行数值计算, 用一系列离散点 x_j 的函数值的和来替代求积过程, 为此, 把光轴与刀口的距离 a 分成均匀的 n 等份, x 轴上各离散点的坐标可表示为

$$x_j = (a/n)(j - n); \quad x_k' = (a/n)(k - n) \quad (15)$$

坐标轴网格点的间距即计算步长为

$$\Delta x_k' = a/n \quad (16)$$

由(15)式看出, 当 a 一定时, 参量 n 表示所分网格点密度, j, k 表示场谱点坐标; n 的取值大小由腔的衍射积分方程的收敛程度决定, n 值取的太小, 因而计算步长过大, 造成计算误差就必然过大, 从而得不到稳定的场模分布结果; n 取值过大, 又势必造成计算时间的浪费, 而且计算所需内存要很大; n 的取值大小可以两次的计算结果相同为判据。

这样积分方程(7)可用函数值的有限和方程表示

$$\gamma_j u(x_j) = \sum_k K(x_j, x_k') u(x_k') \Delta x_k' \quad (17)$$

其中, $\gamma_j, u(x_j)$ 分别表示 UR90 环形非稳第 j 个本征值及其对应的本征矢量; 把(17)式化为矩阵本征方程

$$\gamma U = P U \quad (18)$$

其中, 对 x 方向与 y 方向具有相同放大因子的光学系统, 即 $M_x = M_y = M$, 本征方程的系数矩阵各矩阵元由(7)、(16)、(17)式导出

$$P_{jk} = \sum_k K(x_j, x_k') \Delta x_k' = \left(\frac{N_c}{iM^2 n^2}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left[\frac{i\pi N_c}{n^2} \left(\frac{j-n}{M} + k-n\right)^2\right] \quad (19)$$

由(19)式看出,当光轴与刀口的距离 a 确定时,UR90 环形非稳腔的本征值及本征矢量只与非涅耳数 N_c 和放大因子 M 有关,通过数值计算的方法可求得复非对称矩阵 P_{jk} 的本征值及其所对应的本征矢量。

用同样的方法对积分方程(11)进行数值离散, y 轴上各离散点的坐标可表示为

$$y_l = (a/n)(l-n) \quad (20)$$

式中 l 表示 y 方向场谱点坐标;因为 UR90 环形非稳腔 x 方向与 y 方向对应于同一个本征值,在 x 方向的场本征矢量 U 由(19)式确定之后,根据(11)式, y 方向的场本征矢量 V 可表示为

$$V = QU \quad (21)$$

对均匀放大的光学系统, $M_x = M_y = M$,系数矩阵 Q 的各元素可表示为

$$Q_{lk} = \sum_k K(x_l, x_k') \Delta x_k' = \left(\frac{N_c'}{iM n^2}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left[\frac{i\pi N_c'}{n^2} \left(-\frac{l-n}{M} + k-n\right)^2\right] \quad (22)$$

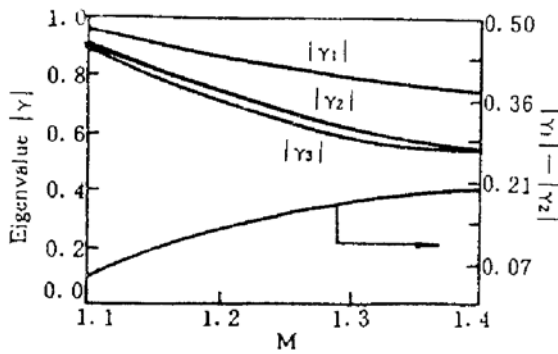


Fig. 4 Eigenvalues of low loss mode vs. magnification factor M

为了计算方便,对 x 坐标与 y 坐标进行归一化处理,为此,选取光轴与刀口的距离 $a = 1$, $L_A = 220.0$, $L_B = 70.0$, $L_C = 302.0$, $\lambda = 1.315 \mu\text{m}$ 。对均匀放大系统($M_x = M_y = M$)参量的选择其计算结果如表 1 所列,从表 1 可以看出,在光轴与刀口的距离 a 不变时,随系统放大因子 M 的增加,腔模的本征值 $|\gamma|$ 将逐渐减小,从而腔的衍射损耗 $\delta = 1 - |\gamma|^2$ 相应增大,但是腔的模式分辨能力 $|\gamma_1| - |\gamma_2|$ 却相应增大,腔模本征值 $|\gamma|$ 与放大因子 M 变化关系如图 4 所示,

由图可见,具有最低损耗的腔模 $|\gamma_1|$ 的本征值与其它腔模的本征值之差较大,即使放大因子 $M = 1.2$ 时,一阶模与二阶模的本征值之差也有 13.2%,这证明了 UR90 环形非稳腔具有很强选模能力。从计算中还发现,当光轴与刀口的距离 a 不变的情况下,随着放大因子 M 的增加,菲涅耳数 N_c 、 N_{eq} 急剧增大,此时尽管腔的模式分辨能力加强,但是其模损耗也相应增大,这势必影响激光器的输出功率;为了在不增大模损耗的情况下提高腔的模式分辨能力,可保持放大因子 M 不变而适当减小光轴与刀口的距离 a ,由此减小了腔的菲涅耳数 N_c 、 N_{eq} ,以此方法,当 $M = 1.3$ 时,取 $a = 0.8$,计算结果见表中最末一行,与取参量 $M = 1.3$ 、 $a = 1.0$ 时所得结果相比可见,具有最小损耗的腔模本征值 $|\gamma_1|$ 没变,而它与二阶模本征值 $|\gamma_2|$ 之差却由 18.4% 增大到 21.4%,如此之大的模间隔可保证激光器的单横模运转。这是因为具有最小损耗的腔模本征值 $|\gamma_1|$ 主要由腔的放大因子 M 决定,适当减小光轴与刀口的距离 a ,使得腔对高阶模的衍射损耗加大,从而也就相应增强了腔的模式分辨能力。

Table 1. System Parameters and Calculation Results

M	a	N_c	N_{eq}	$ \gamma_1 $	$ \gamma_2 $	$ \gamma_3 $	$ \gamma_1 - \gamma_2 $
1.1	1.0	7.808	1.238	0.951	0.904	0.901	0.047
1.2	1.0	9.196	2.380	0.868	0.736	0.698	0.132
1.3	1.0	10.557	3.430	0.800	0.616	0.594	0.184
1.4	1.0	11.874	4.391	0.741	0.540	0.536	0.201
1.3	0.8	6.757	2.195	0.800	0.586	0.559	0.214

由以上计算看出,当光轴与刀口的距离 a 作归一化处理, UR90 环形非稳腔的本征模将由放大因子 M 决定,为此,对均匀放大系统($M_x = M_y = M$),选择参量 $M = 1.2$,此时菲涅耳数 $N_c = 9.196$,计算所得 x 方向的模场分布如图 5、图 6 所示,图 5 表示具有最低损耗模(一阶模)的强度分布与相位分布,由图中看出其强度分布有 5 个峰值,整个参考平面上具有均匀平坦的相位分布,因此,容易获得近衍射极限全斑输出光束;图 6 表示二阶模的强度分布与相位分布,可以看到在光轴位置(坐标原点)其场强为零,所对应的场分布在此产生 π 的相位突变,由于二阶模与一阶模的本征值相差很大(见表中),故其难以在腔中产生振荡;因为 x 方向与 y 方向对应于同一个本征值,两方向上的场模分布应具有相似的性质,选参量 $M = 1.2$,此时菲涅耳数 $N_c' = 15.581$,计算所得 y 方向的模场分布如图 7、图 8 所示,可见 y 方向也同样具有良好的场模分布。

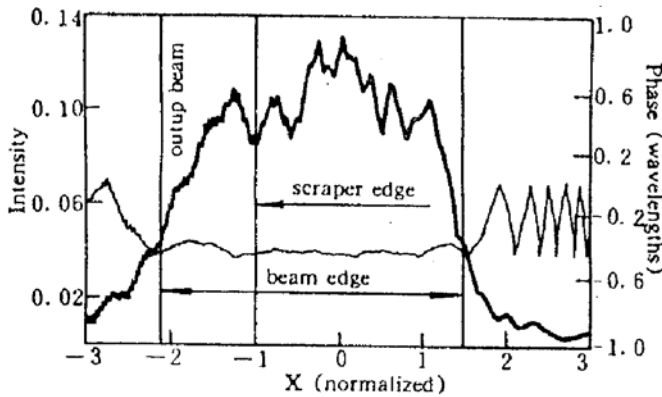


Fig. 5 Intensity distribution and phase distribution of lowest mode at scraper mirror plane with the eigenvalue as 0.868 and $M = 1.2$, $a = 1$

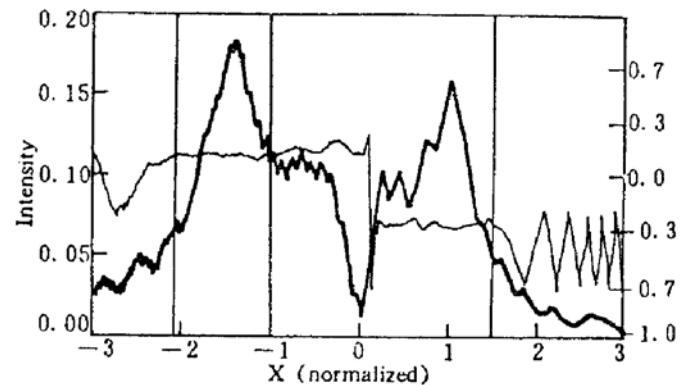


Fig. 6 Intensity distribution and phase distribution of second lowest loss mode with eigenvalue as 0.736

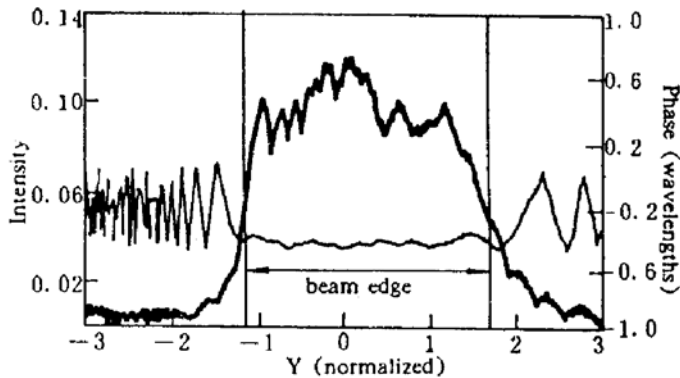


Fig. 7 Intensity distribution and phase distribution of lowest mode at scraper mirror plane with the eigenvalue as 0.868 and $M = 1.2$, $a = 1$

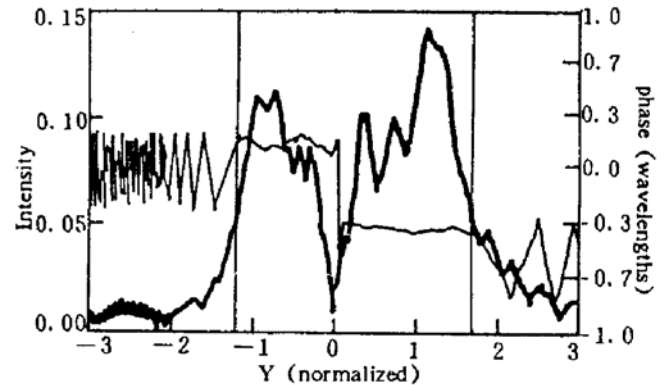


Fig. 8 Intensity distribution and phase distribution of second lowest loss mode with eigenvalue as 0.73

通过计算分析可得出, UR90 环形非稳腔具有良好的模控能力,即使当激活介质的单程增益较小,所选取腔的放大因子很小的情况下,也能获得近衍射极限全斑光束输出,而传统非稳腔在此时就难以耦合输出高质量的激光光束。

参 考 文 献

- [1] Yu. A. Anan'ev, Unstable laser resonator for low-gain media. *Sov. Tec. Phys. Lett.*, 1978, 4(4): 150~151
 [2] D. A. Holmes, J. E. Korka, P. V. Avizonis, Parametric study of apertured focused gaussian beams. *Appl. Opt.*,

1972, 11(3) : 565~574

- [3] 魏在福, 王润文, 王之江, 90°束旋转环形非稳腔几何特性分析. *光学学报*, 1995, 15(5) : 513~519
- [4] [10] S. Holswade, R. Riviere, C. A. Huguley *et al.*, Experimental evaluation of an unstable ring resonator with 90° beam rotation; HIQ experimental results. *Appl. Opt.*, 1988, 27(21) : 4396~4405
- [5] W. P. Latham, Jr., A. H. Paxton, G. C. Dente, Laser with 90-degree beam rotation. *Proc. SPIE*, 1990, 1224 : 265~282
- [6] A. E. Siegman, A canonical formulation for analyzing multielement unstable resonators. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1976, QE-12(1) : 35~39
- [7] S. A. Collins, Jr., Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics. *J. Opt. Soc. Am.*, 1970, A60(9) : 1168~1177
- [8] Yu. A. Anan'ev, V. I. Kuprenyuk, V. E. Sherstobitov, Properties of unstable resonators with field rotation. I. Theoretical principles. *Soviet. J. Quant. Electron.*, 1979, 9(9) : 1105~1110
- [9] Yu. A. Anan', V. E. Sherstobitov, Influence of edge effects on the properties of unstable resonators. *Soviet. J. Quant. Electron.*, 1971, 1(2) : 263~267
- [10] F. R. Faxvog, Modes of a unidirectional ring laser. *Opt. Lett.*, 1980, 5(7) : 285~287
- [11] H. Mirels, R. A. Chodzko, J. M. Bernard *et al.*, Reverse wave suppression in unstable ring resonator. *Appl. Opt.*, 1984, 23(24) : 4509~4517

Numerical Analysis of Mode-Fields of Unstable Ring Resonators with 90° Beam Rotation

Wei Zaifu Wang Runwen Wang Zhijiang

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800)

(Received 19 January 1995; revised 8 March 1995)

Abstract A diffraction integral equation for unstable ring resonators with 90° beam rotation is derived using matrix method. A formulation of the equivalent Fresnel number for the resonator is obtained. Methods for suppressing the reverse mode are analyzed, and the radius of curvature of the reverse wave suppressor mirror is given. Relationship between eigenvalues of the resonator modes and variant magnification factor M is demonstrated by numerical calculations. Mode-fields distribution curves of a resonator are presented with the magnification factor M as 1, 2.

Key words unstable ring resonator with 90° beam rotation, eigenvalue, numerical analysis of mode-field