

Bi₁₂SiO₂₀ 类晶体中全息图记录和读出的双施主模型

刘立军

(四川师范学院物理系, 南充 637002)

摘 要 用双施主模型对 Bi₁₂SiO₂₀(BSO)类光致折射晶体中全息图记录和读出的 Kukhtarev 单施主模型进行了修正。并用以讨论了全息图的衍射率, 得到一个描述衍射率的普遍公式。

关键词 双施主模型, 光致折射 Bi₁₂SiO₂₀ 晶体, 衍射率。

1 引 言

人们对于 Bi₁₂SiO₂₀ 类光致折射晶体中全息图的记录和读出进行了大量的研究, 其物理机制和基本模型业已建立。目前为人们所普遍采用的是 Kukhtarev 带迁移模型^[1]。在普遍的实验中, Bi₁₂SiO₂₀ 晶体中的全息图是用处于蓝-绿光波段的光(例如, 波长为 488 nm 的氩离子激光)来记录, 而用红光(例如, 波长为 633 nm 的 He-Ne 激光)来读出。因为蓝-绿光正处于 Bi₁₂SiO₂₀ 晶体的吸收区, 而红光则远离晶体的吸收区, 以免读出光对已形成的全息图造成影响。Kukhtarev 理论就是建立在这样的晶体只对蓝-绿光产生响应的基础上的, 是一个单施主模型。然而, 在实验中发现, 在读出全息图时, 其衍射率与读出光强有关如图 1 所示。Kukhtarev 模型及其解^[1]无法解释这个事实。为此人们重新仔细考察 Bi₁₂SiO₂₀ 晶体的能带结构^[2], 认为, 除了已给出的能级外, 另外还存在一个能级与红光相当、并能对红光产生响应的吸收中心。在全息图的记录和读出过程中, 应该对此中心加以考虑。

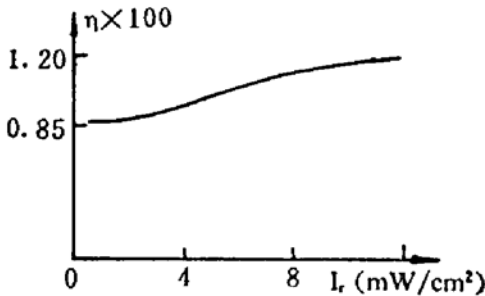


Fig. 1 Experimental dependence of the diffraction efficiency η on the intensity of readout beam I_r . The intensity of recording beams $I_0 = 0.85 \text{ mW/cm}^2$. The surface field $E_0 = 3.75 \text{ kV/cm}$

人们重新仔细考察 Bi₁₂SiO₂₀ 晶体的能带结构^[2], 认为, 除了已给出的能级外, 另外还存在一个能级与红光相当、并能对红光产生响应的吸收中心。在全息图的记录和读出过程中, 应该对此中心加以考虑。

2 双施主模型及其基本方程

双施主模型如图 2 所示。在此模型中, 晶体的能带结构中有两个施主能级 ($N_1^{(1)}$ 和 $N_2^{(2)}$)

和一个受主能级 N_a 。各施主能级的频谱响应范围不同。 $N_d^{(1)}$ 能级只对处于蓝-绿光波段的记录光产生响应, $N_d^{(2)}$ 能级只对处于红光波段的读出光产生响应。据上所述, 本文在 Kukhtarev 模型的基础上加上对 $N_d^{(2)}$ 能级的考虑, 就得到双施主模型, 其基本方程为

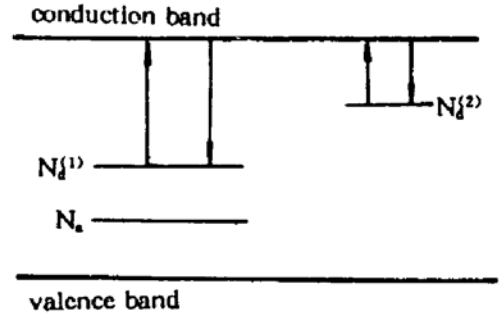


Fig. 2 The energy-band diagram of Bi₁₂SiO₂₀ in the two-donor model

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial N_d^{(1)+}}{\partial t} + \frac{\partial N_d^{(2)+}}{\partial t} - \frac{1}{e} \nabla \cdot j \quad (1)$$

$$\partial N_d^{(1)+} / \partial t = (\alpha_1 I_0 + \beta_1) (N_d^{(1)} - N_d^{(1)+}) - \gamma_1 n N_d^{(1)+} \quad (2)$$

$$\partial N_d^{(2)+} / \partial t = (\alpha_2 I_r + \beta_2) (N_d^{(2)} - N_d^{(2)+}) - \gamma_2 n N_d^{(2)+} \quad (3)$$

$$j = e \mu n (E - \frac{k_B T}{e} \nabla \ln n), \quad (4)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}) = 4 \pi e (n + N_a - N_d^{(1)+} - N_d^{(2)+}), \quad (5)$$

$$\nabla^2 \tilde{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (\epsilon_0 \epsilon_r \tilde{E})}{\partial t^2} = 0, \quad (6)$$

式中 n 为晶体中的电荷载流子(在 Bi₁₂SiO₂₀ 晶体中为电子)密度, N_a 、 $N_d^{(1)}$ 和 $N_d^{(2)}$ 分别为受主能级和相应的施主能级的密度, $N_d^{(1)+}$ 和 $N_d^{(2)+}$ 分别为相应于 $N_d^{(1)}$ 和 $N_d^{(2)}$ 能级上的电离施主密度, α_1 和 α_2 分别为 $N_d^{(1)}$ 和 $N_d^{(2)}$ 能级上的光致载流子产生率, β_1 和 β_2 分别为 $N_d^{(1)}$ 和 $N_d^{(2)}$ 能级上电子的热跃迁率, γ_1 和 γ_2 分别为 $N_d^{(1)}$ 和 $N_d^{(2)}$ 能级上的重新组合系数, μ 为载流子迁移率, E 为晶体内部电场, \tilde{E} 为光场, k_B 为玻尔兹曼常数, T 为温度, j 为电流密度, e 为电子电量, ϵ_0 为真空介电常数, ϵ_r 为晶体的相对介电常数, I_0 为记录光强, I_r 为读出光强, t 为时间。在写出方程(1)~(6)时, 没有考虑光电效应。因为, Bi₁₂SiO₂₀ 晶体中光电子的 $\mu\tau$ 值较大(约为 10^{-11} m²/V, τ 为光电子寿命), 而光电场的值非常小(约为 20 mV/cm)。所以, 在考虑全息图的记录机制时, 完全可以忽略光电效应。

3 方程的解

(1)~(6)式描述了普遍情况中 Bi₁₂SiO₂₀ 晶体中全息图记录和读出的物理过程。一般状态下解方程(1)~(6)是很复杂的。

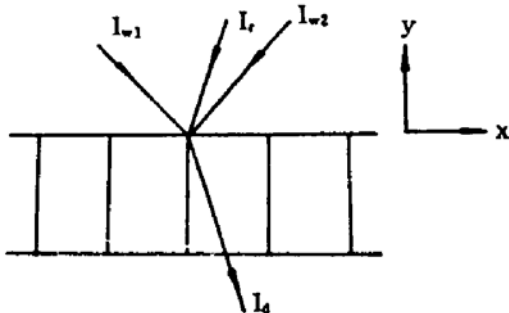


Fig. 3 Diagram of the recording and reading of the hologram

全息图的记录由强度分别为 I_{w1} 和 I_{w2} 的两束光来完成, 而全息图的读出由一束强度为 I_r 的光束进行, 如图 3 所示, I_d 为衍射光强, X - Y 平面是记录-读出平面。

在稳定态中, 有

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial N_d^{(1)+}}{\partial t} = \frac{\partial N_d^{(2)+}}{\partial t} = 0$$

同时, 忽略晶体尺寸在 X 方向是有限的这一限制条件。在此基础上, 将记录和读出过程方程展开成傅里叶级数, 并且只保留到第一阶项^[1,3]得

$$n = n_0 + (1/2)[n_1 \exp(iKx) + n_1^* \exp(-iKx)] \quad (7)$$

$$N_i^{(1)+} = N_{i0}^{(1)+} + (1/2) [N_{i1}^{(1)+} \exp(iKx) + N_{i1}^{(1)+*} \exp(-iKx)] \quad (8)$$

$$N_i^{(2)+} = N_{i0}^{(2)+} + (1/2) [N_{i1}^{(2)+} \exp(iKx) + N_{i1}^{(2)+*} \exp(-iKx)] \quad (9)$$

$$E = E_0 + (1/2) [E_1 \exp(iKx) + E_1^* \exp(-iKx)] \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_w = & \left[\frac{4\pi}{c(\epsilon_0 \epsilon_r)^{1/2}} \right]^{1/2} \{ C_w^{(1)} \exp [i(K_{wx}x + K_{wy}y + \omega_w t)] \\ & + C_w^{(2)} \exp [i(-K_{wx}x - K_{wy}y + \omega_w t)] \} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_r = & \left[\frac{4\pi}{c(\epsilon_0 \epsilon_r)^{1/2}} \right]^{1/2} \{ C_r \exp [i(K_{rx}x + K_{ry}y + \omega_r t)] \\ & + C_r \exp [i(-K_{rx}x - K_{ry}y + \omega_r t)] \} \end{aligned} \quad (12)$$

式中 \tilde{E}_w 和 \tilde{E}_r 分别是记录光和读出光的光场, $C_w^{(1)}$ 和 $C_w^{(2)}$ 分别为两束记录光的振幅, C_r 和 C_r 分别为读出光和衍射光的振幅, $k = 2\pi/\Lambda$ 为光栅波矢, Λ 为光栅周期, K_{wx} 为记录光波矢 \mathbf{K}_w ($|\mathbf{K}_w| = 2\pi/\lambda_w$, λ_w 为记录光波长) 的 X 分量, K_{wy} 为 \mathbf{K}_w 的 Y 分量, K_{rx} 为读出光波矢 \mathbf{K}_r ($|\mathbf{K}_r| = 2\pi/\lambda_r$, λ_r 为读出光波长) 的 X 分量, K_{ry} 为 \mathbf{K}_r 的 Y 分量, ω_w 和 ω_r 分别为记录光和读出光的频率。在所有的量中, 有脚标“0”的是常数量, 有脚标“1”的是变量, “*”表示复共轭。

将(7)~(12)式代入(1)~(6)式中, 得到晶体内部电场振幅的表达式:

$$E_1 = (A + iB) \left(\frac{C_w^{(1)} C_w^{(2)*}}{I_0} + R \frac{C_r C_r^*}{I_r} \right), \quad (13)$$

$$A = F(1 + L)DE_0, \quad B = E_d F D [(1 + L) + (E_d/E_q) + (E_0^2/E_d E_q)]$$

$$F = \frac{(\alpha_1 I_0 + \beta_1)(N_i^{(1)} - n_0 - N_a + N_{i0}^{(2)+})}{n_0(\alpha_1 I_0 + \beta_1 + \gamma_1 N_a + 2\gamma_1 n_0 - \gamma_1 N_{i0}^{(1)+})}, \quad E_d = \frac{K_B T K}{e}$$

$$D = \left\{ [(1 + L) + \frac{E_d}{E_q}]^2 + \left(\frac{E_0}{E_q} \right)^2 \right\}^{-1}, \quad L = \frac{\nu_2 n_0 N_{i0}^{(2)+} + RF}{(\alpha_2 I_r + \beta_2)(N_i^{(2)} - N_{i0}^{(2)+})}$$

$$E_q = \frac{2\pi e n_0(\alpha_1 I_0 + \beta_1 + \gamma_1 N_a + 2\gamma_1 n_0 - \gamma_1 N_{i0}^{(1)+})}{\epsilon_0 \epsilon_r K(\alpha_1 I_0 + \beta_1 + \gamma_1 n_0)}, \quad R = \frac{H}{F} I_r,$$

$$H = \frac{\alpha_2(N_i^{(2)} - N_{i0}^{(2)+})(\alpha_1 I_0 + \beta_1 + \gamma_1 n_0)}{n_0(\alpha_2 I_r + \beta_2 + \gamma_2 n_0)(\alpha_1 I_0 + \beta_1 + \gamma_1 N_a + 2\gamma_1 n_0 - \gamma_1 N_{i0}^{(1)+})}$$

和得到光波振幅的表达式:

$$dC_w^{(1)}/dy + i\delta_1(A + iB) [(C_w^{(1)} C_w^{(2)*}/I_0) + (RC_r C_r^*/I_r)] C_w^{(2)} = 0 \quad (14)$$

$$dC_w^{(2)}/dy - i\delta_1(A + iB) [(C_w^{(1)} C_w^{(2)*}/I_0) + (RC_r C_r^*/I_r)] C_w^{(1)} = 0 \quad (15)$$

$$dC_r/dy + i\delta_2(A + iB) [(C_w^{(1)} C_w^{(2)*}/I_0) + (RC_r C_r^*/I_r)] C_r = 0 \quad (16)$$

$$dC_d/dy - i\delta_2(A + iB) [(C_w^{(1)} C_w^{(2)*}/I_0) + (RC_r C_r^*/I_r)] C_r = 0 \quad (17)$$

式中, $\delta_1 = \nu_{41} \epsilon_0 K_w^2 / 2K_{wy}$ 和 $\delta_2 = \nu_{41} \epsilon_0 K_r^2 / 2K_{ry}$, ν_{41} 为晶体的线性电光系数。这样, 人们得到了一组非线性方程, 并可从此方程组解出衍射光强, 从而得到衍射率的表述。

为了简单起见, 不考虑在全息图上的选择性问题的, 因而有 $\delta_1 = \delta_2 = \delta$ 。再引入边界条件: $I_{r(0)} = I_r$, $I_{d(0)} = 0$ 。最后, 解方程(14)~(17), 得到关于衍射率的结果为

$$\eta = \frac{I_d}{I_r} = \frac{4m \exp(gry/2) [\cosh(gry/2) - \cos(gry)]}{P \{ [P + R(1 + m) + (1 - m)] + [P - R(1 + m) - (1 - m)] \exp(gry) \}} \quad (18)$$

$$r = 2\delta B, \quad g = P/(1 + m),$$

$$P = [(R - 1)^2(1 + m)^2 + 4R(1 + m)]^{1/2}, \quad m = I_{w1}/I_{w2}.$$

(18)式即双施主模型中全息图衍射率的普遍表达式。

4 讨 论

在(18)式衍射率的表达式中, 如果 $R = 0$ (即 $I_r/I_0 \rightarrow 0$), 则得到 Kukhtarev 单施主模型中的衍射率表达式^[1]。这说明, 当读出光强很小或记录光强很大时, 由 $N_2^{(2)}$ 能级对读出光发出响应而产生的对全息图的影响可以被忽略。此时, 双施主模型简化成单施主模型。

图 4 给出了根据(18)式而得到的 $A = 0$ 的情况(即全息图与光强干涉图之间有 $\pi/2$ 相位差)中的衍射率与读出光强的关系。参数 R 的取值为 $0.05 I_r/I_0$, r 取为 1, m 为 1.5。比较图 4 和图 1, 可以看到, 双施主模型所得到的理论结果与实验相一致的。

总 结 对 Kukhtarev 单施主模型理论进行了修正和补充, 提出了 $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ 类晶体中全息图记录和读出的双施主模型, 其理论与实验相符合。并且指出, 单施主模型是在一定条件下的双施主模型的特例。

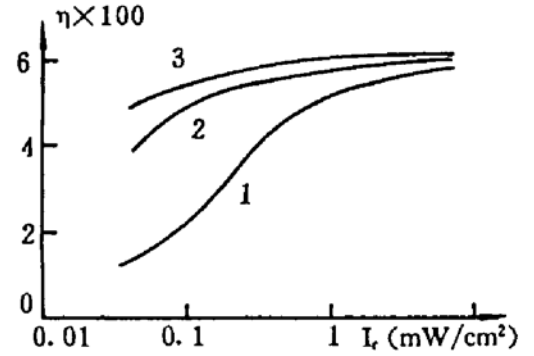


Fig. 4 Theoretic dependence of the diffraction efficiency η on the intensity of readout beam I_r . $r = 1 \text{ cm}^{-1}$, $m = 1.5$
(1) $I_0 = 0.01 \text{ mW/cm}^2$, (2) $I_0 = 0.1 \text{ mW/cm}^2$, (3) $I_0 = 1 \text{ mW/cm}^2$

参 考 文 献

- [1] N. V. Kukhtarev, V. B. Markov, S. G. Odulov *et al.*, Holographic storage in electrooptic crystals. I. Steady State, *Ferroelectrics*, 1979, 22(3~4): 949~960
- [2] M. Peltier, F. Micheron, Volume hologram recording and charge transfer process in $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ and $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$. *J. Appl. Phys.*, 1977, 48(9): 3683~3690
- [3] Ph. Refregier, L. Solymar, H. Rajbenbach *et al.*, Two-beam coupling in photorefractive $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ crystals with moving grating: Theory and experiments. *J. Appl. Phys.*, 1985, 58(1): 45~57

The Two-Donor Model of Recording and Reading of Holograms with Crystals $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ -Type

Liu Lijun

(Department of Physics, Sichuan Teacher's College, Nanchong 637002)

(Received 19 December 1993; revised 12 April 1994)

Abstract The Kukhtarev single-donor model of recording and reading of holograms with photorefractive crystals $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ -type is amended by the two-donor model. The diffraction efficiency of hologram is discussed by using this two-donor model. A generalized formula for describing diffraction efficiency has been obtained.

Key words two-donor model, photorefractive crystal $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$, diffraction efficiency.