

# 90°束旋转环形非稳腔几何特性分析\*

魏在福 王润文 王之江

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

**摘 要** 分析了 UR90 环形非稳腔(Unstable Resonators with 90° Beam Rotation)正向模和反向模的几何特性, 讨论了反向模无阻挡时的振荡条件, 并导出了理想 UR90 环形非稳腔的光线追迹方程, 考查了此腔对激光增益介质的空间自平均效应。

**关键词** UR90 环形非稳腔, 正(反)向模, 空间自平均效应。

## 1 引 言

对具有大的横向尺寸的激活介质, 一般都采用非稳腔使激光器获得近似衍射极限的光束输出, 由于传统非稳腔的耦合输出常常为环形光斑结构<sup>[1]</sup>, 光束中央暗斑的大小取决于非稳腔的放大率  $M$ , 若此光斑被聚焦, 在其焦平面上的光强度要比相同功率和光斑尺寸无暗斑输出时的聚焦光强度小的多<sup>[2]</sup>; 特别对单程增益较小的激光介质, 往往采用较小的放大因子来获得激光输出, 耦合效率较低, 而且输出光束的近场分布为一薄的圆环, 此激光束的远场图形总表现为一定的大小和形状; 离轴非稳腔<sup>[3~5]</sup>和变放大率非稳腔<sup>[6,7]</sup>企图改善其输出的远场分布, 但没能克服传统非稳腔的全部缺陷; 而稳定腔的模体积有限, 无法充满整个大的增益介质区。

采用光束 90° 旋转的 UR90 环形非稳腔可以很好地解决以上问题<sup>[8~10]</sup>, 此非稳腔不仅具有传统非稳腔的主要优点, 而且采用了矩形全斑输出, 克服了传统非稳腔环状输出图形的缺点; 此外, 光束的旋转常常被用来减小因激光光束在腔内传播中的光程变化所引起的光束质量的降低<sup>[11]</sup>; 因此, 对具有大体积单程增益较小的激光介质, 特别对增益分布不均匀的激光介质, 此腔具有自均匀的动力学过程能力<sup>[12]</sup>, 而且对于不同类型的激光介质 UR90 环形非稳腔也同样适用。

本文用几何光学方法, 讨论 UR90 环形非稳腔的振荡条件及其腔内的光束行为特性, 考查 UR90 环形非稳腔的空间自补偿能力。

## 2 UR90 环形非稳腔的结构

UR90 环形非稳腔的结构如图 1 所示, 此腔由两对脊形镜  $M_1M_2$  及  $M_3M_4$  组成一个环形结

\* 本项目获得 863-410 基金资助。

收稿日期: 1994 年 11 月 21 日; 收到修改稿日期: 1994 年 12 月 26 日

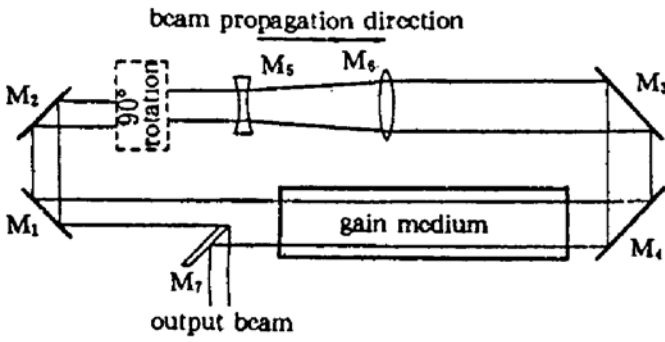


Fig. 1 Diagram of unstable ring resonator with 90° beam rotation

(M<sub>1</sub>M<sub>2</sub>; and M<sub>3</sub>M<sub>4</sub>: Roof mirror; M<sub>5</sub>M<sub>6</sub>: Afocal telescope; M<sub>7</sub>: Forward scraper)

构, 其中一个脊形镜相对另一脊形镜旋转 45°, 当光束在腔内环行一周后, 将以光轴为转轴顺时针旋转 90°, 同时光束被由 M<sub>5</sub>M<sub>6</sub> 组成的扩束望远镜系统放大 M 倍; 其中, 一部分光被刮刀式耦合器 M<sub>7</sub> 拦截输出, 剩余部分光继续沿顺时针在腔内传播、旋转、放大。根据需要, 扩束望远镜可选用球面反射镜来获得均匀放大率 (M<sub>x</sub> = M<sub>y</sub> = M), 也可选用柱面镜来获得纵向和横向不同的放大率 M<sub>x</sub>, M<sub>y</sub> [13]。

作为环形腔, 将同时存在着沿逆时针传播的反向模, 从图 1 中可以看出, 其反向模在腔内沿逆时针传播时将不断被缩束, 这将会损坏腔内的光学元件, 此外, 由于对腔的设计考虑不周以及调整腔时所产生的误差, 反向模会从 M<sub>7</sub> 镜的另一面耦合输出, 因此, 分析 UR90 环形非稳腔的振荡条件, 对有目的选择合理的腔参数, 控制反向模的振荡是非常重要的。

### 3 UR90 环形非稳腔反向模无阻挡振荡分析

以刀口所在平面为参考平面, 取一光束截面 abfe, 中心为 O', 如图 2 所示, 光斑的宽为 b<sub>0</sub>, 高为 a<sub>0</sub>, 其中光斑 cdfe 为被耦合输出部分, 输出光斑的高为 c<sub>0</sub>, 剩余部分光斑 abdc (中心为 O) 继续在腔内传播。设光斑 abdc 的中心 O 为光轴的位置, cd 为刀口所在位置, 光束截面 abfe 中心 O' 与刀口的距离为 Δ, 那么, 光轴 O 与刀口的距离 h 为

$$h = \overline{OO'} - \Delta = a_0/4 - \Delta/2 \quad (1)$$

在实际的激光器中, 希望剩余部分光斑 abdc 在腔内沿顺时针传播, 被系统旋转放大后, 与原参考平面处所取光斑 abfe 具有相同的大小和形状。因此, 所选参量应满足

$$(a_0/2 - \Delta)M_x = b_0, \quad b_0M_y = a_0, \quad c_0 = a_0/2 + \Delta \quad (2)$$

由图 3 可以看出, 对正向模的剩余部分光斑 abdc 首先被系统以 O 为转轴顺时针旋转 90°, 然后被扩束望远镜放大 M 倍, 此时光斑 cabd 中心 O 须向下平移

$$\delta = a_0/4 + \Delta/2 \quad (3)$$

另一方面, 沿逆时针传播的反向模, 如图 4 所示, 光斑 abfe 的中心 O' 应首先向上平移 δ, 然后被系统缩小 M 倍, 再以 O 为转轴逆时针旋转 90°, 此时若在腔内沿逆时针环行一周后的反向模光斑 afeb 完全落在原剩余部分光斑 abdc 内, 那么, UR90 环形非稳腔的反向波将会被束缚在腔内, 从而产生反向波的无阻挡地振荡。因此, 若反向模光斑在腔内完成一次环行后完全落在 abdc 内, 所选参量还必须同时满足

$$b_0/2M_x \leq h \quad (4)$$

若(4)式取等号就成为(2)式, 因此, (2)式所表示出的参量关系是反向模无阻挡振荡的临界要求。由(1)、(4)式得

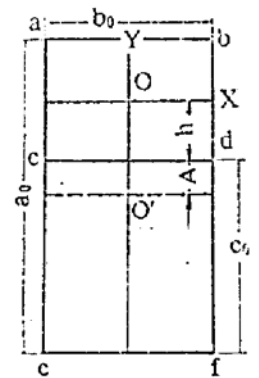


Fig. 2 Cross-section of beam at the scraper plane when the reverse wave oscillate freely

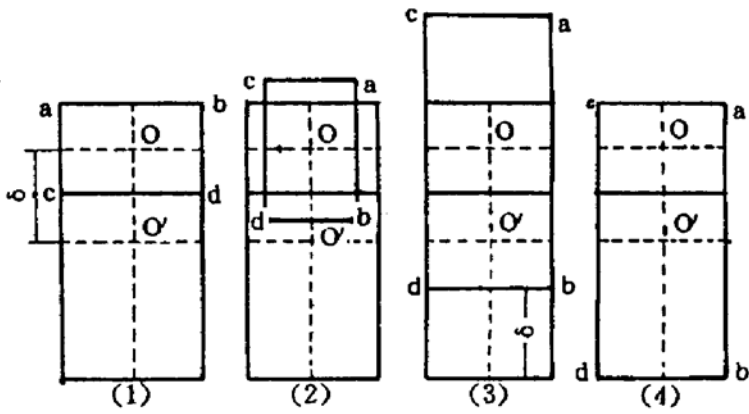


Fig. 3 Changes of forward mode beam during a round trip through the resonator

(1) Beam  $abcd$  is fed back into the resonator, (2) The beam is rotated clockwise  $90^\circ$  about optical axis  $O$ , (3) The beam is magnified by  $M$ , (4) The beam is shifted down  $\delta$

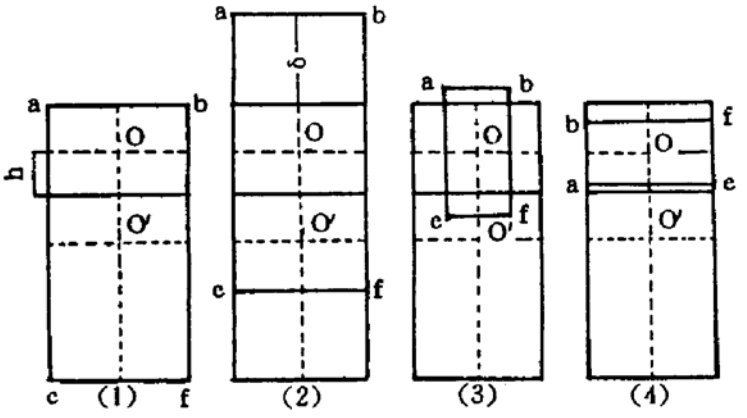


Fig. 4 Changes of reverse mode beam during a round trip through the resonator

(1) Cross section of the beam at the scraper plane, (2) The beam is shifted up  $\delta$ , (3) The beam is diminished by  $M$ , (4) The beam is rotated anticlockwise about optical axis  $O$

$$\Delta \leq a_0/2 - b_0/M_x, \quad M_y = a_0/b_0, \quad \Delta \leq a_0/2 - a_0/M_x M_y = a_0[1/2 - 1/M_x M_y] \quad (5)$$

对于  $x, y$  方向具有相同放大率的系统  $M_x = M_y = M$ , 有

$$M = a_0/b_0, \quad \Delta \leq a_0/2 - b_0^2/a_0 \quad (6)$$

式中光束截面  $abfe$  中心  $O'$  与刀口的距离  $\Delta$  可正可负,  $\Delta$  取正号表示刀口位置在光束截面  $abfe$  中心  $O'$  之上(图 2), 此时输出耦合率较大;  $\Delta$  取负号表示刀口位置在光束截面  $abfe$  中心  $O'$  之下, 此时输出耦合率较小。根据(5)式得如图 5 所示的光束截面  $abfe$  中心  $O'$  与刀口的距离  $\Delta$  随放大率  $M_x M_y$  的变化关系, 由图 5 可以看出, 随扩束望远系统放大率的增大参量  $\Delta$  从负变为正, 此时输出耦合率由小变大, 当  $M_x M_y = 2$  时,  $\Delta = 0$ , 此时刀口处在光斑中心位置, 耦合输出率为 50%, 因此, 从图 5 可以查得系统不同放大率  $M$  下的  $\Delta$  值, 从而确定出所需的输出耦合比。(5)式、(6)式为理想 UR90 环形非稳腔反向模无阻挡振荡阻塞条件。

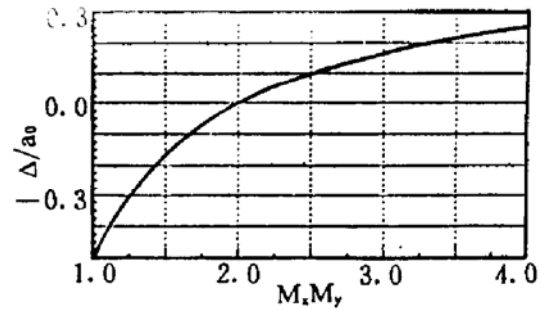


Fig. 5 Position of the scraper mirror edge vs magnification  $M$

对理想的 UR90 环形非稳腔, 其腔内光线位置可用  $2 \times 2$  阶矩阵表示<sup>[9]</sup>, 设腔内光束的旋转在一平面上发生, 那么光束旋转矩阵可表示为<sup>[14]</sup>

$$R = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \quad (7)$$

式中  $\varphi$  为光束旋转角, 对 UR90 环形非稳腔的正向模取  $\varphi = 90^\circ$ , 反向模取  $\varphi = -90^\circ$ ; 从而由图 3 可得, 对以  $O$  为光轴, 剩余部分光斑内的任意一点  $(X_F, Y_F)$  沿顺时针环行一周后的位置矩阵为:

$$\begin{pmatrix} X_F' \\ Y_F' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_x & 0 \\ 0 & M_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos 90^\circ & \sin 90^\circ \\ -\sin 90^\circ & \cos 90^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_F \\ Y_F \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ \delta \end{pmatrix} \quad (8)$$

与正向波相反,对沿逆时针方向传播的反向波,如图4所示,原光斑中心 $O'$ 首先向上平移 $\delta$ ,经系统缩束并反时针旋转 $90^\circ$ 后,回到原参考平面,那么,对以 $O$ 为光轴,参考平面内的任意一点 $(X_R, Y_R)$ 沿逆时针环行一周后的位置矩阵为:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} X'_R \\ Y'_R \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/M_x & 0 \\ 0 & 1/M_y \end{pmatrix} \left[ \begin{pmatrix} X_R \\ Y_R \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \delta \end{pmatrix} \right] \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/M_x & 0 \\ 0 & 1/M_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_R \\ Y_R \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \delta \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

由(9)式看出,当反向波在腔内环行一周后,其实际光斑位置以 $O$ 为原点向左移了 $(\delta/M_y)$ 。(8)、(9)式为理想UR90环形非稳腔反向模无阻挡振荡时的光线追迹方程。

#### 4 光线在UR90环形非稳腔中的扭摆现象

不同于传统非稳腔内的光束特性,由于UR90环形非稳腔能使光束产生旋转 $90^\circ$ 的独特性质,其腔内光束将不会在固定的子午面内传播,而是在 $X$ 方向与 $Y$ 方向上发生扭摆现象。为此,在一特定条件下对腔内一光束截面上的光线进行追迹,考查其扭摆行为,令 $\Delta=0$ ,由(1)、(3)式得

$$\delta = h = a_0/4 \quad (10)$$

由(5)式得

$$M_x \geq 2b_0/a_0, \quad M_y = a_0/b_0 \quad (11)$$

对 $x, y$ 方向具有相同放大率的系统( $M_x = M_y = M$ ),有

$$a \geq \sqrt{2}b_0, \quad M \geq \sqrt{2} \quad (12)$$

把以上参量分别代入(8)、(9)式,对正向模剩余部分光斑内的任意一点 $(X_F, Y_F)$ 沿顺时针传播后的位置以矩阵方程形式可表示为:

$$\begin{pmatrix} X'_F \\ Y'_F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_x & 0 \\ 0 & M_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_F \\ Y_F \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ a_0/4 \end{pmatrix} \quad (13)$$

对反向模参考平面内的任意一点 $(X_R, Y_R)$ 沿逆时针传播一周后的位置,以矩阵形式可表为:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} X'_R \\ Y'_R \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/M_x & 0 \\ 0 & 1/M_y \end{pmatrix} \left[ \begin{pmatrix} X_R \\ Y_R \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ a_0/4 \end{pmatrix} \right] \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/M_x & 0 \\ 0 & 1/M_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_R \\ Y_R \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_0/4 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

由(14)看出,光束截面处任意一点沿逆时针环行一周后,其实际位置以 $O$ 为原点向左平移 $(b_0/4)$ 。众所周知,若沿逆时针传播的反向模无阻挡地在腔环行,其光斑将不断被缩小。由(14)式对反向波进行追迹,设扩束望远系统对光束均匀放大,即 $M_x = M_y = M, a_0 = \sqrt{2}b_0, M = \sqrt{2}$ ,追迹结果如图6所示,从图中可以看出,光斑每旋转一次,其面积缩小2倍,光斑上任意一点将以螺线方式逆时针向一小区 $S$ 收缩,形成有规则的螺线族,当光斑逆时针旋转8次后,此时光斑面积被缩小为原面积的 $1/256$ 倍。

### 5 UR90 环形非稳腔对激光增益介质的空间平均效应

由图 6 看出,对 UR90 环形非稳腔的正向模,如果小区  $S$  沿螺线方向顺时针旋转 8 次后,其面积将与原光斑面积相等,因此,位于小区  $S$  内的任意一点沿螺线方向顺时针旋转 8 次后,势必落在耦合面上,从而可知,剩余光斑内不同区域内的点旋转到耦合面上所需的次数不同,选取不同区域内的一起始点沿螺线方向顺时针旋转到耦合面上所需的次数分别为 8、7、6、5、4、3、2、1;为此,把整个激光增益区等分为约干个小区,假设小区内的增益为均匀分布的,且  $S$  区处于激光器增益分布最不均匀的地方,那么,在此区内起振的光线将沿螺线顺时针旋转 8 次,并经过 9 个不同增益区的放大后被耦合到腔外输出,此光线所获得的实际增益是这 9 个不同区域内增益值的平均,根据此算法,可得到不同区域的起振光线到达耦合面时所获得的实际增益分别是 9、8、7、6、5、4、3、2 个小区内增益值的平均,表示式为

$$\bar{G}_{n+1} = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} G_i \quad (n = 1, 2, \dots, 8) \tag{15}$$

式中  $n$  为光斑旋转次数;  $\bar{G}$  为平均增益;  $G_i$  为光线在腔内沿螺线顺时针旋转所经不同区域的增益;因此,任意时刻耦合面上某一小区内将存在着经不同旋转次数的光线,此小区的增益是以上所有平均值的总平均,可表示为

$$G = \frac{1}{8} \sum_{n=1}^8 \bar{G}_{n+1} \tag{16}$$

为了考查 UR90 环形非稳腔对激光增益介质的空间平均效应,参照文献[15]上的小信号增益分布结果,构造出了如图 7 所示的二维增益分布,图中把增益区等分为 64 个小区,假设每一小区对应一个增益值  $G_i$ (相对值),即小区内的增益分布是均匀的;  $O$  为光轴所在位置,粗线代表刀口所在位置,刀口以下对应于输出光斑,刀口以上对应于剩余部分光斑,图 8(a)给出了所构造出的三维增益分布,从图中可以看出,此时的增益分布相对起伏较大,这将会导致输出光束的场分布不均匀,从而降低输出光束的光束质量。

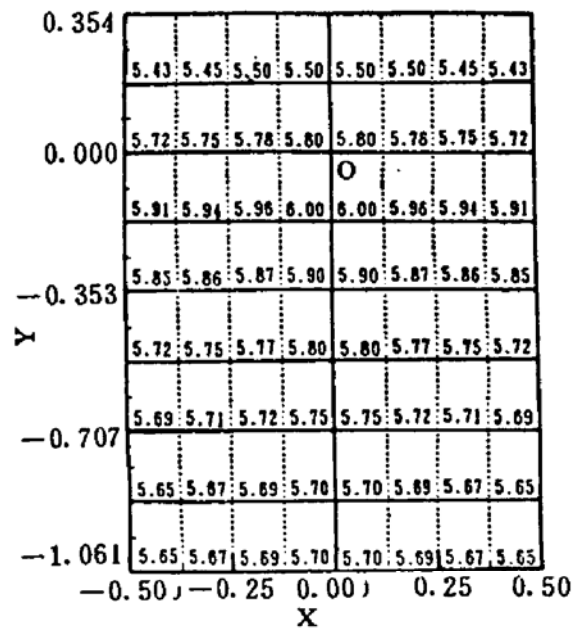
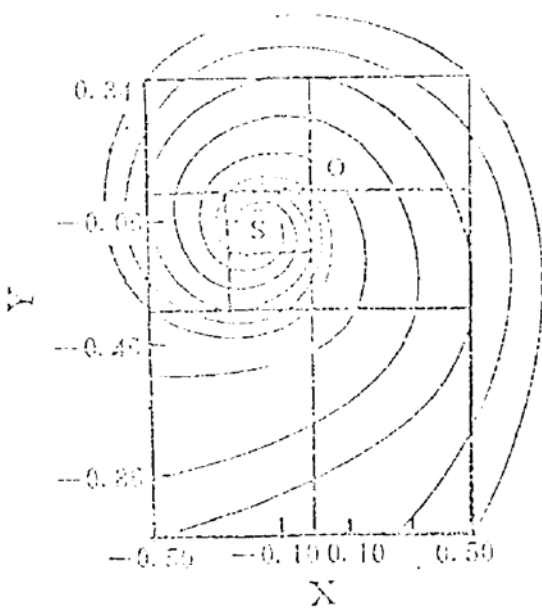


Fig. 6 The traces on cross section of the rays round anticlockwise for a number of times in the resonator

Fig. 7 Assumed gain ( $\times 10^{-3}/\text{cm}$ ) distribution pattern across one transverse plane

根据以上论述的旋转光束所具有的独特性质,对图 7 所构造出的增益分布进行平均,其平均结果如图 8(b)所示,从图中可以看出,由于 UR90 环形非稳腔使光束在腔内旋转的特性,使激光器介质的增益分布不均匀性大为改善;在图 8(a)、图 8(b)上取同一截面  $x = -0.1875$ ,从图 9 中可以看到,所给初始增益分布经过 UR90 环形非稳腔的旋转平均后,其增益分布趋向均匀;这将大大改善激光器输出光束的场分布及光束质量,特别对那些具有大体积、增益分布不均匀的激活介质的高功率激光器以及单程增益较小的激光器,应用此类腔型是有利的。

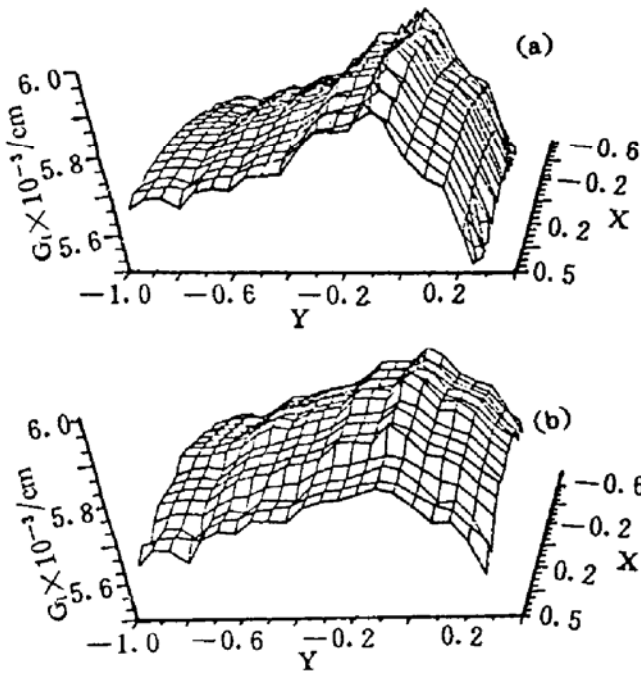


Fig. 8 (a) Assumed gain distribution (b) Gain distribution after processing of average according to character of unstable resonator with  $90^\circ$  beam rotation

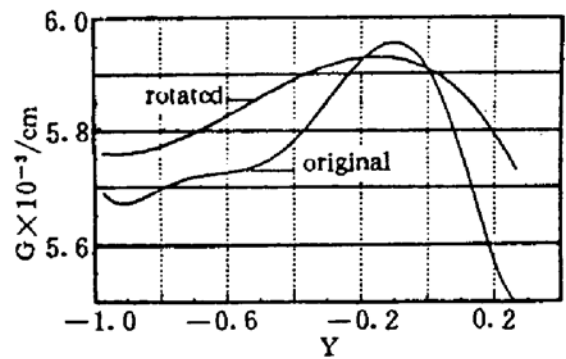


Fig. 9 Gain distribution along Y direction on the section  $X = -0.1875$

### 参 考 文 献

- [1] A. E. Siegman, Unstable optical resonators for laser applications. *Proc. IEEE*, 1965, **53**(3) : 277~287
- [2] D. A. Holmes, J. E. Korka, P. V. Avizonis, Parametric study of apertured focused gaussian beams. *Appl. Opt.*, 1972, **11**(3) : 565~574
- [3] R. L. Sanderson, W. striefer, Laser resonators with tilted reflectors. *Appl. Opt.*, 1969, **8**(11) : 2241~2248
- [4] M. M. Weiner, Modes of empty off-axis unstable resonators with rectangular mirrors. *Appl. Opt.*, 1979, **18**(11) : 1828~1834
- [5] E. A. Philips, J. P. Reilly, D. B. Northam, Off-axis unstable resonator: Operation. *Appl. Opt.*, 1976, **15**(9) : 2159~2166
- [6] T. R. Ferguson, M. E. Smithers, Optical resonators with nonuniform magnification. *J. Opt. Soc. Am.*, 1984, **A1**(6) : 653~662
- [7] M. E. Smithers, T. R. Ferguson, Unstable optical resonators with linear magnification. *Appl. Opt.*, 1984, **23**(20) : 3718~3724
- [8] Yu. A. Anan'ev, Unstable laser resonator for low-gain media. *Sov. Tech. Phys. Lett.*, 1978, **4**(4) : 150~151
- [9] A. H. Paxton, W. P. Latham, Jr., Unstable resonators with  $90^\circ$  beam rotation. *Appl. Opt.*, 1986, **25**(17) : 2939~2946
- [10] S. Holswade, R. Riviere, C. A. Huguley *et al.*, Experimental evaluation of an unstable ring resonator with  $90^\circ$

- beam rotation:HIQ experimental results. *Appl. Opt.*, 1988, 27(21): 4396~4405
- [11] Yu. K. Danileiko, V. A. Lobachev, New rotating-field resonator for lasers. *Sov. J. Quant. Electron.*, 1974, 4(3): 389~390
- [12] A. I. Voronin, V. I. Kuprenyuk, Sensitivity of rotating-field unstable cavities to optical distortions. *Sov. J. Opt. Technol.*, 1981, 48(6): 315~317
- [13] A. E. Attard, Matrix optical analysis of skew rays in mixed systems of spherical and orthogonal cylindrical lenses. *Appl. Opt.*, 1984, 23(16): 2706~2709
- [14] A. E. Siegman, *Lasers*. University Science Book, Mill Valley, California, 1986: 619
- [15] W. P. Latham, Jr., A. H. Paxton, G. C. Dente, Laser with 90-degree beam rotation. *Proc. SPIE*, 1990, 1224: 265~282

## Geometric Property Analysis of Unstable Ring Resonators with 90° Beam Rotation

Wei Zaifu      Wang Runwen      Wang Zhijiang

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800)

(Received 21 November 1994; revised 26 December 1994)

**Abstract** Geometric properties of the forward and reverse modes of unstable resonators with 90° beam rotation (UR90) are analyzed. Requirements for reverse mode non-stopping oscillation are discussed. The ray tracing equations of the ideal UR90 are obtained. Space self-average effect for laser gain medium is investigated.

**Key words** unstable ring resonator with 90° beam rotation, forward (reverse) mode, space self-average effect.