第15卷 第4期　　光 学 学 报　　Vol. 15, No. 4
1995年4月　　ACTA OPTICA SINICA　　April, 1995

位相畸变激光束的谐波转换*

钱列加　朱宝强　张筑虹　詹庭宇　范滇元
（中国科学院上海光学机械精密研究所高功率激光物理实验室，上海 201800）

摘　要　首次在理论上研究了位相畸变激光束的谐波转换。从波动方程出发，应用空间频谱方法处理位相畸变光束的非线性耦合问题，建立了适用于位相畸变且空间光强不均匀光束的谐波转换的理论模型。

关键词　位相畸变，　谐波转换，　空间频谱。

1　引　　言

激光束的谐波转换是获得短波长和可调谐激光的有效方法，自1961年Franken等[1]首次实现激光的二次谐波转换以来，人们对此已作了广泛的研究。但现今的谐波转换理论大都只局限于平面波和高斯光束这样的理想光束[2,3]，最近，Edeardt等[4]发展了适用于啁啾脉冲激光的谐波转换理论，Eimerl[5]和Cousins[6]在理论上研究了激光束的非均匀光强分布对转换效率的影响。至今尚无现成的谐波转换理论适用于位相不均匀或畸变的激光束，对位相畸变光束谐波转换的理论研究也是非常有价值的，因实际光束都不可能是严格的平面波或高斯光束，都会有一定程度的位相畸变和光强不均匀，特别是对高功率钕玻璃聚变激光器，其光束质量一般为10～20倍衍射极限，实际应用中不但要求高的谐波转换效率，而且要求谐波激光应保持一定的光束质量[7,8]。

本文在理论上研究了位相畸变激光束的谐波转换，以按平面波展开的空间频谱方法[9]处理位相畸变光束的非线性耦合问题，建立了适用于位相畸变且空间光强不均匀光束的谐波转换的理论模型。

2　理论模型的建立

对位相畸变光束的谐波转换的理论处理，乃从最基本的矢量波动方程出发：

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} = \mu_0\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}\boldsymbol{D}_L + \frac{\partial^2}{\partial t^2}\boldsymbol{P}_{NL}\right) \tag{1}$$

电场以三个相互作用的场的和表示：

---

* 本研究受上海市科委启明星计划和“神光Ⅱ”升级研制经费共同支持。
收稿日期：1994年4月15日

$$\boldsymbol{E}=\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{3}\{E_j(x,\ y,\ z)e^{i(k_{jo}z-\omega_j t)}+C.C.\}\boldsymbol{e}_j \tag{2}$$

式中 $\omega_3=\omega_1+\omega_2$，假定光束沿 z 方向传播，E_j 为 z 的慢变函数且与时间 t 无关，$\boldsymbol{e}_j$ 为特定的偏振基矢(平行于非线性晶体的 o 或 e 方向)，$k_{jo}^2=\mu_o\omega_j^2\varepsilon(k_x=0,\ k_y=0)$，$\varepsilon(k_x,\ k_y)$ 是具有 x，y 方向 k_x、k_y 波矢分量的介电常数。$\boldsymbol{D}_L$ 是线性电位移矢量，$P_{NL}=\chi^{(2)}:\boldsymbol{E}\,\boldsymbol{E}$ 是源于晶体非线性极化率的非线性极化矢量。对具有位相畸变的光束，$E_j(x,\ y,\ z)$ 并非 x，y 的慢变函数，特别是对应晶体的电极化率 ε 与 k_x、k_y 有关，为处理它们在晶体中的非线性耦合，我们将 $E_j(x,\ y,\ z)$ 按具有空间波矢 k_x、k_y 的平面波进行展开。

$$E_j(x,\ y,\ z)=\iint E_j(k_x,\ k_y,\ z)\ \exp\left[i(k_x x+k_y y)\right]dk_x\,dk_y \tag{3}$$

对位相畸变不太严重的激光束而言，其空间频谱范围较窄，高频成分很弱，因此 k_x、$k_y\ll k_{jo}$，故可以忽略 k_x、k_y 的二次或更高阶项，对(1)式进行形如(3)式的傅里叶变换，并注意到 $E_j(k_x,\ k_y,\ z)$ 也是 Z 的慢变函数，可以得到：

$$\frac{1}{2\pi}\left[k_j^2(k_x、k_y)-k_{jo}^2+2ik_{jo}\frac{\partial}{\partial z}\right]\iint E_j(x,\ y,\ z)e^{-i(k_x x+k_y y)}dxdy=-\ \mu_0\omega_j^2e^{-ik_{jo}z}P_{NLj}(k_x,\ k_y,\ z) \tag{4}$$

对 $k_j(k_x、k_y)$ 作泰勒展开，只保留 k_x、k_y 的一阶项。

$$k_j(k_x、k_y)\simeq k_{j0}+\frac{\partial k_j}{\partial k_x}k_x+\frac{\partial k_j}{\partial k_y}k_y \tag{5}$$

同样，这里假定激光束的位相畸变不太严重，忽略上述展开中的高阶项。对(4)式作逆变换得到：

$$\left[\frac{\partial}{\partial z}-\frac{\partial k_j}{\partial k_x}\frac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial k_j}{\partial k_y}\frac{\partial}{\partial y}\right]E_j(x,\ y,\ z)=-\frac{i\mu_0}{2k_{j0}}e^{-i(k_{j0}z-\omega_j t)}\frac{\partial^2}{\partial t^2}P_{NLj}(x,\ y,\ z) \tag{6}$$

在非线性极化项中对每一频率成分保留其合适的二阶项[10]，可以将三波耦合方程写成：

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{\partial}{\partial z}-\frac{\partial k_1}{\partial k_x}\frac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial k_1}{\partial k_y}\frac{\partial}{\partial y}\right)E_1(x,\ y,\ z)=\frac{i\omega_1^2\Gamma}{k_1\cos^2\alpha_1}E_2^*E_3e^{i\Delta kz},\\
&\left(\frac{\partial}{\partial z}-\frac{\partial k_2}{\partial k_x}\frac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial k_2}{\partial k_y}\frac{\partial}{\partial y}\right)E_2(x,\ y,\ z)=\frac{i\omega_2^2\Gamma}{k_2\cos^2\alpha_2}E_1^*E_3e^{i\Delta kz},\\
&\left(\frac{\partial}{\partial z}-\frac{\partial k_3}{\partial k_x}\frac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial k_3}{\partial k_y}\frac{\partial}{\partial y}\right)E_3(x,\ y,\ z)=\frac{i\omega_3^2\Gamma}{k_3\cos^2\alpha_3}E_1E_2e^{-i\Delta kz}
\end{aligned} \tag{7}$$

式中 Γ 为晶体的非线性系数[10]，$\Delta k=k_{30}-k_{20}-k_{10}$，$\alpha_j$ 是晶体中第 j 波的相速度与群速度间的夹角。对 x，y 先作如下形式的坐标变换：

$$\left.\begin{aligned}
\eta&=x+\frac{1}{3}\left(\frac{\partial k_1}{\partial k_x}+\frac{\partial k_2}{\partial k_x}+\frac{\partial k_3}{\partial k_x}\right)z\\
\xi&=y+\frac{1}{3}\left(\frac{\partial k_1}{\partial k_y}+\frac{\partial k_2}{\partial k_y}+\frac{\partial k_3}{\partial k_y}\right)z
\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

再作变换 $\eta_j=x+\frac{\partial k_j}{\partial k_x}z$，$\xi_j=y+\frac{\partial k_j}{\partial k_y}z$，将 $E_j(\eta,\ \xi,\ z)$ 的振幅包络 $A_j(\eta,\ \xi,\ z)$ 与光束位相分离，使：

$$E_j(\eta,\ \xi,\ z)=A_j(\eta,\ \xi,\ z)\exp\{i\frac{\omega_j}{\omega_1}\phi(\eta_j,\ \xi_j)\} \tag{9}$$

定义

$$\phi(\eta,\ \xi)=\frac{\omega_3}{\omega_1}\phi(\eta_3,\ \xi_3)-\frac{\omega_2}{\omega_1}\phi(\eta_2,\ \xi_2)-\phi(\eta_1,\ \xi_1) \tag{10}$$

对(10)式进行泰勒展开，保留其一阶项，就有

$$\phi(\xi,\ \eta) \simeq \Delta k_{eff}(\eta,\ \xi)z - \Delta kz \tag{11}$$

$$\Delta k_{eff}(\eta,\ \xi) = \Delta k + \left(\frac{\omega_3}{\omega_1}\frac{\partial k_3}{\partial k_x} - \frac{\omega_2}{\omega_1}\frac{\partial k_2}{\partial k_x} - \frac{\partial k_1}{\partial k_x}\right)\frac{\partial \phi(\eta,\ \xi)}{\partial \eta} + \left(\frac{\omega_3}{\omega_1}\frac{\partial k_3}{\partial k_y} - \frac{\omega_2}{\omega_1}\frac{\partial k_2}{\partial k_y} - \frac{\partial k_1}{\partial k_y}\right)\frac{\partial \phi(\eta,\ \xi)}{\partial \xi} \tag{12}$$

将(8)、(9)式代入(7)式，并利用(10)～(12)式，且忽略所有的$\frac{\partial A_j}{\partial \eta}$、$\frac{\partial A_j}{\partial \xi}$项，于是得到本文的主要结果：

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial z}A_1(\eta,\ \xi,\ z) &= \frac{i\omega_1^2\Gamma}{k_1\cos^2\alpha_1}A_2^*(\eta,\ \xi,\ z)A_3(\eta,\ \xi,\ z)e^{i\Delta k_{eff}(\eta,\ \xi)z}\\
\frac{\partial}{\partial z}A_2(\eta,\ \xi,\ z) &= \frac{i\omega_2^2\Gamma}{k_2\cos^2\alpha_2}A_1^*(\eta,\ \xi,\ z)A_3(\eta,\ \xi,\ z)e^{i\Delta k_{eff}(\eta,\ \xi)z}\\
\frac{\partial}{\partial z}A_3(\eta,\ \xi,\ z) &= \frac{i\omega_3^2\Gamma}{k_3\cos^2\alpha_3}A_1(\eta,\ \xi,\ z)A_2(\eta,\ \xi,\ z)e^{-i\Delta k_{eff}(\eta,\ \xi)z}
\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

上述方程(13)式是本文要求建立的位相畸变光束谐波转换的理论模型。

3 讨　论

在耦合波方程(13)式中，如 $\phi(\eta,\xi)$ 是常数，即光束无位相畸变，那么正象预期的那样，上述方程可简化成单色平面波情况的耦合波方程。另外，值得注意的是变量 η、ξ 只作为参数隐含在方程中，这些适用于位相畸变的耦合波方程在形式上完全相似于单色平面波情况的耦合波方程，因此 Δk_{eff} 是位相畸变光束意义下的波矢失配。同单色平面波情况一样，波矢失配 Δk_{eff} 的大小是影响谐波转换效率的主要因素，由于存在位相畸变，不可能实现光束全口径范围内的波矢匹配 $\Delta k_{eff}\equiv 0$，因此位相畸变光束谐波转换效率始终低于平面波情况。为进一步定性讨论位相畸变对谐波转换效率的影响程度，可以高功率钕玻璃聚变激光器的三次谐波转换作为分析的对象，采用 Ⅱ 类-Ⅱ 类偏振失配KDP晶体三次谐波转换方式。功率密度典型值 4 GW/cm^2 及晶体厚度均为 9 mm 的情况下，对应效率下降50%，KDP晶体容许的角度失配约为 0.85 mrad[11]。对应位相畸变光束，如畸变光束的角谱 $\theta_x\simeq k_x/k_{j0}$ 及 $\theta_y\simeq k_y/k_{j0}$ 在光束全口径范围内平均小于 0.85 mrad 的话，位相畸变光束能获得约50%的转换效率，如畸变光束的角谱范围远小于 0.85 mrad，则位相畸变几乎不影响谐波转换效率。因此，对于聚变激光器，我们应该要求 80%以上的能量都集中在约 0.1 mrad 的空间角谱范围内，此时，激光束能获得与严格平面波情况相仿的谐波转换效率。

总　结　本文从波动方程出发，应用空间频谱方法发展了适用于位相畸变光束谐波转换的理论模型。位相畸变对谐波转换的影响可被简单地等效成波矢失配 Δk_{eff}，而且这是一个不可补偿的影响转换效率的因素。本文发展的理论模型，同时也能被直接用于研究谐波转换过程对光束质量 M^2 因子的影响。

参 考 文 献

[1] P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters *et al.*, Generation of optical harmonics. *Phys. Rev. Lett.*, 1961, 7

(1)：118～123
[2] A. 亚里夫， 量子电子学，上海，上海科技出版社，1982：432～447
[3] G. D. Boyd, D. A. Kleinman, Second harmonic generations of gaussian laser beams. *J. Appl. Phys.*, 1968, **39**(13)：3597～3618
[4] R. C. Edeardt, J. Reintjes, Phase matching limitations of high efficiency second harmonic generation. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1994, **QE-20**(10)：1178～1187
[5] D. Eimerl, High average power harmonic generation. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1987, **QE-23**(5)：575～592
[6] A. K. Cousins, Power conversion efficiency in second harmonic generation with nonuniform beams. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1993, **QE-29**(1)：217～226
[7] M. A. Henesian, P. J. Wegner, D. R. Speck, Mpdeling of large aperture third harmonic frequency conversion of high power Nd：glass laser systems. *Proc. SPIE*, 1991, **1415**：90～103
[8] P. J. Wegner, M. A. Henesian, D. R. Spech, Harmonic conversion of large aperture 1.05 μm laser beams for inertial confinement fusion research. *Appl. Opt.*, 1992, **31**(30)：6414～6426
[9] A. E. Sigman, *Lasers*. California, University Science Books, Mill Valley, 1986：656～661
[10] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, Interactions between light waves in a nonlinear dielectric. *Phys. Rev.*, 1962, **127**(7)：1918～1939
[11] R. S. Craxton, High efficiency frequency tripling schemes for high power Nd：glass lasers. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1981, **QE-17**(9)：1771～1781

Harmonic Generation of Phase Aberrated Laser

Qian Liejia Zhu Baoqiang Zhang Zhuhong Zhan Tingyu Fan Dianyuan
(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai* 201800)
(Received 15 April 1994)

Abstract In this paper a theoretical studies on the harmonic generation of phase aberrated laser is presented for the first time. Based on the wave equation, we have developed the theory on harmonic generation of phase aberrated laser with nonuniform intensity profile by applying the spatial spectrum analysis to deal with the nonlinear coupling.
Key words phase aberration, harmonic generation, spatial spectrum.