

# 物面单反射镜波前分割三光束全息干涉计量研究

蔡云良 李季平 管尧兴

(南京航空航天大学数理力学系, 南京 210016)

**摘要** 提出了一种用于分析物体三维位移场的全息干涉计量新方法。该方法将一个小平面反射镜贴于被测物体的表面, 用三束呈空间分布的发散光波, 在干版的三个不同区域或同一部位, 记录被测物体的三个独立的双曝光干涉图。这些干涉图被由小平面反射镜运动造成的参考光虚点光源的位移所调制。基于对这种调制的理论分析, 导出计算参考光虚点光源和被测物体三维位移的二个线性方程组。

**关键词** 物面单反射镜波前分割, 三光束, 全息干涉计量, 三维位移。

## 1 引 言

目前, 在工业和科学的研究中所采用的全息干涉计量技术, 大多采用振幅分割法将激光器输出的细激光束分成二束或多束光, 经扩束后为全息记录提供必要的参考光波和物光波<sup>[1~4]</sup>。由于这种系统的光路结构特点导致对被测物体刚体运动以及干涉仪所处的环境温度梯度非常灵敏。环境及光学元件缺陷引起的干扰对全息系统的影响很大。这对于大尺寸物体的全息分析特别不利。这些干扰会引起被测物体的统计运动与振动, 破坏全息图记录过程中的参考光和物光波波场的稳定性, 严重时会记录不到全息图。为了克服这种缺陷, 本文提出用物面单反射镜波前分割三光束全息干涉计量技术测量物体三维位移的新方法。该方法在实验应力分析方面有重要的实用价值, 特别在航空航天、机械等研究和工业上有良好的应用前景。

## 2 物面单反射镜波前分割三光束全息干涉计量原理

物面单反射镜波前分割三光束全息干涉计量的基本构思是将一个小平面反射镜  $M_0$  贴于被测物体  $B_m$  的表面, 并用三束空间分布的发散光波分别照射这个组合体, 借助于这个反射镜以波前分割的方式, 把三束球面光波一一分成参考光波  $R_i(i=1, 2, 3)$  和物光波  $O_i(i=1, 2, 3)$ 。在被测物体位移前后, 三组光波  $O_i, R_i(i=1, 2, 3)$  分别对干版的三个不同的部位作两次曝光, 见图 1。在干版显影定影后, 这三个部位就形成三个独立的双曝光全息图。如果全息干版的这三个区域分别被三束原参考光照射, 便可再现三个独立的双曝光干涉图, 借此可分析被测物体的三维位移场。由于在双曝光全息图的记录过程中, 贴于物体表面的反射镜和

物体一起运动，两者用同一束发散光照射，显然物光波是漫反射光波，参考光波是镜面反射光波，故该全息干涉计量技术的计算方法比较复杂。下面首先分析物面单反射镜波前分割三光束全息记录的双曝光干涉图的光强结构。

在线性记录条件下，物面单反射镜波前分割三光束全息记录的三个双曝光全息图的振幅透过率分别与下式成比例。

$$H_i = R_i^* O_i + R_i O_i^* + R_i' O_i' + R_i' O_i'^*, \quad i = 1, 2, 3. \quad (1)$$

如果这些全息图分别用记录时的原参考光照射，则再现光场可分别表示为

$$R_i H_i = R_i R_i^* O_i + R_i R_i O_i^* + R_i R_i' O_i' + R_i R_i' O_i'^*, \quad i = 1, 2, 3. \quad (2)$$

假设不考虑共轭再现项，则再现图像的光强分布为

$$I_i = (R_i R_i^* O_i + R_i R_i O_i^*) (R_i R_i' O_i' + R_i R_i' O_i'^*). \quad (3)$$

令被测物体位移前后的三束物光波和三束参考光波的复振幅分别为

$$O_i = (A_{oi}/C_{oi}) \exp(ikC_{oi}), \quad i = 1, 2, 3, \quad (4)$$

$$O_i' = (A_{oi}'/C_{oi}') \exp(ikC_{oi}'), \quad i = 1, 2, 3, \quad (5)$$

$$R_i = (A_{qi}/q_i) \exp(ikq_i), \quad i = 1, 2, 3, \quad (6)$$

$$R_i' = (A_{qi}'/q_i') \exp(ikq_i'), \quad i = 1, 2, 3, \quad (7)$$

式中  $A_{oi}$ 、 $A_{oi}'$ 、 $A_{qi}$ 、 $A_{qi}'$ ，包含了参考光点光源和物光点光源的振幅  $A$  和相位  $\phi^{[5]}$ ， $C_{oi}$ 、 $C_{oi}'$  和  $q_i$ 、 $q_i'$  分别是被测物体位移前后物点光源和参考光虚点光源到干版的距离。由于诸参考光点光源是诸对应照明点光源的像，参考光波和物光波是用波前分割法得到的，故可近似认为  $A_{oi} = A_{oi}' = A_{qi} = A_{qi}' = A = |A| \exp(i\phi)$ ，而  $k = 2\pi/\lambda$ 。将(4)~(7)式代入(3)式，则得到

$$I_i \sim 4(A_{oi}^2 A_{qi}^2/c_i^2 q_i^2) \cos^2[(k/2)(\Delta C_i - \Delta q_i)], \quad i = 1, 2, 3, \quad (8)$$

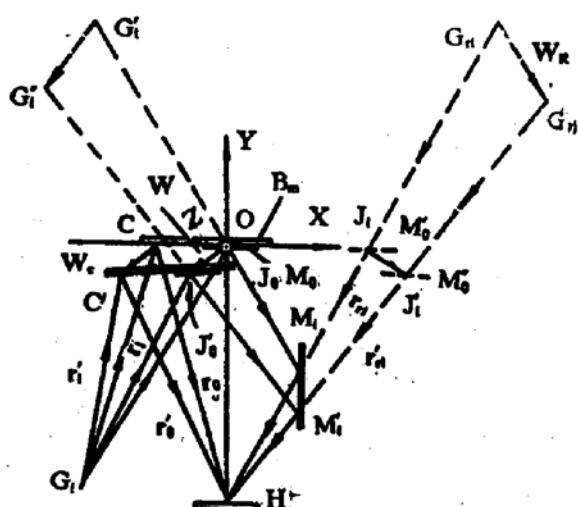


Fig. 2 Derivation of analytical formula of displacement vector

$M_0$  和  $M_i$  反射，经由  $G_i J_0 M_i H$  和  $G_i J_0' M_i' H$  抵达干版上的  $H$  点，形成参考光  $R_i$  和  $R_i'$  ( $i = 1, 2, 3$ )，几何点  $G_i$  和  $G_i'$  是几何点  $G_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 的像，而  $G_{ri}$  和  $G_{ri}'$  是  $G_i$  和  $G_i'$  的像。因此可认为参考

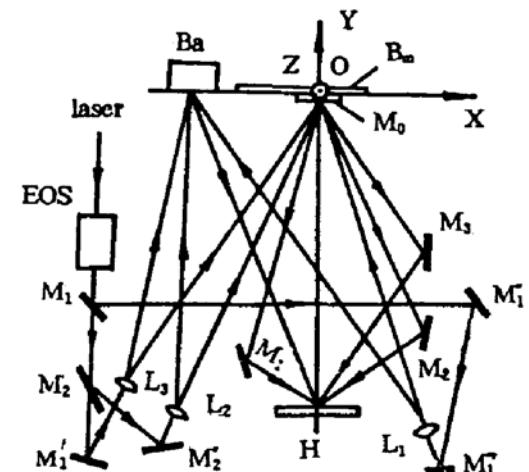


Fig. 1 The optical system

由此可见，物面单反射镜波前分割三光束全息干涉图上的条纹仍为  $\cos^2$  条纹，但与一般的双曝光干涉条纹明显不同，即前者多了一个因平面反射镜随被测物体一起运动造成的调制项  $\Delta q_i$  ( $i = 1, 2, 3$ )。

下面根据(8)式所示的干涉图组计算被测物体上任一测量点的位移矢量。为此，考虑图 1 所示光学系统中的第  $i$  组光路，如图 2 所示，并假设贴于被测物体表面的平面反射镜很薄，其反射面与被测物体表面在同一平面内。被测物体上的测点  $C$  在位移了  $W_c$  后，移到了  $C'$  点，镜面反射点从  $J_0$  位移到  $J_0'$ 。在物体位移前后，从光源  $G_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 发出的光被反射镜

光波  $R_i$  和  $R'_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 分别是由虚点光源  $G_{ri}$  和  $G'_{ri}$  发出的。对于物光而言，它是被测物体表面的漫反射光。因此在被测物体位移前后，从  $G_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 发出的光波，经物表面的漫反射，通过光程  $G_i CH$  和  $G'_i CH$  达到干版点  $H$ ，基于上述考虑，用第  $i$  组光记录的双曝光全息图的综合光程差为

$$\Delta_i = [|\mathbf{C}' \mathbf{G}_i| + |\mathbf{H} \mathbf{C}'| - (|\mathbf{H} \mathbf{M}_i| + |\mathbf{M}_i \mathbf{J}_0| + |\mathbf{J}_0 \mathbf{G}'_i|)] \\ - [(|\mathbf{C} \mathbf{G}_i| + |\mathbf{H} \mathbf{C}|) - (|\mathbf{H} \mathbf{M}_i| + |\mathbf{M}_i \mathbf{J}_0| + |\mathbf{J}_0 \mathbf{G}'_i|)], \quad i = 1, 2, 3 \quad (9)$$

根据镜面成像的对称性，应有

$$|\mathbf{H} \mathbf{M}_i| + |\mathbf{M}_i \mathbf{J}_0| + |\mathbf{J}_0 \mathbf{G}'_i| = |\mathbf{H} \mathbf{M}_i| + |\mathbf{M}_i \mathbf{J}_i| + |\mathbf{J}_i \mathbf{G}_{ri}| = |\mathbf{G}_{ri} \mathbf{H}|, \quad i = 1, 2, 3 \quad (10)$$

$$|\mathbf{H} \mathbf{M}_i| + |\mathbf{M}_i \mathbf{J}_0| + |\mathbf{J}_0 \mathbf{G}'_i| = |\mathbf{H} \mathbf{M}_i| + |\mathbf{M}_i \mathbf{J}_i| + |\mathbf{J}_i \mathbf{G}_{ri}| = |\mathbf{G}_{ri} \mathbf{H}|, \quad i = 1, 2, 3 \quad (11)$$

将(10)、(11)式代入(9)式，可得

$$\Delta_i = (|\mathbf{C}' \mathbf{G}_i| - |\mathbf{C} \mathbf{G}_i|) + (|\mathbf{H} \mathbf{C}'| - |\mathbf{H} \mathbf{C}|) - (|\mathbf{G}_{ri} \mathbf{H}| - |\mathbf{G}_{ri} \mathbf{H}|), \quad i = 1, 2, 3 \quad (12)$$

若单位矢量分别定义为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_i &= \frac{\mathbf{C} \mathbf{G}_i}{|\mathbf{C} \mathbf{G}_i|}, & \mathbf{r}'_i &= \frac{\mathbf{C}' \mathbf{G}_i}{|\mathbf{C}' \mathbf{G}_i|}, & \mathbf{r}_0 &= \frac{\mathbf{H} \mathbf{C}}{|\mathbf{H} \mathbf{C}|} \\ \mathbf{r}'_0 &= \frac{\mathbf{H} \mathbf{C}'}{|\mathbf{H} \mathbf{C}'|}, & \mathbf{r}_{ri} &= \frac{\mathbf{H} \mathbf{G}_{ri}}{|\mathbf{H} \mathbf{G}_{ri}|}, & \mathbf{r}'_{ri} &= \frac{\mathbf{H} \mathbf{G}'_{ri}}{|\mathbf{H} \mathbf{G}'_{ri}|}, & i &= 1, 2, 3 \end{aligned}$$

在计及了上述诸单位矢量后，则(12)式变为

$$\begin{aligned} \Delta_i &= (\mathbf{r}'_i \cdot \mathbf{C}' \mathbf{G}_i - \mathbf{r}_i \cdot \mathbf{C} \mathbf{G}_i) + (\mathbf{r}'_0 \cdot \mathbf{H} \mathbf{C}' - \mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{H} \mathbf{C}) \\ &\quad - (\mathbf{r}'_{ri} \cdot \mathbf{H} \mathbf{G}'_{ri} - \mathbf{r}_{ri} \cdot \mathbf{H} \mathbf{G}_{ri}), \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (13)$$

由于在实际光路中，单位矢量  $\mathbf{r}_i$ 、 $\mathbf{r}'_i$ 、 $\mathbf{r}_0$ 、 $\mathbf{r}'_0$  以及  $\mathbf{r}_{ri}$ 、 $\mathbf{r}'_{ri}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 比测点位移  $\mathbf{W}_c$  和虚点光源位移  $\mathbf{W}_{Ri}$  大得多，故可认为  $\mathbf{r}_i = \mathbf{r}'_i$ ， $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}'_0$ ， $\mathbf{r}_{ri} = \mathbf{r}'_{ri}$ 。于是(13)式变为

$$\Delta_i = (\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_i) \cdot \mathbf{W}_c - \mathbf{r}_{ri} \cdot \mathbf{W}_{Ri}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (14)$$

对于双曝光干涉图上的亮条纹，可建立如下线性方程组

$$(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_i) \cdot \mathbf{W}_c - \mathbf{r}_{ri} \cdot \mathbf{W}_{Ri} = N_i \lambda, \quad i = 1, 2, 3 \quad (15)$$

同样地，根据镜面成像的对称性，上式中的三个参考光虚点光源的位移  $\mathbf{W}_{Ri}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 可分别表达如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{Ri} &= (|\mathbf{H} \mathbf{M}_i| + |\mathbf{M}_i \mathbf{J}_i| + |\mathbf{J}_i \mathbf{G}_{ri}|) \\ &\quad - (|\mathbf{H} \mathbf{M}_i| + |\mathbf{M}_i \mathbf{J}_i| + |\mathbf{J}_i \mathbf{G}_{ri}|), \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (16)$$

如果在布置光路时，使三个照明光源  $G_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 各自到镜面上的反射点  $J_0$  的距离以及反射点  $J_0$  到干版点  $H$  的光程相等，即

$$|\mathbf{J}_0 \mathbf{G}_1| = |\mathbf{J}_0 \mathbf{G}_2| = |\mathbf{J}_0 \mathbf{G}_3| \quad (17)$$

$$|\mathbf{H} \mathbf{M}_1| + |\mathbf{M}_1 \mathbf{J}_0| = |\mathbf{H} \mathbf{M}_3| + |\mathbf{M}_3 \mathbf{J}_0| \quad (18)$$

并考虑到诸虚点光源的位移均是由同一平面反射镜的位移造成的，则根据(16)式，可得

$$\mathbf{W}_{R1} = \mathbf{W}_{R2} = \mathbf{W}_{R3} = \mathbf{W}_R \quad (19)$$

这样，(15)式就变为

$$(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_i) \cdot \mathbf{W}_c - \mathbf{r}_{ri} \cdot \mathbf{W}_R = N_i \lambda, \quad i = 1, 2, 3 \quad (20)$$

如果选择适当的坐标系，将上述各矢量用分量表示，则(20)式变为

$$\begin{aligned} (\mathbf{r}_{0x} - \mathbf{r}_{ix}) \cdot \mathbf{W}_{cx} - (\mathbf{r}_{0y} - \mathbf{r}_{iy}) \cdot \mathbf{W}_{cy} + (\mathbf{r}_{0z} - \mathbf{r}_{iz}) \cdot \mathbf{W}_{cz} \\ = (\mathbf{r}_{rix} \cdot \mathbf{W}_{Rx} + \mathbf{r}_{riy} \cdot \mathbf{W}_{Ry} + \mathbf{r}_{riz} \cdot \mathbf{W}_{Rz}) + N_i \lambda, \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (21)$$

在上述方程组中有六个未知量。可见要用被测物体的干涉图组解出该物体上任一被测点的位移矢量的三个分量是不可能的。只有在先解出参考光虚点光源的位移之后才能解出测点位移  $\mathbf{W}_s$  的三个正交分量。

### 3 参考光虚点光源位移的测定

在记录被测物体恒位移条件下的双曝光干涉图组的过程中，三个点光源  $G_i (i = 1, 2, 3)$  发出的球面光波分别照射被测物体和贴于物体表面的平面反射镜时，总是相互汇交，在被测物体位移前后，三个参考光虚点光源对干版点  $H$  的照明光线分别汇交于小平镜镜面上的点  $J_0$  和点  $J'_0$ 。三个反射点  $J_0$  具有相同的位移  $\mathbf{W}$ ，而参考光虚点光源  $G_R$  的位移为  $\mathbf{W}_R$ 。为了使  $\mathbf{W}_R$  的测量较为正确，光路的调整应满足(17)、(18)式所应满足的条件。 $\mathbf{W}_R$  可用辅助物体全息法分析。具体方法是在被测物体一侧适当位置上放置一个表面为平面的物体  $B_s$ ，两个物体互不干扰。后者在双曝光全息图的记录过程中始终保持静止状态。这样，利用图 1 所示的光学系统就可记录由辅助物体和被测物体组成的物体组的一组双曝光干涉图。显然，对于辅助物体的双曝光干涉图而言，它只含有参考光虚点光源的位移信息。根据图 1 的光学系统，可导得参考光虚点光源的位移的三个分量与辅助物体双曝光干涉图组上的条纹之间的关系为

$$r_{rix} \cdot W_{Rx} + r_{riy} \cdot W_{Ry} + r_{riz} \cdot W_{Rz} = n_i \lambda, \quad i = 1, 2, 3 \quad (22)$$

式中  $r_{rix}, r_{riy}, r_{riz} (i=1, 2, 3)$  是三路参考光对干版的照明矢量  $r_{ri} (i=1, 2, 3)$  的三个分量。 $n_i (i=1, 2, 3)$  分别是辅助物体的三个双曝光干涉图上的干涉条纹级序。 $W_{Rx}, W_{Ry}, W_{Rz}$  分别是参考光虚点光源位移的三个正交分量，由上述方程组求出并代入(21)式后，即可解出被测物体上任一点的位移的三个正交分量。

### 4 实验验证

为了验证上述的理论，选用一块  $80 \text{ mm} \times 40 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$  的铝质平板作为被测物体。一直径为  $20 \text{ mm}$  的薄小平面反射镜贴在该平板的中心位置。用微米分度的加载器对平板加载。加载点的坐标位置在  $C_s$  点  $(0.0, 0.0, 78.0)$  单位为  $\text{mm}$ 。预置的加载点的空间位移量是  $5.00 \mu\text{m}$ ，辅助物体是一矩形钢条，其记录平面尺寸为  $80 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$ 。该物体严格固定，与被测物体分隔放置，两者相距  $1 \text{ mm}$ 。点光源  $G_i (i = 1, 2, 3)$  发出的球面光波，能足以同时覆盖这

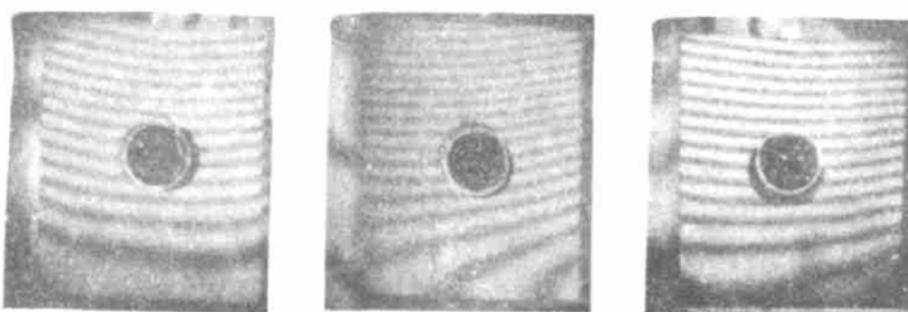


Fig. 3 A set of double-exposure interferograms recorded with the help of the optical system shown in Fig. 1  
两个物体。用图 1 光学系统记录的平板的一组双曝光干涉图，如图 3 所示。借助方程组(21)和(22)式联解后得加载点  $C_s$  的位移三分量为  $W_{sx} = 0.09 \mu\text{m}$ ,  $W_{sy} = 4.86 \mu\text{m}$ ,  $W_{sz} = 0.31 \mu\text{m}$ 。合位移  $W_s = 4.87 \mu\text{m}$ 。此结果与加载点预置的标准位移量完全吻合，从而证明了本文提出的全息测量理论的正确性。

## 5 讨 论

物面单反射镜波前分割三光束全息测量三维位移的技术其计算方法比较复杂，但如果把小平面反射镜贴到靠近被测物体的固定端，则平面镜的位移变得非常小，从而使参考光的调制小到几乎可忽略不计。这样，(20)式中的参考光虚点光源的位移趋近于零，于是被测物体的三维位移分析可大为简化，这种近似处理也不会给测量带来很大的误差，同时又保持了物面单反射镜波前分割三光束全息的长处。

如果要进一步提高全息干涉系统的抗干扰性，则可将三个小平面反射镜以适当的角度组合在一起，在三个平面反射镜的中心部位制作一个粘贴用的小平台，贴到被测物体的适当位置，并在图 1 所示的光学系统中去掉三个转折反射镜  $M_i$  ( $i = 1, 2, 3$ )，三束参考光  $R_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 直接由测件表面的小反射镜投射到全息干版  $H$  上，这样就可进行三维测量，这种贴镜全息法更加适合在较差的测量环境中对大尺寸试件进行全息分析，系统更加简单。

### 参 考 文 献

- [1] Cai Yunliang, Modulated beams holography and signal. *Proc. SPIE.*, 1990, 1230: 612~614
- [2] 蔡云良，调光程全息法测三维位移及图像处理. 激光技术, 1988, 12(6): 26~33
- [3] 蔡云良，转动干版的平面波多光束全息干涉计量研究. 南京航空航天大学学报, 1993, 25(5): 646~652
- [4] C. M. West, *Holographic Interferometry*. New York, John Wiley & Sons, 1979: 68~77
- [5] W. Schumann M. Dubas, *Holographic Interferometry*. Berlin Heidelberg, New York, Springer-Verlag, 1979: 39~41

### Object-Surface Single-Mirror Wavefront-Division Three-Beam Holographic Interferometry

Cai Yunliang      Li Jiping      Guan Yaoxing

(Department of Applied Mathematics Physics & Mechanics

Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016)

(Received 14 February 1994; revised 21 April 1994)

**Abstract** A new method of using object-surface single-mirror wavefront-division three-beam holographic interferometry to measure 3D displacement field of an object is proposed. In this method, a small mirror is stucked to the surface of the measured object, then the three independent double-exposure interferograms of the measured object are recorded in three different parts or identical region of the holographic plate with the help of three diverging beams. The interferograms are modulated by the displacements of the virtual point sources of the reference beams due to motion of the small mirror. Based on theoretical analysis to this modulation phenomenon, two sets of linealy equations for computing 3D displacement of the virtual point sources of the reference beams and the measured object have been derived. The experimental resualts have been given.

**Key words** object-surface, single-mirror, wavefront-division, three beams, holographic interferometry, 3D displacement.