

自由运转双模 He-Ne 激光场 $g^{(2)}(\tau)$ 的时谱特性及其可能应用*

印建平 朱士群

(苏州大学物理系, 苏州 215006)

王育竹

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘 要 采用光场的量子理论导出了双模 He-Ne 激光场二阶相干度 $g^{(2)}(\tau)$ 的时谱公式, 讨论了 $g^{(2)}(\tau)$ 的周期性、时谱特性和光子反相关效应, 并在分析其频率调谐特性的基础上, 探讨了双模激光场 $g^{(2)}(\tau)$ 的时谱特性在双模激光线宽 $\Delta\nu_D$ 的测量和双模激光稳频稳幅中的可能应用。

关键词 双模激光场, 量子相干性, $g^{(2)}(\tau)$ 时谱特性, 双模稳频稳幅。

1 引 言

自由运转的双模、多模激光在相干反斯托克斯-拉曼散射光谱学^[1]、共振荧光^[2]和多光子跃迁^[3]等许多方面表现出与单模相干态激光不同的效应, 这些效应均与多模激光的强度起伏及光子统计特性有关。此外, 经稳频稳幅的双模激光器在高分辨率激光光谱学、双模激光干涉仪^[4]、双模压缩态^[5]和光学频标中有着广阔的应用前景。因此, 研究双模激光场 $g^{(2)}(\tau)$ 的时谱特性, 并探讨其新的可能应用有着十分重要的意义。

有关稳态下多模激光场的一阶相干性^[6~8]和二阶相干性^[1~3, 9]已有一些文献讨论。关于双模激光器的稳频稳幅也有不少文献介绍^[10~14]。例如, 电热稳频法^[10]、水冷稳频法^[11]、风冷稳频法^[12]、TC 时谱稳频法^[13]和干涉稳频法^[14]等。然而基于内腔激光双模为正交偏振特性的一些稳频法^[10~12]难以获得较高的长时频稳性和再现性。

本文重点导出了双模 He-Ne 激光场的二阶相干度 $g^{(2)}(\tau)$ 及其时谱公式, 并在分析其时谱特性和频率调谐特性的基础上, 探讨了双模激光场时谱特性在激光线宽 $\Delta\nu_D$ 的测量和双模激光稳频稳幅中的可能应用。

2 $g^{(2)}(\tau)$ 时谱公式的推导

设双模的湮灭算符分别为 a_1 和 a_2 , 空间波函数分别为 $u_1(\mathbf{x})$ 和 $u_2(\mathbf{x})$, 模体积为 $V_1 = V_2 =$

* 本工作由江苏省自然科学基金资助。

收稿日期: 1993年11月15日

V , 则双模激光场的电场算符的正、负频分量可写成

$$\left. \begin{aligned} E^{(+)}(\mathbf{x}, t) &= u_1(\mathbf{x}) a_1 \exp(-j\omega_1 t) + u_2(\mathbf{x}) a_2 \exp(-j\omega_2 t), \\ E^{(-)}(\mathbf{x}, t) &= u_1^*(\mathbf{x}) a_1^{(+)} \exp(j\omega_1 t) + u_2^*(\mathbf{x}) a_2^{(+)} \exp(j\omega_2 t) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

于是总的电场算符可表示为

$$E(\mathbf{x}, t) = E^{(+)}(\mathbf{x}, t) + E^{(-)}(\mathbf{x}, t) \quad (2)$$

$$u_1(\mathbf{x}) = j(\hbar\omega_1/2\epsilon_0 V)^{1/2} \exp(j\mathbf{k}_1\mathbf{x}), \quad u_2(\mathbf{x}) = j(\hbar\omega_2/2\epsilon_0 V)^{1/2} \exp(j\mathbf{k}_2\mathbf{x}) \quad (3)$$

对于理想的 N 个模的激光场, 其密度矩阵的 Glauber-Sudarshan P -表示为^[15]

$$P(\{\alpha_k\}) = \prod_{k=1}^N \frac{\delta(|\alpha_k| - |\beta_k|)}{2\pi |\beta_k|} \prod_{k=N+1} \frac{\delta(|\alpha_k|)}{2\pi |\alpha_k|} \quad (4)$$

相应的密度矩阵可以写成无规位相相干态的形式^[16]

$$\rho = \prod_{k=1}^N \rho_k \otimes \prod_{k=N+1} |O_k\rangle\langle O_k| \quad (5)$$

$$\rho_k = \overline{|\beta_k\rangle\langle\beta_k|} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi_k |\beta_k\rangle\langle\beta_k|, \quad \beta_k = |\beta_k| \exp(j\phi_k) \quad (6)$$

式中 $|\beta_k|^2 = \langle n_k \rangle$ 为第 k 模的平均光子数, ϕ_k 为无规位相, $|O_k\rangle$ 为真空态第 k 模的态矢。对于双模激光场, $N = 2, k = 1, 2$ 。由光场二阶量子相干度的定义

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle : I(t)I(t+\tau) : \rangle}{\langle I(t) \rangle^2} = \frac{\langle E^{(-)}(t)E^{(-)}(t+\tau)E^{(+)}(t+\tau)E^{(+)}(t) \rangle}{\langle E^{(-)}(t)E^{(+)}(t) \rangle^2} \quad (7)$$

考虑到自由运转激光纵模频率漂移效应对双模输出强度的影响和非均匀展宽型双模 He-Ne 激光场的一阶时间相干度的时谱公式 $|g^{(1)}(t, \tau)|$ ^[13], 则可得到自由运转双模 He-Ne 激光场 $g^{(2)}(\tau)$ 时谱的一般表达式(设光程差 $\Delta l = c\tau$)

$$\begin{aligned} g^{(2)}(t, \Delta l) &= 1 - \frac{\text{ch}(8 \ln 2 \cdot \Delta\nu_q \cdot \Delta\nu(t)/\Delta\nu_b^2)}{1 + \text{ch}(8 \ln 2 \cdot \Delta\nu_q \cdot \Delta\nu(t)/\Delta\nu_b^2)} \\ &+ \exp[-2(d/c)^2 \Delta l^2] \frac{\cos(\pi \Delta l/L) + \text{ch}(8 \ln 2 \cdot \Delta\nu_q \cdot \Delta\nu(t)/\Delta\nu_b^2)}{1 + \text{ch}(8 \ln 2 \cdot \Delta\nu_q \cdot \Delta\nu(t)/\Delta\nu_b^2)} \end{aligned} \quad (8)$$

式中 $\Delta\nu_q = c/2L$, $d = \frac{\pi\delta\nu_d}{2\sqrt{\ln 2}}$, $\Delta\nu_b$, $\Delta\nu_q$ 和 $\delta\nu_d$ 分别为激光多普勒线宽、纵模间距和纵模频宽, $\Delta\nu(t)$ 为双模频率 $\Delta\nu_1(t)$, $\Delta\nu_2(t)$ 相对于双模频率对称点 $(\nu_0 \pm \Delta\nu_q/2)$ 的漂移量。当 $\delta\nu_d \rightarrow 0$, 或 $2(d/c)^2 \Delta l^2 \ll 1$ 时, 由(8)式得到

$$g^{(2)}(t, \Delta l) = 1 + \frac{\cos(\pi \Delta l/L)}{1 + \text{ch}(8 \ln 2 \cdot \Delta\nu_q \cdot \Delta\nu(t)/\Delta\nu_b^2)} \quad (9)$$

由(8)式或(9)式不难看出, 双模激光场的二阶相干性[当 $\Delta\nu(t) = 0$]及其时谱特性具有准周期的特点, 其周期为 $2L$ 。

3 $g^{(2)}(\tau)$ 时谱特性的分析

设 $\Delta l = 2mL$ ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), 则由(9)式得到光程差 Δl 为腔长 L 的偶数倍处双模激光场 $g^{(2)}(\tau)$ 的时谱公式

$$g^{(2)}(t, 2mL) = 1 + \frac{1}{1 + \text{ch}(8 \ln 2 \cdot \Delta\nu_q \cdot \Delta\nu(t)/\Delta\nu_b^2)} \quad (10)$$

同理, 令 $\Delta l = (2m+1)L$, 则由(9)式得到光程差 Δl 为腔长 L 的奇数倍处双模激光场的时谱公式

$$g^{(2)}[t, (2m+1)L] = 1 - \frac{1}{1 + \text{ch}(8 \ln 2 \cdot \Delta\nu_q \cdot \Delta\nu(t)/\Delta\nu_0^2)} \quad (11)$$

此外, 当 $\Delta l = (2m+1)L/2$ 时, 则由(9)式得到光程差为 $1/2$ 腔长的奇数倍处双模激光场的二阶相干度

$$g^{(2)}[(2m+1)L/2] = 1 \quad (12)$$

由此可见, 在 $\Delta l = (2m+1)L/2$ 处, 双模激光场 $g^{(2)}(\tau)$ 与纵模频率漂移效应无关。

设 $\delta\nu_z = 5 \times 10^7$ Hz, $\Delta\nu_D = 800$ MHz, $\Delta\nu_q = 750$ MHz ($L = 20$ cm), 则当 $\Delta\nu(t) = 0, \Delta\nu_q/4, \Delta\nu_q/2, 3\Delta\nu_q/4$ 和 $\Delta\nu_q$ 时, 由(9)式计算得到 $g^{(2)}(\tau)$ 随光程差 Δl 而变化的曲线, 如图 1 所示。

为了与相干态光场的非相关情形 ($g^{(2)}(\tau) \equiv 1$) 相区别, 通常人们称 $g^{(2)}(\tau) > 1$ 为光子相关效应, 而称 $g^{(2)}(\tau) < 1$ 为光子反相关效应。由上述理论分析和图 1 不难看出, 双模激光场的 $g^{(2)}(\tau)$ 具有如下时谱特性:

1) 当不考虑纵模频宽 $\delta\nu_z$ 的影响时, $g^{(2)}(t, \Delta l)$ 随光程差 Δl 的增加呈周期性变化, 其周期为 $2L$, 相应的极大值小于或等于 $3/2$, 发生在腔长 L 的偶数倍处 ($\Delta l = 2mL$); 相应的极小值大于或等于 $1/2$, 发生在腔长 L 的奇数倍处 [$\Delta l = (2m+1)L$]; 仅在 $\Delta l = (2m+1)L/2$ 处, $g^{(2)}(\tau)$ 与纵模频率漂移效应无关。显然, 双模激光的 $g^{(2)}(\tau)$ 时谱特性与 $g^{(1)}(\tau)$ 时谱特性在 $\Delta l = 2mL$ 处有着本质的区别, $g^{(1)}(\tau)$ 时谱特性^[13]仅在 $\Delta l = (2m+1)L$ 处与纵模频率漂移效应 $\Delta\nu(t)$ 有关, 而在 $\Delta l = 2mL$ 处与 $\Delta\nu(t)$ 无关, 而 $g^{(2)}(\tau)$ 时谱特性在 $\Delta l = 2mL$ 和 $(2m+1)L$ 处均与 $\Delta\nu(t)$ 有关, 且两处的 $g^{(2)}(\tau) \sim \Delta\nu(t)$ 关系完全等价;

2) $g^{(2)}(t, \Delta l)$ 随着光程差的变化呈现出从“光子相关”到“光子反相关”的周期性变化, 且随着频率漂移量 $\Delta\nu(t)$ 的增大, “光子相关”与“光子反相关”效应被减弱; 此外, 光子相关与光子反相关效应还与激光线宽 $\Delta\nu_D$ 有关;

3) 当纵模频率漂移量 $\Delta\nu(t) = 0$ 时, $g^{(2)}(t, \Delta l)$ 变化范围最大, 从 $1/2$ 变化到 $3/2$; 如果考虑到纵模频宽 $\delta\nu_z$ 的影响[见(8)式], 取 $\Delta l = 0, L, 2L$ 时, $g^{(2)}(t, \Delta l)$ 能最有效地反映双模频率的漂移效应, 这对于激光线宽的测量和双模稳频十分有利。

4 $g^{(2)}(\tau)$ 调谐特性曲线

设频率调谐量为 $\Delta\nu$, 光程差为 $\Delta l = L$, 则由(11)式得到

$$g^{(2)}(\Delta\nu, L) = 1 - \frac{\text{ch}(8 \ln 2 \cdot \Delta\nu_q \cdot \Delta\nu/\Delta\nu_0^2)}{1 + \text{ch}(8 \ln 2 \cdot \Delta\nu_q \cdot \Delta\nu/\Delta\nu_0^2)} + \left| \text{th} \left(\frac{4 \ln 2 \cdot \Delta\nu_q \cdot \Delta\nu}{\Delta\nu_0^2} \right) \right|^2$$

$$= \frac{\text{ch}(8 \ln 2 \cdot \Delta\nu_q \cdot \Delta\nu/\Delta\nu_0^2)}{1 + \text{ch}(8 \ln 2 \cdot \Delta\nu_q \cdot \Delta\nu/\Delta\nu_0^2)} \quad (13)$$

此式即为双模 He-Ne 激光场在 $\Delta l = L$ 处的 $g^{(2)}(\tau)$ 调谐公式。同理, 当 $\Delta l = 0$, 或 $2L$ 时, 由(10)式得到双模 He-Ne 激光场在 $\Delta l = 0$, 或 $2L$ 处的 $g^{(2)}(\tau)$ 调谐公式

$$g^{(2)}(\Delta\nu, 0, 2L) = \frac{2 + \text{ch}(8 \ln 2 \cdot \Delta\nu_q \cdot \Delta\nu/\Delta\nu_0^2)}{1 + \text{ch}(8 \ln 2 \cdot \Delta\nu_q \cdot \Delta\nu/\Delta\nu_0^2)} \quad (14)$$

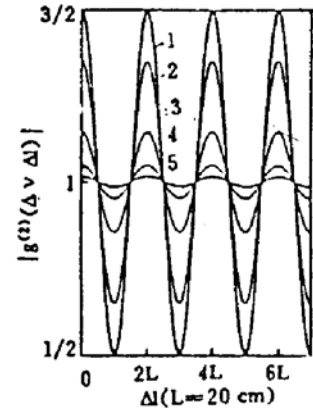


Fig. 1 The time-spectrum characteristics of $g^{(2)}(\tau)$ in a two-mode He-Ne laser

当频率调谐量为 $\Delta\nu = \pm 500$ MHz 时, 分别由(13)和(14)式计算得到 $g^{(2)}(\tau)$ 的频率调谐特性曲线, 如图 2 和图 3 所示(设 $L = 20$ cm, $\Delta\nu_D = 800$ MHz, 1000 MHz 和 1200 MHz)。

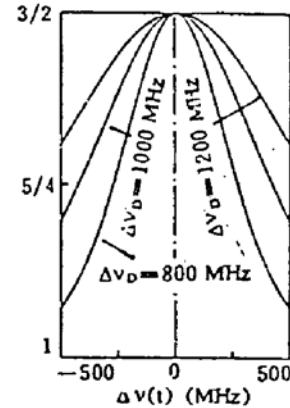
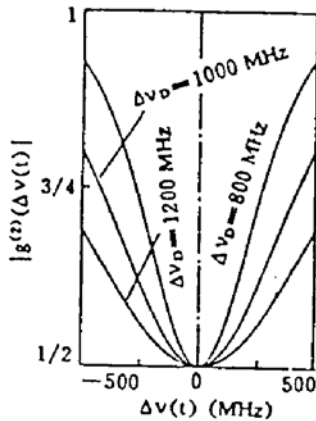


Fig. 2 The frequency tuning characteristics curves of $g^{(2)}(\tau)$ at $\Delta l = L$

Fig. 3 The frequency tuning characteristics curves of $g^{(2)}(\tau)$ at $\Delta l = 0, 2L$

从图 2 和图 3 不难看出: 1) 在 $\Delta l = L$ (光程差为腔长的奇数倍)处和 $\Delta l = 0, 2L$ (光程差为腔长的偶数倍)处, 双模激光场具有形状相同, 开口相反(即一阶导数相反)的频率调谐特性, 这就表明双模 He-Ne 激光器稳频稳幅的 $g^{(2)}(\tau)$ 时谱法既可在 $\Delta l = L$ 处, 也可在 $\Delta l = 0, 2L$ 处实现, 这与 $g^{(1)}(\tau)$ 时谱稳频法^[13]是不同的; 2) $g^{(2)}(\Delta\nu, L)$ 频率调谐特性呈“V形”曲线, 关于直线 $\Delta\nu = 0$ 对称, 且当 $\Delta\nu = 0$ 时, $g^{(2)}(0, L) = 1/2$ 为极小值, 光子反相关效应最强。此时内腔双模激光输出强度相等($I_1 = I_2$), 偏振方向互相正交; 3) 当激光线宽 $\Delta\nu_D$ 越小时, $g^{(2)}(\tau)$ 频率调谐特性曲线变化越陡。因而选择较小 $\Delta\nu_D$ 的双模 He-Ne 激光器对于提高稳频精度是十分重要的。

5 应用探讨

5.1 激光线宽 $\Delta\nu_D$ 的测量

如果用扫描干涉仪观察双模 He-Ne 激光器的纵模频谱, 将会发现在激光器工作的初始阶段, 双模频率漂移效应是以单方向大幅度准线性漂移为主, 且随时间的增长, 漂移速度逐渐减慢; 这相当于激光频率的单方向调谐。由上述(13)、(14)式或图 2 与图 3 可知, 当双模频率单方向调谐(或准线性漂移时), 在 $\Delta l = L$, 或 $0, 2L$ 处的 $g^{(2)}(\tau)$ 时谱特性与 $\Delta\nu_D$ 有关。因此, 通过测量 $\Delta l = L$, 或 $0, 2L$ 处的 $g^{(2)}(\tau)$ 时谱特性曲线, 即可由(13)或(14)式的曲线拟合得到激光线宽 $\Delta\nu_D$ 。

5.2 双模激光的稳频稳幅

同样, 从图 1 至图 3 不难看出, 在 $\Delta l = L$, 或 $0, 2L$ 处, 双模激光场二阶相干度的时谱 $g^{(2)}(t, \tau)$ 随纵模频率漂移量 $\Delta\nu(t)$ (或调谐量 $\Delta\nu$) 的变化最为显著, 且其调谐特性呈“V形”或“倒 V形”曲线, 并关于直线 $\Delta\nu = 0$ 对称。因此, 如果取 $\Delta\nu = 0$ 作为频率锁定点, 利用时谱信号 $g^{(2)}(t, L)$, 或 $g^{(2)}(t, 0, 2L)$ 作为误差信号去控制激光器的腔长, 即可实现双频双模 He-Ne 激光器的稳频稳幅, 其稳频原理和方法类似于纵向塞曼拍频曲线稳频法^[17]和 $g^{(1)}(\tau)$ 时谱稳频法^[13]。

然而, 在 $\Delta\nu = 0$ 附近, 由于 $g^{(2)}(\Delta\nu, L)$ 调谐特性曲线的斜率不太大, 所以取 $\Delta\nu = 0$ 为频

率锁定点时, 频率稳定度不易做得更高, 这一点也不同于 $g^{(1)}(\tau)$ 时谱稳频法^[13]。但是由图 2 知, 如果采用斜率鉴别器^[18~19], 将频率锁定点 ν_{lock} 取在“V 形”曲线某一侧的中点上, 则利用双模激光场的 $g^{(2)}(t, L)$ 时谱特性来实现双模 He-Ne 激光器的稳频稳幅是十分有利的, 可望获得更高的频率稳定度。其稳频稳幅原理和方法类似于横向塞曼拍频曲线稳频法^[18~19]。

此外, 如果在 $\Delta\nu = 0$ 附近, 由(8)式对 $\Delta\nu$ 求一阶导数(且令 $\Delta l = L$), 则有

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{d\Delta\nu} g^{(2)}(\Delta\nu, L) &= 2a \operatorname{th}(a\Delta\nu) \operatorname{sech}^2(a\Delta\nu), \\ a &= 2C \ln 2 / L\Delta\nu_0^2, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

相应的一阶导数频率调谐特性曲线呈“斜 S 形”, 关于坐标原点(0, 0)对称, 如图 4 所示。由图 4 表明, 如果将斜率鉴别器输出的信号作为误差信号来实现双模激光的稳频稳幅, 并取 $\Delta\nu = 0$ 作为频率锁定点, 则同样可望获得较高的频率稳定度。

由于上述三种方法是利用双模激光场 $g^{(2)}(\tau)$ 的时谱特性来实现双模激光稳频的, 因而它如同 $g^{(1)}(\tau)$ 时谱法^[13]一样, 从根本上克服了利用双模偏振特性实现双模激光稳频的传统方法^[10~12]的某些不足与局限性, 使稳频稳幅精度做得更高, 而且可同时适用于随机偏振特性输出的内腔双模 He-Ne 激光器和平行线偏振输出的半外腔式双模 He-Ne 激光器。此外, 该方法与 $g^{(1)}(\tau)$ 时谱稳频法相比还具有光学系统简单, 抗干扰能力强和动态性能好等优点。

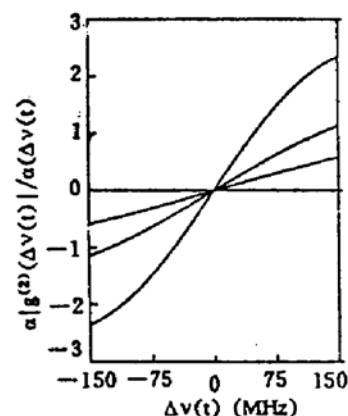


Fig. 4 The frequency tuning characteristics curves of the first-order derivative of $g^{(2)}(\tau)$

参 考 文 献

- [1] S. Kröll, M. Aldén, T. Berglind *et al.*, Noise characteristics of single shot broadband Raman resonant CARS with single- and multimode lasers. *Appl. Opt.*, 1987, 26(6): 1068~1073
- [2] P. Zoller, G. Alber, R. Salvader, AC stark splitting in intense stochastic driving fields with Gaussian statistics and non-lorentzian line shape. *Phys. Rev.*, 1981, A24(1): 398~410
- [3] J. Krasinski, S. Chudzynski, Experiment dependence of two-photon absorption efficiency on statistical properties of laser light. *Opt. Commun.*, 1974, 12(3): 304~306
- [4] 周肇飞, 迟桂纯, 程相荣等, 双纵模激光干涉仪. *光电工程*, 1988, (4): 10~21
- [5] 李希曾, 苏宝霞, 双模压缩态中电磁场的高阶测不准关系. *量子电子学*, 1992, 9(增刊): 2~3
- [6] 印建平, 张炳泉, 陆俊发等, 多纵模气体激光时间相干性的分析与研究. *光学学报*, 1987, 7(4): 341~348
- [7] 吕可诚, 吕云福, 气体激光的时间相干性. *量子电子学*, 1987, 4(1): 24~29
- [8] 陆同兴, 邹道发, 对多纵模气体激光器时间相干性的进一步讨论. *量子电子学*, 1988, 5(1): 25~31
- [9] 黎永青, 王长生, 王育竹, 多模激光场中光子统计特性的研究. *中国激光*, 1991, 18(2): 104~109
- [10] S. K. Gordon, S. F. Jacobs, Modification of inexpensive multimode laser to produce a stabilized single frequency beam. *Appl. Opt.*, 1974, 13(2): 231~232
- [11] H. Ogasawara, J. Nishimura, Frequency stabilization of internal-mirror He-Ne lasers. *Appl. Opt.*, 1983, 22(5): 655~657
- [12] T. Yoshino, Frequency stabilization of internal-mirror He-Ne lasers using the polarization properties. *Jan. J. Appl. Phys.*, 1980, 19(11): 2181~2185

- [13] 印建平, 双纵模 He-Ne 激光器稳频稳幅的时间相干时谱法. 光学学报, 1988, 8(5): 397~403
 Yin Jianping, TC time-spectrum method for frequency and power stabilization of a two-mode He-Ne laser (Theory Part). *Chin. Phys.*, 1990, 10(1): 175~180
- [14] 印建平, 双频双模 He-Ne 激光器稳频稳幅的一种新方法. 中国激光, 1989, 16(10): 621~622
- [15] J. 柏里纳著, 光的相干性, 詹达三译, 北京, 科学出版社, 1986, 297
- [16] W. H. 路易塞尔著, 辐射的量子统计性质. (陈水, 于熙令译, 北京, 科学出版社, 1992), 210
- [17] 王 楚, 沈伯弘, 吴义芳, 633 nm 氮氛激光的纵向塞曼拍频曲线及稳频的原理和实验. 光学学报, 1984, 4(9): 808~813
- [18] 王 楚, 吴义芳, 沈伯弘, 带有锁相系统的横向塞曼 He-Ne 稳频激光器. 北京大学学报(自然科学版), 1987, (1): 102~108
- [19] 吴义芳, 一种新的激光稳频技术. 物理, 1988, 17(6): 359~362
- [20] 巴恩旭, 杨性愉, 刘玉照等, 横向塞曼激光器的实验研究. 光学学报. 1984, 4(5): 398~405

Time-Spectrum Characteristics of $g^{(2)}(\tau)$ of a Two-Mode He-Ne Laser and Its Possible Application under Free Operation

Yin Jianping Zhu Shiqun

(Department of Physics, Suzhou University, Suzhou 215006)

Wang Yuzhu

(Quantum Optics Laboratory, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics,
 Academia Sinica, Shanghai 201800)

(Received 15 November 1993)

Abstract In this paper, the time-spectrum formula of the second-order coherence degree $g^{(2)}(\tau)$ of a two-mode He-Ne laser is derived, based on the quantum theory of the light. The periodicity, time-spectrum characteristics and photons anticorrelation effect of $g^{(2)}(\tau)$ are studied. According to the analysis of $g^{(2)}(\tau)$ tuning characteristics, we discussed the possible application of $g^{(2)}(\tau)$ time-spectrum characteristics in two-mode laser field for laser linewidth measurement, and frequency and power stabilization of a two-mode laser.

Key words the field of a two-mode laser, quantum coherence, time-spectrum characteristics of $g^{(2)}(\tau)$, frequency and power stabilization of a two-mode laser.