

均匀折射率包层铌酸锂单晶光纤 远离截止区的模特性讨论*

阙文修 霍玉晶** 姚熹

(西安交通大学电子材料研究室, 西安 710049)

摘 要 给出了具有均匀折射率包层铌酸锂单晶光纤的场强分布和本征值方程, 分析了远离截止区的模特性。

关键词 晶体光纤, 本征值方程, 远离截止。

1 引 言

近年来, 对晶体光纤包层构造进行了广泛研究^[1~4]。已报道的单晶光纤包括光学上各向同性^[1]、单光轴^[2]、蓝宝石晶体^[5]等。显然包层各向同性均匀折射率晶纤的传播特性是非常好理解的, 而没有包层的单光轴棒也有众多的研究^[6, 7], Snyder 和 Love^[8] 及 Toning^[9] 对单光轴阶跃折射率剖面晶纤给出了一些公式, 这些公式进一步被 Dai 和 Jen^[10] 分析, 遗憾的是文献[8~10]的分析都仅限于模式的截止特性, 而实际上目前的晶体直径 d 都为几十到几百 μm , 即满足 $d \gg \lambda$ (光波波长) 的条件, 因此晶纤内传播的模式极为丰富。虽然镁离子内扩散法形成的铌酸锂(LN)晶纤包层中, 随着镁离子的内扩散过程可以降低晶纤直径, 但从本文作者的实验结果来看, 镁离子的内扩散是有一定限度的, 文献[3]的结果也说明了这一问题, 可见晶纤芯径仍然很大, 还达不到单模传播的条件, 所以晶纤内模式大多工作在远离截止区。本文讨论的就是具有均匀折射率包层的铌酸锂单晶光纤远离截止区的模特性。

2 场强分布及模本征值方程

对于铌酸锂晶纤有 $(n_x = n_y = n_o = n') \neq (n_z = n_e)$, 其中 n_o 、 n_e 是寻常光和非寻常光折射率, 若让笛卡尔坐标轴和晶体主轴各自对应起来, 晶体 z 轴 (C 轴) 为波的传播方向, 则可用各向同性光纤情况下的公式表示纵向场分量。由于是均匀折射率剖面晶纤, 设其折射率分布为

$$n(r) = \begin{cases} n'_{co} & 0 \leq r \leq a \\ n'_{cl} & a < r < \infty \end{cases} \quad (1)$$

* 西安交通大学精细功能电子材料与器件实验室开放基金资助项目。

** 清华大学电子工程系, 北京 100084。

收稿日期: 1993年12月11日; 收到修改稿日期: 1994年4月18日

a 为晶纤芯半径, 下脚标 co 、 cl 表示芯和包层, 这样在圆柱坐标系下, 晶纤芯和包层的纵向场方程为

$$[a^2 \nabla_t^2 + (\kappa_{co} u)^2] e_z = 0, \quad [a^2 \nabla_t^2 + u^2] h_z = 0 \quad 0 \leq r \leq a \quad (2)$$

$$[a^2 \nabla_t^2 - (\kappa_{cl} W)^2] e_z = 0, \quad [a^2 \nabla_t^2 - W^2] h_z = 0 \quad a \leq r < \infty \quad (3)$$

(2)式和(3)式中

$$\nabla_t^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial}{\partial r}) + (1/r^2) \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}, \quad \kappa_{co} = n_{co}^z / n_{co}^t, \quad \kappa_{cl} = n_{cl}^z / n_{cl}^t$$

$$u^2 = a^2 [(kn_{co}^t)^2 - \beta^2], \quad W^2 = a^2 [\beta^2 - (kn_{cl}^t)^2], \quad V^2 = k^2 a^2 [(n_{co}^t)^2 - (n_{cl}^t)^2]$$

其中 β 为传播常数, k 为自由空间的波数, n_{co}^z 、 n_{cl}^z 为晶纤轴向的芯和包层折射率。由(2)式和(3)式得到的晶纤芯和包层的纵向场分量 e_z 、 h_z 可用贝塞尔函数表达。

$$e_z = A J_\nu(\kappa_{co} u R) \cos(\nu \varphi), \quad h_z = B J_\nu(u R) \sin(\nu \varphi) \quad 0 \leq r \leq a \quad (4)$$

$$e_z = C K_\nu(\kappa_{cl} W R) \cos(\nu \varphi), \quad h_z = D K_\nu(W R) \sin(\nu \varphi) \quad a \leq r < \infty \quad (5)$$

式中 $R = r/a$ 为归一化半径, 考虑到纵向场的连续性, 可令 $A = C$, $B = D$, 以及 e_r 、 e_φ 、 h_r 、 h_φ 和 e_z 、 h_z 的关系及边界连续性条件即可求得场强分布的表达式^[8, 10]

1) 晶纤芯内的 $HE_{\nu m}$ 、 $EH_{\nu m}$ 混合模有

$$\left. \begin{aligned} e_r &= f_\nu(\varphi) \left\{ \frac{\kappa_{co} [J_{\nu-1}(\kappa_{co} u R) - J_{\nu+1}(\kappa_{co} u R)]}{2J_\nu(\kappa_{co} u)} - \frac{\nu F_2 J_\nu(u R)}{u R J_\nu(u)} \right\}, \\ e_\varphi &= g_\nu(\varphi) \left\{ -\frac{F_2 [J_{\nu-1}(u R) - J_{\nu+1}(u R)]}{2J_\nu(u)} + \frac{\nu J_\nu(\kappa_{co} u R)}{u R J_\nu(\kappa_{co} u)} \right\}, \\ h_r &= \left(\frac{\epsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} g_\nu(\varphi) \frac{k(n_{co}^t)^2}{\beta} \left\{ \frac{\beta^2 F_2 [J_{\nu-1}(u R) - J_{\nu+1}(u R)]}{(kn_{co}^t)^2 2J_\nu(u)} - \frac{\nu J_\nu(\kappa_{co} u R)}{u R J_\nu(\kappa_{co} u)} \right\}, \\ h_\varphi &= \left(\frac{\epsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} f_\nu(\varphi) \frac{k(n_{co}^t)^2}{\beta} \left\{ \frac{\kappa_{co} [J_{\nu-1}(\kappa_{co} u R) - J_{\nu+1}(\kappa_{co} u R)]}{2J_\nu(\kappa_{co} u)} - \left(\frac{\beta^2 F_2}{(kn_{co}^t)^2} \right) \frac{\nu J_\nu(u R)}{u R J_\nu(u)} \right\}, \\ e_z &= -\frac{i u J_\nu(\kappa_{co} u R)}{a \beta J_\nu(\kappa_{co} u)} f_\nu(\varphi), \quad h_z = -i \left(\frac{\epsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} \frac{u F_2 J_\nu(u R)}{a k J_\nu(u)} g_\nu(\varphi) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

2) 晶纤包层内的 $HE_{\nu m}$ 、 $EH_{\nu m}$ 混合模有

$$\left. \begin{aligned} e_r &= f_\nu(\varphi) \left(\frac{u}{W} \right) \left\{ \frac{\kappa_{cl} [K_{\nu-1}(\kappa_{cl} W R) + K_{\nu+1}(\kappa_{cl} W R)]}{2K_\nu(\kappa_{cl} W)} + \frac{\nu F_2 K_\nu(W R)}{W R K_\nu(W)} \right\} \\ e_\varphi &= -g_\nu(\varphi) \left(\frac{u}{W} \right) \left\{ \frac{F_2 [K_{\nu-1}(W R) + K_{\nu+1}(W R)]}{2K_\nu(W)} + \frac{\nu K_\nu(\kappa_{cl} W R)}{W R K_\nu(\kappa_{cl} W)} \right\} \\ h_r &= \left(\frac{\epsilon_0}{\nu_0} \right)^{1/2} \left(\frac{u}{W} \right) g_\nu(\varphi) \frac{k(n_{co}^t)^2}{\beta} \left\{ \frac{\beta^2 F_2 [K_{\nu-1}(W R) + K_{\nu+1}(W R)]}{(kn_{co}^t)^2 2K_\nu(W)} \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{n_{cl}^t}{n_{co}^t} \right)^2 \frac{\nu K_\nu(\kappa_{cl} W R)}{W R K_\nu(\kappa_{cl} W)} \right\} \\ h_\varphi &= \left(\frac{\epsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} \left(\frac{u}{W} \right) f_\nu(\varphi) \frac{k(n_{co}^t)^2}{\beta} \left\{ \kappa_{cl} \left(\frac{n_{cl}^t}{n_{co}^t} \right)^2 \frac{[K_{\nu-1}(\kappa_{cl} W R) + K_{\nu+1}(\kappa_{cl} W R)]}{2K_\nu(\kappa_{cl} W)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\beta^2 F_2}{(kn_{co}^t)^2} \frac{\nu K_\nu(W R)}{W R K_\nu(W)} \right\} \\ e_z &= -\frac{i u K_\nu(\kappa_{cl} W R)}{a \beta K_\nu(\kappa_{cl} W)} f_\nu(\varphi), \quad h_z = -i \left(\frac{\epsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} \frac{u F_2 K_\nu(W R)}{a k K_\nu(W)} g_\nu(\varphi) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

(6)式和(7)式中偶数时 $f_\nu(\varphi) = \cos(\nu \varphi)$, $g_\nu(\varphi) = \sin(\nu \varphi)$, 奇数时 $f_\nu(\varphi) = \sin(\nu \varphi)$, $g_\nu(\varphi) =$

$\cos(\nu\varphi)$, 其余参数为

$$F_2 = \left(\frac{V}{uW}\right)^2 \frac{\nu}{b_1 + b_2}, \quad b_1 = \frac{1}{2u} \left[\frac{J_{\nu-1}(u) - J_{\nu+1}(u)}{J_\nu(u)} \right], \quad b_2 = -\frac{1}{2W} \left[\frac{K_{\nu-1}(W) + K_{\nu+1}(W)}{K_\nu(W)} \right]$$

根据场强的周向分量 e_φ 、 h_φ 在 $R=1$ 处的连续性, 由(6)式和(7)式则可得到混合模的本征值方程

$$\left[\frac{J'_\nu(u)}{uJ_\nu(u)} + \frac{K'_\nu(W)}{WK_\nu(W)} \right] \left[\frac{\kappa_{co} J'_\nu(\kappa_{co}u)}{uJ_\nu(\kappa_{co}u)} + \frac{\kappa_{cl}}{W} \left(\frac{n_{cl}^t}{n_{co}^t} \right)^2 \frac{K'_\nu(\kappa_{cl}W)}{K_\nu(\kappa_{cl}W)} \right] = \left(\frac{\nu\beta}{kn_{co}^t} \right)^2 \left(\frac{V}{uW} \right)^4 \quad (8)$$

在(8)式中令 $\nu=0$ 则可得到 TE_{0m} 模和 TM_{0m} 模的本征值方程

$$TE_{0m} \text{ 模: } \quad \frac{J_1(u)}{uJ_0(u)} + \frac{K_1(W)}{WK_0(W)} = 0 \quad (9)$$

$$TM_{0m} \text{ 模: } \quad \frac{\kappa_{co}^2 J_1(\kappa_{co}u)}{uJ_0(\kappa_{co}u)} + \frac{\kappa_{cl}^2 \left(\frac{n_{cl}^t}{n_{co}^t} \right)^2 \frac{K_1(\kappa_{cl}W)}{K_0(\kappa_{cl}W)}}{W} = 0 \quad (10)$$

3 远离截止区波特性的讨论

远离截止区时, 直径较大的晶纤满足条件 $d \gg \lambda$, 这对汉克尔函数的大宗量是有效的, 所以对于模式远离截止区的特性并没有必要通过复杂的分析来得到精确解。而实际上远离截止区近似的微扰法对于多模传播的波导是非常有效的, 这是因为波导直径大, 使得传播主要功率的大部分低次模都能包括在远离截止区的考虑范围内。具体分析方法是, 首先得到一个无限大晶纤的特性, 然后基于无限大晶纤进行一级微扰近似, 以得到一个一定大小晶纤的特性。

3.1 TE_{0m} 模:

远离截止区时, $W \gg 1$, 所以对于传导模 W 是一个虚数, 记为 jR' , 利用汉克尔函数的大宗量近似, 对 TE_{0m} 模本征值方程(9)式, 当 $R' \rightarrow \infty$ 时, 可得到无限大晶纤的情形, 其 u 值由下式给出

$$J_1(u_\infty) = 0 \quad (11)$$

记 $u_\infty = u_{0n}$, u_{0n} 为贝塞尔函数 $J_1(u)$ 的根。对于一定大小晶纤的情况, 这时有 $W \gg u$ (假定此时仍有 $[K_1(W)/K_0(W)] \rightarrow 1$), 并记 u_f 为一定大小晶纤的 u 值。则让

$$u_f = u_{0n}(1 + \delta^s) \quad (12)$$

式中 δ^s 是表示 u_f 值(一定大小晶纤)对于 u_{0n} 值(无限大晶纤)的微扰, 考虑到贝塞尔函数的近似关系 $J_\nu\{x(1 + \Delta)\} = (1 - \nu\Delta)J_\nu(x) + x\Delta J_{\nu-1}(x)$, 并利用 $[K_1(W)/K_0(W)] \rightarrow 1$ 和 $J_1(u_{0n}) = 0$ 这两个条件, 则从(9)式可得到

$$\delta^s = -\frac{1}{W + 1} \quad (13)$$

又因为 $u^2 + W^2 = k^2 a^2 [(n_{co}^t)^2 - (n_{cl}^t)^2]$, 所以远离截止区时的条件($W \gg u$)有

$$W \simeq ka [(n_{co}^t)^2 - (n_{cl}^t)^2]^{1/2} \quad (14)$$

把(14)式、(13)式代入到(12)式即可得到 TE_{0m} 模的 u_f 值

$$u_f = u_{0n} \left\{ 1 - \frac{\lambda}{2\pi a} [(n_{co}^t)^2 - (n_{cl}^t)^2]^{-1/2} \right\} \quad (15)$$

3.2 TM_{0m} 模:

类似于 TE_{0m} 模的情形, 在远离截止区时, 对于无限大晶纤有 $W \rightarrow \infty$, 由(10)式得

$$J_1(\kappa_{co}u_\infty) = 0 \quad (16)$$

记 $u_\infty = u_{on}$ 为无限大晶纤的 u 值。这样对于一定大小的晶纤, 利用微扰法, 令

$$u_f = u_{on}(1 + \delta^M) \quad (17)$$

利用贝塞尔函数近似式和(17)式代入到(10)式, 利用和 TE_{om} 模同样的推导过程得

$$\delta^M \simeq -\frac{\lambda n_{co}^t}{2\pi a n_{co}^z} [(n_{co}^t)^2 - (n_{cl}^t)^2]^{-1/2} \quad (18)$$

把(18)式代入(17)式即可得到远离截止区时, TM_{om} 模 u 值。

$$u_f = u_{on} \left\{ 1 - \frac{\lambda}{2\pi a} \left(\frac{n_{co}^t}{n_{co}^z} \right) [(n_{co}^t)^2 - (n_{cl}^t)^2]^{-1/2} \right\} \quad (19)$$

3.3 HE_{om} 或 EH_{om} 模

当远离截止区时即 $W \rightarrow \infty$, 利用贝塞尔函数的关系, 这时其特征方程由(8)式得到

$$\frac{J_{v-1}(u_\infty)}{J_{v+1}(u_\infty)} + \frac{J_{v-1}(\kappa_{co}u_\infty)}{J_{v+1}(\kappa_{co}u_\infty)} = 0 \quad (20)$$

对于一定大小的晶纤 ($W \gg u$), 令其 u 值为

$$u_f = u_\infty(1 + \delta^H) \quad (21)$$

考虑到 $W \gg u$ 时, 利用和 TE_{om} 模同样的处理方法, 经过复杂的推导, 最终可得

$$\delta^H = \frac{u_\infty^4 \tilde{J}_u + \left(\frac{n_{co}^t}{n_{cl}^t} \right) \tilde{J}_{\kappa_{co}u}}{\frac{R^t}{\kappa_{cl}} \left(\frac{v\beta}{kn_{co}^t} \right)^2 (\Phi_u + \Phi_{\kappa_{co}u} - 2) + u_\infty^4 \left[\tilde{J}_v(\Phi_u + 1) + \left(\frac{n_{co}^t}{n_{cl}^t} \right) \tilde{J}_{\kappa_{co}u}(\Phi_{\kappa_{co}u} + 1) \right]}$$

式中参数为
$$\tilde{J}_z = \frac{1}{x_\infty} \frac{J_v(x_\infty)}{J_v(x_\infty)}, \quad \Phi_z = 1 - \left(\frac{v^2}{x_\infty^2} - 1 \right) \frac{1}{\tilde{J}_z} + x_\infty^2 \tilde{J}_z, \quad (22)$$

这样把(22)式代入到(21)式即可得到远离截止区时混合模的 u 值。

图 1 和图 2 给出了 TE_{om} 模和 TM_{om} 模远离截止区时的传播特性随晶纤半径变化的关系曲线, 即由方程(15)和方程(19)得到的 $u_f \sim a$ 曲线, 其中参数为 $\lambda = 0.633 \mu\text{m}$, 对于曲线 a: $n_{co}^t = 2.286$, $n_{cl}^t = 2.281$, $n_{co}^z = 2.200$ 。对曲线 b: $n_{co}^t = 2.286$, $n_{cl}^t = 2.226$, $n_{co}^z = 2.200$; 对曲线 c: $n_{co}^t = 2.286$, $n_{cl}^t = 2.126$, $n_{co}^z = 2.200$ 。从图中可见由于晶体光纤各向异性的影响, TM_{om} 模稍不同于 TE_{om} 模。也可从方程(15)和(19)看出。

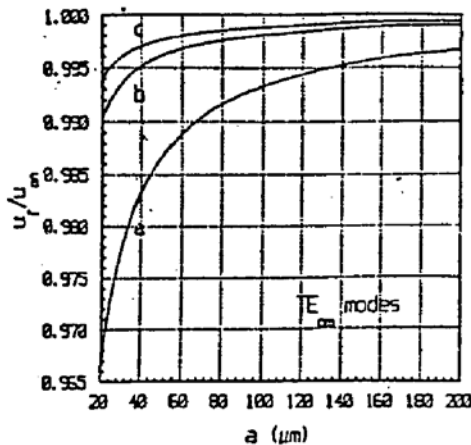


Fig. 1 Transmission characteristic curve of TE_{om} modes far from cutoff region

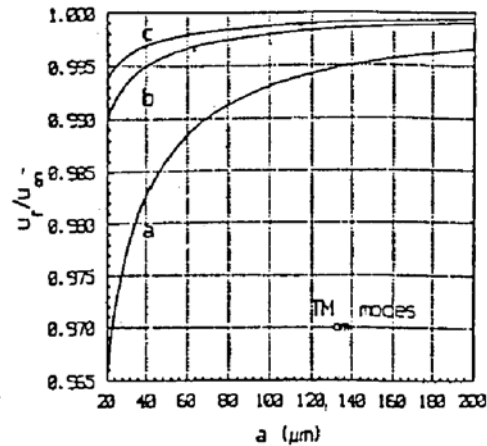


Fig. 2 Transmission characteristic curve of TM_{om} modes far from cutoff region

对于 TE_{om} 模、 TM_{om} 模和 HE_{vm} 或 EH_{vm} 模截止区的模式特性, 其数值结果可参见文献[10], 本文中曲线 a 的参数, 就是选自文献[10]。

结 论 从前面分析所得结果发现, 若知道了远离截止区的 u_{∞} 值, 则对直径较大的晶纤其模式传输的一些近似特性, 可由简单形式得到。

参 考 文 献

- [1] M. J. F. Digonnet, G. J. Gaeta, D. O' meara *et al.*, Clad Nd:YAG fiber for laser application. *IEEE J. Lightwave Technol.*, 1987, LT-5(5): 642~642
- [2] S. Sudo, A. Gordova-plaza, R. L. Byer *et al.*, MgO:LiNbO₃ single crystal fiber with magnesium-ion indiffused cladding. *Opt. Lett.*, 1987, 12(11): 938~940
- [3] S. Sudo, I. Yokohama, A. Gordova-plaza *et al.*, Uniform refractive index cladding for LiNbO₃ single crystal fiber. *Appl. Phys. Lett.*, 1990, 56(20): 1931~1933
- [4] D. P. S. Saini, Y. Shimoji, R. S. F. Chang *et al.*, Cladding of a crystal fiber by high-energy ion implantation. *Opt. Lett.*, 1991, 16(14): 1074~1076
- [5] D. H. Jundt, M. M. Feijer, R. L. Byer, Characterization of single crystal fiber optical power delivery application. *Appl. Phys. Lett.*, 1989, 55(21): 2170~2172
- [6] F. J. Rosenbaum, Hybrid modes on anisotropic dielectric rods. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1965, QE-1(3): 367~372
- [7] D. K. Pawl, R. K. Shevgaonkar, Multimode propagation in anisotropic optical waveguides. *Radio Sci.*, 1981, 16(24): 525~533
- [8] A. W. Snyder, J. D. Love, *Optical waveguide theory*, New York, Chapman and Hall, 1983: 248~254
- [9] A. Tønning, Circularly symmetric optical waveguide with strong anisotropy. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1982, MIT-30(5): 790~794
- [10] J. D. Dai, C. K. Jen, Analysis of cladded uniaxial single crystal fiber. *J. Opt. Soc. Am.*, 1991, A8(12): 2021~2025

Discussion of the Far from Cutoff Modes Characteristics of Lithium Niobate Single Crystal Fiber with Uniform Refractive Index Cladding

Que Wenxiu Huo Yujing Yao Xi

(*Electronic Materials Research Laboratory, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049*)

(Received 11 December 1993; revised 18 April 1994)

Abstract In this paper, field distribution and eigenequation are given, and the modes characteristics far from cutoff region are analyzed for lithium niobate single crystal fiber with uniform refractive index cladding.

Key words crystal fiber, eigen equation, far from cutoff.