

# 受驱动光学系统腔场噪声的 内腔多光子吸收减低

杨国健 汪凯戈 孙寅官

(北京师范大学物理系, 北京 100875)

**摘 要** 在受驱动光学系统中增设内腔多光子吸收元件是抑制腔场噪声的有效手段。为在好腔条件 ( $k \ll \gamma_{\parallel}, \gamma_{\perp}$ ) 下获得低噪声强光场, 应选用高吸收非线性元件。若所需场强较弱, 在主动腔状态应选用非线性吸收最低的双光子吸收体, 在被动腔状态则应让系统工作在无吸收状态。

**关键词** 多光子吸收, 噪声。

## 1 引 言

在激光谐振腔中增设一个强双光子吸收体, 能使噪声低于真空涨落 25%。改用二次谐波晶体以后, 内腔基模噪声下降可达 37%, 并且随着谐波阶次的提高, 该百分比相应增大<sup>[1]</sup>。若将双光子吸收体置于注入信号双光子激光系统, 则腔场相分量噪声降低效果也可达 33.3%<sup>[2]</sup>。本文将上述工作推广到任意阶次内腔多光子吸收受驱动光学系统的一般情况。通过运用广义 Wigner 分布的 Fokker-Planck 方程分析方法, 得到了系统在好腔条件下腔场相分量噪声随内腔多光子非线性吸收变化的受控抑制规律。

## 2 系统描述

环形腔中, 一个由  $N(N \gg 1)$  个完全相同的均匀展宽双能级原子组成的工作介质, 与平面波近似下的单模光场进行  $n(n = 1, 2, 3, \dots)$  光子耦合作用。场模和原子分别与热库耦合实现阻尼和泵浦过程。一束强度正比于正实数  $\alpha$  的相干信号注入腔内。原子与信号及腔场  $n$  光子共振。腔中另设有一个多光子吸收元件。系统各部进一步说明如下: 1)  $R^{\pm}$  和  $R_3$  分别表示与介质极化和粒子数反转相应的原子集体算子,  $\gamma_{\perp}, \gamma_{\parallel}$  为原子纵、横向弛豫系数; 2)  $A, A^+$  表示光子湮灭、产生算子,  $k, g$  分别为腔中光子的逸出损耗系数和介质-腔场耦合系数, 热库平均光子数为  $\bar{n}$ ; 3) 理想化的  $m$  光子吸收效应可用统计算子  $W(t)$  所满足的主方程<sup>[3]</sup>

$$dW(t)/dt = k_m [2A^m W(t) A^{+m} - A^{+m} A^m W(t) - W(t) A^{+m} A^m] \quad (1)$$

描述, 其中  $k_m$  为  $m$  光子吸收系数。对于这样的系统可以从反映整个体系量子统计特性的主方程推得相应于算子对称编序的广义 Wigner 分布的 Fokker-Planck 方程<sup>[4]</sup>。若定义分布函数为:

\* 国家自然科学基金资助课题。

收稿日期: 1993年12月25日; 收到修改稿日期: 1994年3月28日

$$P(\bar{v}^*, \bar{v}, \bar{u}, \beta^*, \beta, t) = (2\pi)^{-5} \int d^2\xi d^2\eta \exp[-i(\bar{v}^* \xi + \bar{v} \xi + \bar{u} \eta + \beta^* \xi^* + \beta \eta)] \\ T, \{W(t) \exp[i(\xi^* R^+ + \xi R^- + \eta R_3 + \xi^* A^+ + \xi A)]\}, \quad (2)$$

式中  $d^2Q = dI_m Q dR, Q$ ,  $Q$  代表  $\xi$  和  $\zeta$ 。再引入规范变换

$$v = - \left[ \frac{N}{2} \sqrt{\frac{\gamma_{//}}{\gamma_{\perp}}} \right]^{-1} \bar{v}, u = - \left( \frac{N}{2} \right)^{-1} \bar{u}, x = \frac{\beta}{\sqrt{N_{s,n}}}, Y = \frac{\alpha}{\sqrt{N_{s,n}}}, N_{s,n} = \left( \frac{\gamma_{//} \gamma_{\perp}}{4g^2} \right)^{1/2}, \quad (3)$$

其中  $N_{s,n}$  为饱和光子数, 一般它满足条件  $N_{s,n} \gg 1$ 。最后得到 Fokker-Planck 方程为:

$$\frac{\partial}{\partial t} P(v^*, v, u, x^*, x, t) = \Lambda P(v^*, v, u, x^*, x, t)$$

$$\Lambda = \left\{ \frac{\partial}{\partial v} [\gamma_{\perp} (v - ux^*)] + \frac{\partial}{\partial x} [k(x^* - Y + 2C_n v x^{*n-1} + m O_m x^{*n-1} x^{m-1})] + c. c \right\} \\ + \frac{\partial}{\partial u} \left\{ \gamma_{//} [u + \sigma + \frac{1}{2}(v^* x^* + v x^{*n})] \right\} + \frac{n\gamma_{\perp}^2}{2kC_n N_{s,n}} \left[ \frac{\partial^2}{\partial v \partial v^*} + \frac{f^2}{4} \frac{\partial^2}{\partial u^2} (1 + \sigma u) \right] \\ + \frac{\sigma f^2}{4} \frac{\partial}{\partial u} \left( \frac{\partial}{\partial v} v + \frac{\partial}{\partial v^*} v^* \right) + \frac{k}{N_{s,n}} \frac{\partial^2}{\partial x \partial x^*} (1 + 2\bar{n} + m^2 O_m x^{*n-1} x^{m-1}) \quad (4)$$

(4)式就是描述具有内腔  $m$  光子吸收特性的受驱动  $n$  光子光学系统的非线性准概率方程。式中  $f = \gamma_{//} / \gamma_{\perp}$ ,  $\sigma$  为泵浦参量,  $C_n$  和  $O_m$  定义为:

$$C_n = nNg^2 N_{s,n}^{-1} / 2k\gamma_{\perp}, \quad O_m = k_m N_{s,n} / k. \quad (5)$$

当  $\sigma = -1$ , (4) 式描述被动腔的光学双稳系统;  $\sigma > 0$  描述主动腔的注入信号激光;  $\sigma > 0, \alpha = 0$  描述无注入信号自由运转激光;  $O_m = 0$  则对应无吸收情况。由(4)式原则上可以解决与系统量子统计特性有关的所有问题。本文仅讨论好腔条件下腔场噪声的多光子吸收控制问题。

### 3 好腔场噪声的多光子吸收减低

由(4)式能求得系统变量定态平均值  $\langle Q \rangle_s \equiv Q_s$  ( $Q$  为变量, 以下类同) 的半经典表达式

$$u_s = -\sigma / (1 + x_s^{2n}), \quad v_s = -\sigma x_s^n / (1 + x_s^{2n}) \\ Y = x_s [1 + m O_m x_s^{2m-2} - 2\sigma C_n x_s^{2n-2} / (1 + x_s^{2n})]. \quad (6)$$

只要参数选取合适, 输出随输入的变化呈双稳状。显然, 内腔多光子吸收的引入改变了系统双稳特性。通常用涨落量  $Q' = Q - Q_s$  描述系统定态的涨落。按此定义, (4) 式在好腔条件下 (即  $k \ll \gamma_{//}, \gamma_{\perp}$ ) 可以因原子变量绝热消去线性化为

$$k^{-1} \frac{\partial}{\partial t} P(x_1, x_2, t) = \sum_{j=1}^2 \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} R_j(x_s) + \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} D_j(x_s) \right] P(x_1, x_2, t), \\ R_1(x_s) = 1 + m(2m-1)O_m x_s^{2m-2} - 2\sigma C_n x_s^{2n-2} [(2n-1) - x_s^{2n}] / (1 + x_s^{2n})^2, \\ R_2(x_s) = 1 + m^2 O_m x_s^{2m-2} - 2\sigma C_n x_s^{2n-2} / (1 + x_s^{2n}), \\ D_1(x_s) = (4N_{s,n})^{-1} \{ 1 + 2\bar{n} + m^2 O_m x_s^{2m-2} + 2n C_n x_s^{2n-2} / (1 + x_s^{2n})^3 [(1 + x_s^{2n})^2 - \sigma(1+f)x_s^{2n}] \}, \\ D_2(x_s) = (4N_{s,n})^{-1} [1 + 2\bar{n} + m^2 O_m x_s^{2m-2} + 2n C_n x_s^{2n-2}]. \quad (7)$$

式中  $x_1 = (x' + x'^*)/2$  和  $x_2 = (x' - x'^*)/2i$  是腔场涨落新的  $C$  数表示。

若用  $A_s = A \exp(-i\phi) + A^+ \exp(i\phi)$  描述腔场相角为  $\phi$  的任一正交相分量, 则就目前系统所处状态, 可以求得该分量的定态涨落  $\langle : (\partial A_s)^2 : \rangle$  ( $: :$  表示场算子的正规编序) 为

$$\langle : (\partial A_s)^2 : \rangle = 2N_{s,n} [R_s(\exp(-2i\phi)S_1) + S_2], \\ S_j = (D_1/R_1 - 1/4N_{s,n}) + (-1)^j (D_2/R_2 - 1/4N_{s,n}) \quad j = 1, 2. \quad (8)$$

$\langle : (\partial A_\phi)^2 : \rangle < 0$  即表示光场的低噪声压缩态。可以证明不等式  $D_2/R_2 - 1/4N_{s,n} > 0$  总成立，并且在各种可能取向的相分量中，多光子吸收对  $\phi = 0$  分量噪声的抑制效果最佳。此时应有

$$\langle : (\partial A_{\phi=0})^2 : \rangle = 4N_{s,n}(D_1/R_1 - 1/4N_{s,n}). \tag{9}$$

计算结果表明：

1) 在强腔场区，无论多光子吸收强度如何，只要存在，当腔场足够强时，就一定出现压缩现象，压缩量为  $(1 - m)/(2m - 1)$ ，当  $m \rightarrow \infty$  压缩量趋近  $1/2$ 。该结论对主、被动腔状态均适用，见图 1(a)和(b)中的强场区部分(相应于  $m = 0$  无吸收时的腔场涨落因太大而没能画出)。在无吸收情况中，强腔场涨落总大于真空涨落。由此可见，即使能从通常的受驱动光学系统中得到压缩光，其强度也很弱。选用高吸收非线性元件有利于获得低噪声强光场。

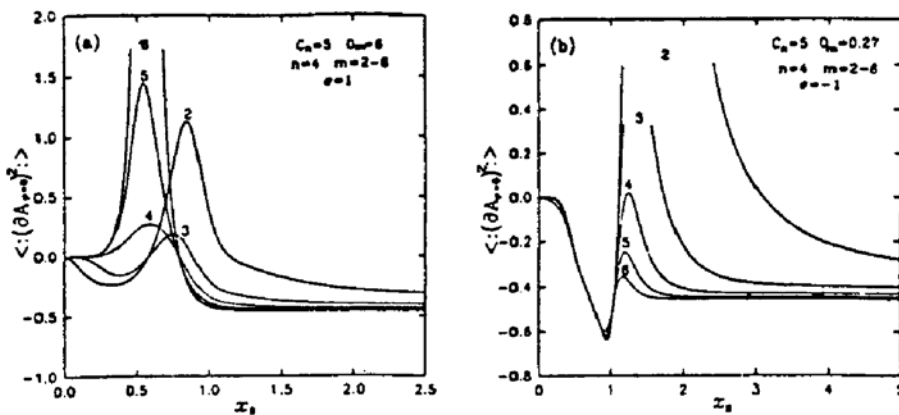


Fig. 1 Noise in the internal field vs. the intensity for different values of  $m$  in (a) [(b)] in the active [(passive)] cavity case

2) 在弱腔场区，多光子吸收能否抑制噪声还取决于谐振腔状态。对于主动腔，无吸收时的腔场涨落很大。吸收效应引入之后才导致压缩效应，见图 2(a)。但是，一旦吸收强度  $Q_m$  给定，增加  $m$  值却又增强涨落。计算中发现当  $m = 5$  时吸收已丧失了对噪声的抑制作用。对于被动腔，引入吸收效应之前，腔场涨落就很小，引入和提高非线性吸收都只是加重涨落如图 2 (b)所示。由此可见，若只要求低噪声弱光场，主动腔状态应选用非线性吸收最低的双光子吸收体，被动腔状态则应让系统工作在无吸收状态。

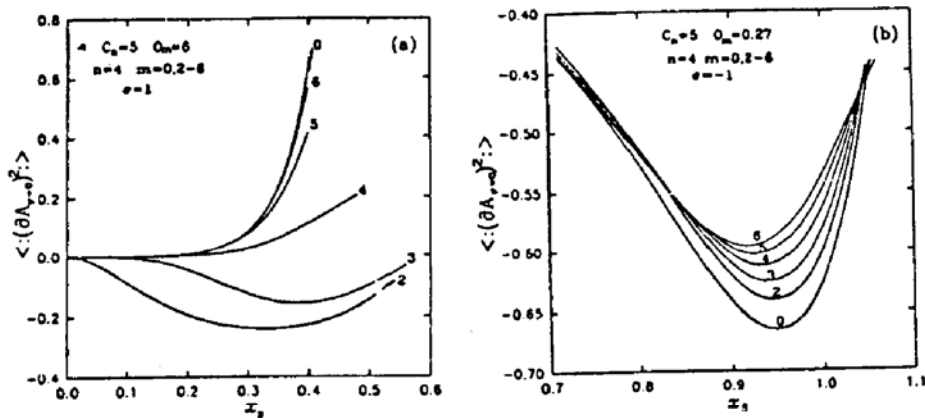


Fig. 2 Local enlarged weak field portions of Fig. 1

3) 图 1(b)中  $m = 5, 6$  时的曲线表明, 强多光子吸收可以在任何腔场强度条件下压低噪声。对于一定的  $m, n$  值, 存在相应的临界吸收系数  $O_m$ , 当  $O_m > O_m$  时, 以上现象出现。在目前参数选取范围内,  $O_m \sim O(1)$ , 根据定义式(5)及条件  $N_{s,n} \gg 1$ , 要求内腔单光子逃逸线性损耗率远大于多光子非线性吸收率。若吸收很强, 其它因素可以忽略, 整个系统退变为一个单纯的受驱动内腔多光子吸收系统, 其噪声由吸收效应唯一决定。因此等式

$$\langle : (\partial A_{\phi=0})^2 : \rangle = m(1-m)O_m x_s^{2m-2} / [1 + m(2m-1)O_m x_s^{2m-2}] \quad (10)$$

成立。可见该系统定态腔场总是压缩的, 最大压缩量为  $(1-m)/(2m-1)$ 。因为工作在主动腔时的噪声减低完全由多光子吸收所致, 所以值  $(1-m)/(2m-1)$  也反映了在给定非线性吸收条件下注入信号激光系统所能获得的最佳噪声抑制效果。

**结 论** 内腔多光子吸收在适当条件下抑制腔场噪声原因之一是由吸收引入的腔场-介质高阶的非线性相互作用, 有效地改变腔场的量子统计性质。文献[5]指出附加在激光谐振腔中的高阶多光子吸收过程可以比低阶过程引起更强的光子反聚束效应。对激光系统来说, 反聚束效应与压缩效应通常联系在一起。本文的结果表明, 设置适当的内腔多光子吸收元件可以改变受驱动光学系统在好腔条件下只有被动腔弱腔场噪声较低的状况。为获得低噪声强光场, 可选用非线性高吸收元件, 若所需场强较强, 在主动腔状态应选用非线性吸收最低的双光子吸收体, 在被动腔状态则应让系统工作在无吸收状态。另外, 还应适当增强吸收效应, 若该效应足够强, 能在任何场强条件下压缩噪声。不过, 强吸收意味着光子损耗率大, 较大的内腔光子损耗对外腔场噪声抑制不利。所示应根据实际要求正确确定吸收强度。

本文仅给出了工作介质与场模 4 光子耦合情况 ( $n = 4$ ), 当  $n$  取其它值时, 结果类同。

### 参 考 文 献

- [1] D. F. Walls, M. J. Collatt, A. S. Lone, Amplitude-noise reduction in laser with intracavity nonlinear elements. *Phys. Rev. (A)*, 1990, 42(7): 4366~4373
- [2] G. J. Yang, Z. Q. Huang, G. Hu, Squeezing in driven two-photon optical systems. *J. Quant. Opt.*, 1993, 5(2): 121~129
- [3] G. S. Agarwal, Field-Correlation effects in multiphoton absorption processes. *Phys. Rev. (A)*, 1970, 1(4): 1445~1459
- [4] M. Gronchi, L. A. Lugiato, Fokker-Planck equation for optical bistability. *Nuovo Cimento.*, 1978, 23(16): 593~598
- [5] U. Herzog, Photon statistics of an m-photon laser with k-photon losses. *Opt. Acta*, 1983, 30(5): 639~652

## Noise Reduction by Intracavity Multiphoton Absorption in Driven Optical Systems

Yang Guojian      Wang Kaige      Sun Yinguan

(Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875)

(Received 25 December 1993; revised 28 March 1994)

**Abstract** A intracavity multiphoton absorber in driven optical systems is a effective means to depress the internal field fluctuation. To obtain the field with reduced noise in the good cavity condition. The high nonlinearity of multiphoton absorption is needed for a strong field, while for weak field the lowest nonlinearity of two-photon absorption in active cavity or non-absorption in a passive cavity are suggested.

**Key words** multiphoton absorption, noise.