

光学列阵单元的共焦的研究

宗占国

(吉林师范学院物理系, 吉林 132011)

摘 要 本文应用 4×4 矩阵方法, 研究了光学元件列阵的各光学单元之间的共焦问题, 给出了较好的近似理论公式, 它包括了傍轴光线近似的特殊情况。

关键词 光学列阵, 列阵, 光线传播。

1 引 言

光学元件列阵有引人入胜的应用前景, 例如, 可产生准相位共轭波^[1~3], 因此, 引起人们的极大关注。1978年以来, 先后有人研究了角反射器列阵^[4], 自聚焦光纤列阵^[5], 玻璃微珠列阵^[6]以及其它一些光学元件列阵^[7~8]。

光学元件列阵的成像不符合高斯几何光学成像规律。王绍民先生及其合作者, 由光线光学理论出发, 在近轴光学条件下, 利用 4×4 增广矩阵方法^[9, 11, 12]得到了光学元件列阵的成像特性, 宋如华先生等^[10]应用 4×4 的矩阵方法, 进一步得到了更普遍、非近轴近似下的成像特性。本文仅就光学列阵单元的共焦问题作进一步探讨。

考虑一个曲率半径很大的球状排列的光学元件列阵, 元件沿主光轴对称分布, 假设列阵的每个单元是理想成像无像差的, 在大曲率半径的近似条件下, 组成光学元件列阵的各个单元都可看成规律性失调, 在只考虑光学元件单元的尺寸, 而忽略光学元件有限尺寸所引起的衍射效应时, 失调方程可写为:

$$h_i = r_1 + u \sin \tau_{i10}' = r_1 + u \sin \tau_{i1}' \mp \sigma_i \quad (1)$$

$$\sin e_i' = h_i/R, \quad (2)$$

$$\sigma_i = \sigma \sqrt{1 - \sin^2 e_i'} = \sigma \cos e_i'$$

这里, 如图 1 所示 σ 为光学列阵单元的半径, τ_{i10}' 和 τ_{i1}' 分别表示物到列阵光学单元的中心和物到列阵光学单元 i 的边缘的光线相对于光轴的倾角, h_i , e_i' 分别表示光学列阵单元的失调参量, u 表示物距, V 表示

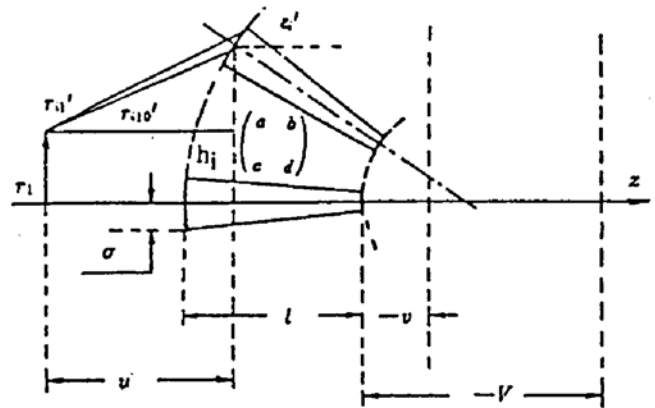


Fig. 1 The imaging aberrations of optical element arrays

理想光学元件列阵的像距, v 表示理想光学列阵单元的像距, l 表示光学列阵单元的径向厚度, a, b, c, d 表示光学列阵单元的变换矩阵元, r_1 表示物的高度。

根据失调系统的矩阵理论^[11], 光学列阵单元的 2×2 光线变换矩阵可扩展为一个 4×4 阶增广矩阵, 因此, 光线通过第 i 个光学列阵单元在综合像面处的几何参量可由下式计算

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} r_{i20}, r_{i2} \\ r_{i20}', r_{i2}' \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & B & E & F \\ C & D & G & H \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_{i10}', r_{i1}' \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & -v & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b & ah_i & \beta \sin \varepsilon_i' \\ c & d & \gamma h_i & \delta \sin \varepsilon_i' \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & u & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_{i10}', r_{i1}' \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} a - cv & (au + b) - v(cu + d) & (\alpha - \gamma v)h_i & (\beta - \delta v) \sin \varepsilon_i' \\ c & cu + d & \gamma h_i & \delta \sin \varepsilon_i' \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_{i10}', r_{i1}' \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3) \end{aligned}$$

$$\alpha = 1 - a, \quad \beta = l - b, \quad \gamma = -c, \quad \delta = \pm 1 - d \quad (4)$$

为失调矩阵元。“ \pm ”号分别适用于向前或向后的传播系统。计算矩阵(3)式可得出光学列阵单元的共焦公式, 或称像差的一般公式

$$\begin{aligned} \Delta r_{i2} &= r_{i20} - r_{i2} \\ &= [(au + b) - v(cu + d)][r_{i10}' - r_{i1}'] \\ &= [(au + b) - v(cu + d)] \cdot \Delta r_{i1}' \quad (5) \end{aligned}$$

式中 $\Delta r_{i1}' = r_{i10}' - r_{i1}'$ 。(5)式可用来分析研究光学列阵单元的共焦程度。在近轴光线近似条件下 $\Delta r_{i1}' = \mp \sigma_i/u$, $v = V$, $r_1' \approx 0$, $\text{sinc}(r_1') \approx 1$, 并利用光学 ABCD 定律, (5)式可写成如下形式

$$\Delta r_{i2} = \mp \sigma \sqrt{1 - \varepsilon_i'^2} \left\{ (au + b) - \left[\left(\frac{R + b - l}{R} \right) u + b \right] (cu + d) / \left[\left(\frac{d \mp 1}{R} \right) u + d \right] \right\} / u \quad (6)$$

(6)式就是近轴光线近似条件下的光学列阵单元像差公式。(6)式与王绍民先生等^[9]得到的结果是一致的。很显然, (6)式是(5)式的特殊情况。当 $b = 0$, $d = -1$, $R \rightarrow \infty$ 时, 对应于平面型光学列阵组成的准相位共轭器, 其像差公式可简化

$$\Delta r_2 = \mp \sigma [cu - 2] \quad (7)$$

下面来看在近轴光线近似下像差为零的条件。从(3)式可得

$$\begin{aligned} r_{i2} &= (a - cV)r_1 + [(au + b) - V(cu + d)]r_{i1}' + [a - \gamma V - (\beta - \delta V)/R]h_i \\ &= Ar_1 + Br_{i1}' + E_0 h_i \quad (8) \end{aligned}$$

式中 $A \equiv (a - cV)$, $B \equiv [(au + b) - V(cu + d)]$, $E_0 \equiv [a - \gamma V - (\beta - \delta V)/R]$ 。在(8)式中, 如果 $E_0 = 0$, 光学列阵单元的成像与失调量 h_i 无关, 则意味着组成光学列阵的所有光学单元的像面重合, 即像差为零。此时

$$V = (\alpha R - \beta)(\gamma R - \delta) \quad (9)$$

(9)式称为像差为零的 $\alpha\beta\gamma\delta$ 条件。例如, 如果找到这样一种光学元件列阵, 其表面曲率半径为

$$R = \beta/\alpha = \delta/\gamma \quad (10)$$

则对于任意的物距 u , 其像差均为零。

对于平面型列阵 $R \rightarrow \infty$, 按(9)式可得

$$V = \alpha/\gamma = -H_2 = V, \quad u = -\delta/\gamma = H_1 \quad (11)$$

即, 若将物放在光学单元主平面上时, 其像差为零。

本文应用 4×4 矩阵方法, 给出了光学列阵单元的共焦公式, 或称像差公式。这里所给出的, 并非最精确结果。因此, 今后, 无论由光的几何理论出发, 还是由光的电磁理论出发, 不管是采用线性代数方法, 还是采用数学分析方法, 若能进一步给出光学列阵单元成像的精确理论公式, 都将会较大的理论价值和实际应用价值。

参 考 文 献

- [1] V. K. Orlov, Ya. Z. Virnik, S. P. Vorotilin *et al.*, Retroreflecting mirror for dynamic compensation of optical inhomogeneities. *Sov. J. Quant. Electron.*, 1978, 8(6): 799~800
- [2] H. H. Barrett, S. F. Jacobs, Retroreflective arrays as approximate phase conjugators. *Opt. Lett.*, 1979, 4(6): 190~192
- [3] P. Mathieu, P. A. Belanger, Retroreflective array as resonator mirror. *Appl. Opt.*, 1980, 19(14): 2262~2264
- [4] Stephen F. Jacobs, Experiments with retrodirective arrays. *Opt. Engng.*, 1982, 21(2): 281~283
- [5] James D. Ress, Non-Gaussian imaging properties of GRIN fiber lens arrays. *Appl. Opt.*, 1982, 21(6): 1009~1012
- [6] 黄维实, 蒋秀明, 陈英礼等, 玻璃微珠列阵准相位共轭性质的演示. *中国激光*, 1983, 10(1): 191~192
- [7] 王绍民, 周国生, 周梅瑛等, 梯度光纤列阵相位共轭性质的演示. *物理学报*, 1983, 32(10): 1357~1360
- [8] 王绍民, 朱精敏, 王效敬等, 特厚透镜列阵的综合像及其可能应用. *应用激光*, 1983, 3(5): 27~28
- [9] 王绍民, 周国生, 光学元件列阵综合成像的附加像差. *光学学报*, 1984, 14(12): 1119~1123
- [10] 宋如华, 王俊波, 乐时晓等, 大尺度光学列阵的成像特性. *光学学报*, 1990, 10(4): 350~354
- [11] 王绍民, 光学元件列阵的非高斯成像性质. *杭州大学学报(自然科学版)*, 1983, 10(4): 476~487
- [12] 王绍民, 光学元件列阵的非高斯成像特性(续). *杭州大学学报(自然科学版)*, 1984, 11(1): 79~91

Aberrations for Synthetical Imaging of Optical Element Arrays

Zong Zhanguo

(Jilin Teachers College, Jilin 132011)

(Received 20 November 1993; revised 8 February 1994)

Abstract The paper discuss an augmented 4×4 matrix method for an optical element array. The synthetical imaging aberrations of arrays are analysed. The theoretical approach includes a special case of paraxial ray approximation.

Key words matrix optic, arrays, ray propagation.