第15卷 第2期
1995年2月

光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 15, No. 2
February, 1995

光学玻璃的色散特性测量及近似计算方法的讨论

李锡善 蒋海英 蒋安民
(中国科学院上海光学精密机械研究所，上海 201800)

摘 要 报道了光学玻璃和光学晶体在 0.36 μm～2.5 μm 波长范围内的折射率测量结果，并对 $n_\lambda^2 = A_0 + A_1\lambda^2 + A_2\lambda^{-2} + A_3\lambda^{-4} + A_4\lambda^{-6} + A_5\lambda^{-8}$ 色散公式的计算精度和适用范围进行了深入讨论。

关键词 光学玻璃， 色散特性， 测量， 计算。

1 引 言

色散是光学材料的重要特性，在设计光学元件时需要知道所用材料的折射率及色散特性。各种光学玻璃产品一般只提供 n_d、n_f、n_c 等几条主要谱线折射率的实测数据；若要知道其他波长的折射率，可以直接进行测量，而更方便的方法是用色散公式计算所需波长的折射率的近似值。

2 光学材料色散特性的测量

在应用折射率计算公式时，需要根据若干已知计算系数来计算某未知波长的折射率。而在已有的光学玻璃目录中只给出常用玻璃在可见光区的几条主谱线的计算系数；对紫外及红外区的玻璃是查不到计算系数的。只有精确测量上述玻璃的六条以上谱线的折射率值，然后再计算出对应玻璃的计算系数，这样才可算得其他所需波长的折射率值。本文用自制宽光谱光电折射仪测定了若干牌号光学玻璃及部分功能晶体的折射率[1]，测量精度为 $(0.5\sim1)\times10^{-5}$，部分测量结果列入表 1～2 中，并用测量数据计算出有关材料的计算系数。

3 光学玻璃色散特性计算

3.1 计算公式

由于光学材料的色散对波长的依赖关系比较复杂，因而不同材料不可能有同一的色散计算公式，同一种材料也难以在整个光谱范围内用同一公式得到等精度计算结果。以往不少学者从事这一方面的研究和测量工作，尤其在光学玻璃的色散特性研究方面取得不少有用结

收稿日期：1993年11月1日；收到修改稿日期：1994年3月14日

果。在诸多色散公式中，以文献[2]提供的近似色散计算公式计算精度较高，即：

Table 1. The measured refractive indices of anisotropy crystal

wavelength	quartz crystal		$LiNbO_3$		LAP		
(μm)	n_o	n_e	n_1	n_2	n_1	n_2	n_3
0.3650	1.55976	1.56932			1.16745	1.60495	1.53065
0.4047	1.55749	1.56701					
0.4358	1.55376	1.56320					
0.4861	1.54966	1.55896					
0.5300	1.54694	1.55617			1.58851	1.57964	1.51180
0.5320	1.54686	1.55606					
0.5461	1.54612	1.55531					
0.5876	1.54426	1.55337					
0.5893	1.54420	1.55330	2.22802	2.31657			
0.6328	1.54259	1.55165	2.20274	2.28659	1.58104	1.57266	1.50681
0.6563	1.54182	1.55082					
0.8520			2.17101	2.25000			
1.014					1.56884	1.56089	1.49827
1.053	1.53486	1.54367					
1.064	1.53476	1.54356	2.15879	2.23533	1.56758	1.55984	1.49736
1.529			2.13909	2.21266			
1.813			2.13157	2.20392			
2.058			2.12481	2.19565			

Table 2. The measured refractive indices of N_{24-12}、PL-5、K_9、BaK_7 glass

wavelength (μm)	N_{24-12}	PL-5	K_9	BaK_7
0.3650	1.56116	1.60439	1.53577	1.59392
0.4047	1.55540	1.59709	1.52979	1.58610
0.4358	1.55175	1.59281	1.52622	1.58148
0.4861	1.54735	1.58759	1.52191	1.57595
0.5461	1.54363	1.58342	1.51825	1.57130
0.5876	1.54169	1.58098	1.51634	1.56890
0.6328	1.53995	1.57892	1.51462	1.56678
0.6563	1.53917	1.57806	1.51387	1.56583
0.7065	1.53881	1.57764	1.51351	1.56410
0.9150	1.53388	1.57184		1.55941
1.014	1.53241	1.57014		1.55771
1.064	1.53180		1.50625	1.55704
1.083	1.53166	1.56927		1.55684
1.200	1.53034	1.56776	1.50421	1.55534
1.335	1.52904	1.56635	1.50264	1.55391
1.520	1.52709	1.56414		1.55178
1.529			1.50043	
1.692	1.52521	1.56207	1.49779	1.54976
1.868	1.52331	1.55993	1.49615	1.54773
1.920			1.49488	
2.058	1.52096	1.55769	1.49288	1.54521
2.130	1.52002	1.55629	1.49204	1.54432
2.215	1.51899	1.55513	1.49095	1.54317
2.500		1.55075		1.53902

$$n_\lambda^2 = A_0 + A_1\lambda^2 + A_2\lambda^{-2} + A_3\lambda^{-4} + A_4\lambda^{-6} + A_5\lambda^{-8} \tag{1}$$

对每一种玻璃，A_0，A_1，…，A_5 是一组待定常数，λ 为取 μm 的波长，n_λ 是对应 λ 的折射率值。

实际计算中，许多问题如测量精度、测量不同波长折射率值数目等对计算精度影响并不完全清楚，很少看到这方面的研究结果，因而值得进一步深入讨论。

3.2 色散特性计算

用(1)式计算折射率必须知道每一种玻璃的 $A_0 \sim A_5$ 值。而计算 $A_0 \sim A_5$ 最直接的方法是解

方程组：

$$A_0 + \lambda_1^2 A_1 + \lambda_1^{-2} A_2 + \lambda_1^{-4} A_3 + \lambda_1^{-6} A_4 + \lambda_1^{-8} A_5 = n_{\lambda 1}^2$$
$$A_0 + \lambda_2^2 A_1 + \lambda_2^{-2} A_2 + \lambda_2^{-4} A_3 + \lambda_2^{-6} A_4 + \lambda_2^{-8} A_5 = n_{\lambda 2}^2$$
$$A_0 + \lambda_3^2 A_1 + \lambda_3^{-2} A_2 + \lambda_3^{-4} A_3 + \lambda_3^{-6} A_4 + \lambda_3^{-8} A_5 = n_{\lambda 3}^2$$
$$A_0 + \lambda_4^2 A_1 + \lambda_4^{-2} A_2 + \lambda_4^{-4} A_3 + \lambda_4^{-6} A_4 + \lambda_4^{-8} A_5 = n_{\lambda 4}^2$$
$$A_0 + \lambda_5^2 A_1 + \lambda_5^{-2} A_2 + \lambda_5^{-4} A_3 + \lambda_5^{-6} A_4 + \lambda_5^{-8} A_5 = n_{\lambda 5}^2$$
$$A_0 + \lambda_6^2 A_1 + \lambda_6^{-2} A_2 + \lambda_6^{-4} A_3 + \lambda_6^{-6} A_4 + \lambda_6^{-8} A_5 = n_{\lambda 6}^2$$

本文选用 Gauss 法，算了 KF_1，QF_5，F_5，BaF_5，FK_2，QK_1，ZaK_4，ZK_8 等几种玻璃的 $A_0 \sim A_5$ 值，跟文献[3]的 $A_0 \sim A_5$ 比较：A_0 一般从小数点后第三位起发生变化，而 $A_1 \sim A_5$ 的差异逐渐变大，如 QK_1 玻璃，QK_1 玻璃的 $A_0 \sim A_6$ 值如表 3 所示：

Table 3. The comparison between the coefficients calculated by the "Gauss" method and the consulted coefficients

coefficients	the coefficients consulted from refrence [3]	the coefficients calculated by the "Gauss" method
A_0	2.13817	2.138814
A_1	-9.20526×10^{-3}	-9.674786×10^{-3}
A_2	9.022845×10^{-3}	8.863098×10^{-3}
A_3	1.307555×10^{-4}	2.245629×10^{-4}
A_4	1.218480×10^{-6}	-1.163620×10^{-5}
A_5	-9.916915×10^{-8}	5.708649×10^{-7}

但用两组不同系数计算的折射率基本一致(一般前四位小数一致，而且文献[3]所给的系数计算精度高)。从数学角度看，这是因为(1)式中的系数 $A_0 \sim A_5$ 相对于 n_λ 值变化(即折射率精度) 比较灵敏；从物理角度来看，(1) 式在 A_0 这个基数上，根据波长的不同等由 $A_1 \sim A_5$ 来修正，因此，虽然 $A_1 \sim A_5$ 有一定差异，但在不同 A_0 上进行修正，最终结果相差不大。

Gauss 法较直观，但精度不高。为了得到尽可能高的精度，有必要利用阻尼最小二乘法[4]来计算。用 0.365 μm～1.014 μm 内的 13 个波长数据计算了几种玻璃的系数 $A_0 \sim A_5$，然后再用此系数计算 0.365 μm～1.014 μm 波长范围的其他波长折射率，发现其精度明显提高。见表 4。

Table 4. The calculating accuracy of some sets of coefficients calculated by the "least squares" method

the glass type	accuracy
QK_1	$<6\times10^{-6}$
FK_3	$<6\times10^{-6}$
K_3	$<1\times10^{-6}$
KF_1	$<5\times10^{-6}$
QF_5	$<4\times10^{-6}$
F_5	$<5\times10^{-6}$
BaF_5	$<1\times10^{-6}$

前面提到 $A_0 \sim A_5$ 有一定差异，但所算得的折射率基本一致，这是由于 $A_0 \sim A_5$ 相对于 n_λ

值变化比较灵敏的缘故。用最小二乘法证明了这一点。看下面的计算结果：

从文献[3]中查得 K_9 玻璃的一组系数 $A_0\sim A_5$ 为：

$A_0=2.269185$，　$A_1=-9.449785\times10^{-3}$，　$A_2=1.163685\times10^{-2}$，

$A_3=-1.38036\times10^{-4}$，　$A_4=4.419505\times10^{-5}$，　$A_5=-2.344665\times10^{-6}$

用这组系数算得的折射率和由文献[3]查得的折射率对应如表5：

Table 5. The comparison between the two sets of refractive indices

wavelength (μm)	the calculated refractive indices (n_a)	the consulted refractive indices (n_b)	$n_a-n_b(\times10^{-6})$
0.36501	1.535818	1.535820	−2
0.40466	1.529823	1.529820	3
0.43584	1.526261	1.526266	−5
0.47999	1.522399	1.522401	−2
0.48613	1.521946	1.521955	−9
0.54607	1.518292	1.518294	−2
0.58756	1.516371	1.516373	−2
0.58929	1.516299	1.516300	−1
0.64385	1.514291	1.514297	−6
0.65627	1.513894	1.513895	−1
0.70652	1.512463	1.512469	−6
0.85211	1.509369	1.509372	−3
1.01398	1.506883	1.506870	13
0.6328	1.514661	1.514666	−5

用计算的折射率反过来计算系数 $A_0\sim A_5$ 为：

$A_0=2.269177$，　$A_1=-9.442994\times10^{-3}$，　$A_2=1.163897\times10^{-2}$，

$A_3=-1.377668\times10^{-4}$，　$A_4=4.408796\times10^{-5}$，　$A_5=-2.338071\times10^{-6}$

与前面一组系数几乎一致。而用查得的折射率计算得 $A_0\sim A_5$ 为：

$A_0=2.270243$，　$A_1=-1.003446\times10^{-2}$，　$A_2=1.095453\times10^{-2}$，

$A_3=6.525494\times10^{-5}$，　$A_4=1.637633\times10^{-5}$，　$A_5=-9.405547\times10^{-7}$

与前面两组系数相差较大，但从上表中看到的结果是：两组折射率相差不大，这说明折射率测量精度达到小数点第六位是必要的，这时所算的 $A_0\sim A_5$ 误差较小。如果测量精度低于 1×10^{-5}，所算的 $A_0\sim A_5$ 就出现较大误差。

上面都是利用 0.356 μm～1.014 μm 波长范围内的折射率值计算 $A_0\sim A_5$，且在此波长范围内折射率计算精度较高；但用此系数计算 1～2.5 μm 范围内的折射率，精度明显降低。如：K_9 玻璃和 Bak_7 玻璃精度都为 1×10^{-3}，达不到所需精度要求。因此用表1中所给出的 1～2.215 μm 波长范围内折射率测量数据来计算一组新的系数 $A_0\sim A_5$，发现在 1～2.215 μm 波长范围内计算精度明显提高，结果如表6所列：

Table 6. The accuracy of the calculated refractive indices in the wavelength ranges 1～2.215 μm

the glass type	accuracy	the number of the used refractive indices
K_9	$<5\times10^{-4}$	9
Bak_7	$<1\times10^{-4}$	10
PL-5	$<2.5\times10^{-4}$	9
N_{24-12}	$<7\times10^{-5}$	10
QK_3	$<5\times10^{-4}$	8

由于所用来计算的折射率本身精度只有 1×10^{-5}，因而得到上面的计算精度是合理的。当只用 6 个数据用 Gauss 法计算时，精度差不多降低一个数量级。

阻尼最小二乘法精度高，主要在于：Gauss 法只能利用 6 个折射率值，而阻尼二乘法可以利用较多的折射率测量值，当然所有折射率都在规定的波长范围内。而且所用的不同波长折射率测量值数量的多少将对 $A_0\sim A_5$ 的计算值影响较大。再用这些不同的 $A_0\sim A_5$ 来计算折射率，得到的精度也有所不同。由表 7、表 8(对 K_9 玻璃)的计算结果可以得到证实。

Table 7. The four sets of coefficients calculated with the different number of refractive indices

coefficient	the number of refractve indices			
	14(first)	12(second)	10(third)	8(fouth)
A_0	2.270243	2.270266	2.270410	2.270300
A_1	-1.003446×10^{-2}	-1.004304×10^{-2}	-1.010619×10^{-2}	-1.005350×10^{-2}
A_2	1.095453×10^{-2}	1.093322×10^{-2}	1.081799×10^{-2}	1.089407×10^{-2}
A_3	6.525453×10^{-5}	7.332366×10^{-5}	1.144895×10^{-4}	9.275537×10^{-5}
A_4	1.637633×10^{-5}	1.508622×10^{-5}	8.739674×10^{-6}	1.146336×10^{-5}
A_5	-9.405547×10^{-7}	-8.685341×10^{-7}	-5.236743×10^{-7}	-6.483576×10^{-7}

Table 8. The comparison between the refracitve indices calculated with the different coefficients and the original refractive indices

wavelength (μm)	the original refractive indices	the first set	the second set	the third set	the fouth set
0.36501	1.535820	1.535820	1.535820	1.535818	1.535865
0.40466	1.529820	1.529821	1.529821	1.529818	1.529840
0.43584	1.526266	1.526264	1.526264	1.526262	1.526276
0.47999	1.522401	1.522404	1.522404	1.522403	1.522412
0.48613	1.521955	1.521951	1.521951	1.521949	1.521959
0.54607	1.518294	1.518295	1.518295	1.518292	1.518300
0.58756	1.516373	1.516374	1.516374	1.516369	1.516377
0.58929	1.516300	1.516302	1.516302	1.516297	1.516305
0.64385	1.514297	1.514294	1.514294	1.514287	1.514296
0.65627	1.513895	1.513897	1.513897	1.513890	1.513899
0.70652	1.512469	1.512468	1.512467	1.512459	1.512468
0.85211	1.509372	1.509373	1.509373	1.509361	1.509373
1.01398	1.506870	1.506870	1.506870	1.506851	1.506870
0.63280	1.514666	1.514664	1.514664	1.514657	1.514666
accuracy		$<4\times10^{-6}$	$<4\times10^{-6}$	$<2\times10^{-5}$	$<5\times10^{-5}$

可见，随着所用测量数据的减少，精度逐渐降低，因此计算 $A_0 \sim A_5$ 时，尽可能利用较多数据，以得到高精度计算结果。

4 结果讨论

1） 不管是用文献[3]中提供的 $A_0 \sim A_5$，还是用阻尼最小二乘法求得的 $A_0 \sim A_5$，用(1)式算出的折射率在 0.365 μm～1.014 μm 波长范围内精度较高，在这个范围外精度逐渐降低，达不到实用要求。

波长测量范围由需要确定，对光学玻璃来说，一般可适当向红外扩展到 2.5 μm，因而需要利用红外区的折射率测量值重新计算一组系数 $A_0 \sim A_5$，以满足计算精度。

2） 若要得到与测量结果接近的计算值，计算 $A_0 \sim A_5$ 的不同波长折射率测量值在 12 个以上较好，若测量值数目较少，带来误差较大，特别在测量精度不高时。

3） 为保证计算精度，折射率测量精度应达到 5×10^{-6} 以上，在精度低于 1×10^{-5} 时，会产生出明显的计算误差。

参 考 文 献

[1] 李锡善，孙晶矾，王文桂等， 宽光光电折射仪. 计量学报，1987，8(1)：13～17
[2] *Optical Glass Handbook*. Jena Glaswerk Schott & Gen，Optics Division Edited，1980
[3] 无色光学玻璃. 中华人民共和国国家标准 GB903-87，UDC666.22 No.5，中国标准出版社，1989 年 2 月
[4] 万耀青，梁庚荣，陈志强主编， 最优化计算方法常用程序汇编. 北京 工人出版社，1983，80～97

Disperssion Measurement of Optical Glass and Discussion of the Approximate Calculation Method

Li Xishan　　Jiang Haiying　　Jiang Anmin
(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics*, *Academia Sinica*, *Shanghai* 201800)
(Received 1 November 1993; revised 14 March 1994)

Abstract The measureel results of the refractive index of opticalglass are given, and the calculation accuracies and applicable range of the disperssion formula $n_\lambda^2 = A_0 + A_1\lambda^2 + A_2\lambda^{-2} + A_3\lambda^{-4} + A_4\lambda^{-6} + A_5\lambda^{-8}$ are discussed.
Key words optical glass, disperssion, measurement and calculation.