第15卷 第2期
1995年2月

光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 15, No. 2
February, 1995

双芯耦合光纤中高阶色散对光孤子相互作用的影响

钟卫平* 黄 辉
(广东省惠州市邮电局，惠州 516000)

摘 要 利用变分原理对耦合纤芯中传输光孤子之间的相互作用和形成束缚孤子态的条件进行了研究，发现高阶色散减弱甚至可以消除光孤子之间的相互作用。这一结果为耦合光纤器件的设计提供了一种实用消除光孤子之间相互作用的方法。

关键词 光孤子， 光纤孤子通信， 孤子之间的相互作用， 变分原理.

1 引 言

近年来，由于超大容量超长距离光纤通信的需要，人们对光纤中传输光孤子的研究异常活跃[1~3]。对于整个光纤网络而言，基干路由光纤中传输的任一载波信号(光孤子)需通过耦合光纤器件(例如光纤耦合器、光纤分束器)分配到多路光纤中，光孤子在耦合光纤器件中必然存在着相互作用[4~6]。如何有效地减小光孤子之间的相互作用，是光纤孤子通信系统中必须解决的重要问题之一。

本文采用变分原理研究了双芯耦合光纤中光孤子之间的相互作用和形成束缚孤子态的条件，得出了一些有意义的结果。

2 孤子参数演化方程

双芯耦合光纤中光孤子传输的特性，可用耦合非线性薛定谔方程[7~9]

$$i\frac{\partial u_n}{\partial z}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2}+|u_n|^2u_n=-\varepsilon u_m+i\beta\frac{\partial^3 u_n}{\partial t^3},\qquad (n,m=1,2,\quad n\neq m)\tag{1}$$

来描述[7~9]。式中 u_n 为非线性光孤子波包，z,t 分别为归一化传输距离和时间，ε、β 分别是光纤的线性耦合系数和高阶色散常数。当忽略方程(1)右边的微扰作用时，它具有众所周知的基阶孤子解

$$u_n(z,t)=A_n\operatorname{sech}A_n(t-\xi_n)\exp\left[(ik_n(t-\xi_n)+i\theta_n\right]\tag{2}$$

---

* 原工作单位:武汉大学物理系.

收稿日期:1993年6月7日; 收到修改稿日期:1994年1月7日

$$\frac{d\xi_n}{dz} = -k_n, \qquad \frac{d\theta_n}{dz} = \frac{1}{2}(k_n^2 + A_n^2) \tag{3}$$

式中孤子参数 $P=\{A_n, \xi_n, k_n, \theta_n\}$ 分别代表孤子的幅值，中心位置、相速度和位相，A_n、K_n 都为实常数。一般情况下，耦合光纤器件中线性耦合系数和高阶色散常数不为零。假定计入方程(1)右边二项后还具有(2)式的孤子解，但孤子参数不再满足(3)式，它们将以新的规律随传输距离而演化。

方程(1)所描述的系统，其 Lagrage 密度函数为

$$L = \sum_{\substack{n,m=1\\ n\neq m}}^{2}\Big[\frac{1}{2}i(\bar{u}_n\frac{\partial u_n}{\partial z} - u_n\frac{\partial \bar{u}_n}{\partial z}) - \frac{1}{2}\left|\frac{\partial u_n}{\partial t}\right|^2 + \frac{1}{2}|u_n|^4 - i\beta(\frac{\partial \bar{u}_n}{\partial t}\frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2} - \frac{\partial u_n}{\partial t}\frac{\partial^2 \bar{u}_n}{\partial t^2}) + \varepsilon(\bar{u}_n u_m + u_n\bar{u}_m)\Big] \tag{4}$$

以上结果的正确性可以通过 Euler-Lagrage 公式

$$\frac{\partial L}{\partial u_n} - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial L}{\partial u_n/\partial z}\right) - \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial u_n/\partial t}\right) = 0 \tag{5}$$

导出方程(1)而得到验证。

现在定义 Lagrage 密度函数的平均值 $\langle L\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} L dt$，由(5)式易得孤子参数的演化方程

$$\frac{d\langle L\rangle}{dP} = \frac{d}{dz}\left(\frac{d\langle L\rangle}{dP/dz}\right) \tag{6}$$

从(2)式和(4)式可以得到

$$\langle L\rangle = \sum_{\substack{n,m=1\\ n\neq m}}^{1}\Big\{2A_n(k_n\frac{\partial \xi_n}{\partial z} - \frac{\partial \theta_n}{\partial z}) + A_n(\frac{1}{3}A_n^2 - k_n^2) + 4\beta A_n k_n(A_n^2 + k_n^2) + \frac{4A_nA_m\varepsilon(\xi_m - \xi_n)\cos[(k_n + k_m)(\xi_m - \xi_n) + \theta_m - \theta_n]}{\sinh(A_n + A_m)(\xi_m - \xi_n)}\Big\} \tag{7}$$

引入变量代换：$\psi = (k_1 + k_2)(\xi_2 - \xi_1) + \theta_2 - \theta_1$，$k = k_2 - k_1$，$\xi = \xi_2 - \xi_1$，$r = (A_1 + A_2)(\xi_2 - \xi_1)$。(7)式代入(6)式，得到 8 个孤子参数演化的联立方程组，整理后可以写成

$$\frac{dA_n}{dz} = (-1)^{n-1}4\varepsilon A_1A_2\frac{\xi\sin\psi}{\sinh r} \tag{8}$$

$$\frac{d(A_nk_n)}{dz} = (-1)^n 4\varepsilon A_1A_2\Big[\frac{(A_1 + A_2)\xi\cosh r - \sinh r}{\sinh^2 r} + (-1)^{n-1}\frac{\xi(k_1 + k_2)\sin\psi}{\sinh r}\Big] \tag{9}$$

$$\frac{d\xi_n}{dz} = k_n - 2\beta(A_n^2 + 3k_n^2) + 4\varepsilon A_m\frac{\xi^2\sin\psi}{\sinh r} \tag{10}$$

$$\frac{d\theta_n}{dz} = k_n\frac{d\xi_n}{dz} + \frac{1}{2}(A_n^2 - k_n^2) + 2\beta(3A_n^2 + k_n^2) + \frac{4\varepsilon A_m\xi(\sinh r - A_n\xi\cosh r)}{\sinh^2 r} \tag{11}$$

3　结果讨论与分析

如果选取等幅孤子注入，即 $A_{01} = A_{02}$，从(8)式可以看到 $A_1 + A_2 = A_{01} + A_{02} = \text{constant}$ 从而有 $A_1 = A_2 + A = \text{constant}$. 由(8)式和(9)式可进一步得到 $\psi = 0$ 或 π

$$k' = k_1 + k_2 = k_{01} + k_{02} = \text{constant} \tag{12}$$

由(9)式和(10)式可得

$$
\left.\begin{aligned}
\frac{dk}{dz} &= \frac{dk_2}{dz} - \frac{dk_1}{dz} = 8\varepsilon A \frac{r\cosh r - \sinh r}{\sinh^2 r}\cos\psi \\
\frac{d\xi}{dz} &= \frac{d\xi_2}{dz} - \frac{d\xi_1}{dz} = (1 - 6k'\beta)k
\end{aligned}\right\} \tag{13}
$$

故可以得到关于 r 的运动方程

$$
\frac{d^2 r}{dz^2} - 16\varepsilon A^2(1 - 6k'\beta)\frac{\sinh r - r\cosh r}{\sinh^2 r}\cos\psi = 0 \tag{14}
$$

从而可得光孤子之间由于相互作用而引起的势函数

$$
U(r) = -16\varepsilon A^2(1 - 6k'\beta)\frac{r}{\sinh r}\cos\psi \tag{15}
$$

可见，由于高阶色散的影响，总能使势函数为负值(吸引势情况)，两光孤子有可能形成束缚孤子态。若作一级近似，(14)式可以简写成

$$
\frac{d^2 r}{dz^2} + \frac{8}{3}\varepsilon A^2(1 - 6k'\beta)r\cos\psi = 0 \tag{16}
$$

在相平面中，若选取初始条件为：$r(z=0) = r_0$，$dr(z=0)/dz = 0$. 对于吸引势，即在保证$(1 - 6k'\beta)\cos\psi > 0$，(16)式的解为

$$
r = r_0 \cos\left[\frac{2}{3}A\sqrt{6\varepsilon(1 - 6k'\beta)\cos\psi}\, z\right]
$$

可以看到两束缚孤子在向纤芯运动的同时，还绕着它们的质心作简谐振动。很易得到它们之间的振动周期 $T = 3\pi/A\sqrt{6\varepsilon(1 - 6\beta k')\cos\psi}$，高阶色散使束缚孤子对之间的振动周期增大。结合(15)式可以看出，高阶色散减弱了孤子之间的相互作用。

对于排斥势，即保证 $(1 - 6k'\beta)\cos\psi < 0$，两孤子不能形成束缚态。(16)式的解可表为

$$
r = r_0 \cosh\left[\frac{2}{3}A\sqrt{6\varepsilon(6k'\beta - 1)\cos\psi}\, z\right]
$$

特别是当 $k'\beta = 1/6$ 时，无论 ψ 取 0 或 π，势函数总为零，即双芯耦合光纤中传输的光孤子之间无相互作用。而忽略高阶色散(取 $\beta = 0$) 时，从(15)式可以看到势函数不可能为零，正是高阶色散的影响，才有可能使双芯耦合光纤中传输的光孤子之间无相互作用。

结 论 从以上分析可以看出，只要光孤子源发射初始相速度 $k' = k_{01} + k_{02} = 1/6\beta$ 的两孤子，便可使双芯耦合光纤中传输的光孤子之间无相互作用，让光纤孤子通信系统中的光纤耦合器件处于最佳运转状态。也可以选取一定高阶色散常数的耦合光纤器件，使其满足 $k_{01} + k_{02} = 1/6\beta$ 条件，让耦合器件中传输的孤子无相互作用。

作者由衷地感谢黄念宁和李中辅教授的支持、鼓励和有益的讨论。

参 考 文 献

[1] A. Hasegawa, *Optical Soliton in Fiber*, Berlin, Springer-Verlag Press(1990)

[2] G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, Boston, Academic Press (1989)

[3] S. E. Miller, I. P. Kaminow, *Optical Fiber Telecommunications*, Boston, Academic Press (1988)

[4] B. Hermanson, D. Vevick, Numberical investigation of soliton interaction. *Electron. Lett.*, 1983, 19(14) : 570 ~571

[5] C. Desen, P. L. Chu, Soliton interaction in the presence of loss and periodic amplification in optical fibers. *Opt. Lett.*, 1987, **12**(5): 349～351

[6] C. Desen, P. L. Chu, Tokyo, Japan, *Interaction of soliton in tunnel-coupled optical fibers*, Technology Digest IOOC' 83

[7] S. M. Jensen, The nonlinear coherent coupler. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1982, **QE-18**(10): 1580～1583

[8] S. A. Darmanyan, Soliton dynamics in directional couplers with variable coupling. *Opt. Commun.*, 1989, **90**(4): 301～303

[9] F. Kh. Abdullaer, S. A. Darmanyan, P. K. Khabibullear, *Optical Soliton*. Berlin, Springer Verlag Press (1992)

Influence of the High-Order Dispersion on Interaction Between Optical Solitons in Twin-Core Coupling Fiber

Zhong Weiping Hong Hui

(*Bureou of Posts & Telecommunication, Guangdong Huizhou* 516000)

(Received 7 June 1993; revised 7 January 1994)

Abstract The interaction between optical solitons and the condition of forming bound soliton state in twin-core coupling fiber are studied by using the variational principle. The results show that the high-order dispersion can decrease and even eliminate the interaction between solitons. It provides a practical way to eliminate soliton interaction for designing the coupling fiber-device.

Key words optical soliton, optical soliton communication, variational princaple, interaction between optical solitons.