

全息图的数字重现*

肖体乔 徐至展 陈建文 朱佩平 寇雷刚 程·亚
(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘 要 计算机数字重现全息图可消除像差、噪声及记录过程中底片非线性等因素的影响, 与可见光重现相比有更大的灵活性。对短波长全息如 X 射线全息、电子全息来说, 数字重现可大大提高其重现分辨率。本文给出了全息图数字重现的理论公式, 利用理想全息图的强度分布数据成功地重现了同轴和离轴全息图, 并对重现结果作了分析。

关键词 全息图, 数字重现。

1 引 言

Gabor 提出全息术的初衷, 是为了消除电子透镜的像差, 提高电子显微镜的分辨率。他设想用电子波来记录全息图、用可见光重现, 可得到放大的物像。再设法消除电子显微镜的球差, 以期使分辨率提高到 0.1 nm 的水平。受当时电子束源相干性的限制, 这一设想未能付诸现实。随后, Tonomura 等人对此进行了不懈的努力, 他们利用一个特殊的透镜来消除球差^[1], 然而未达到预想的效果。因为这一方法无法完全消除像差, 而且重现像还要不可避免地受噪声的影响。

彻底解决这一问题的途径是用计算机重现全息图。将记录的全息图由光电元件读入计算机, 再通过一定的算法进行解码, 将重现结果输出到显示屏(CRT), 可得到不受像差、噪声影响的重现像。德国 Tübingen 大学在该领域做出了较为突出的贡献^[2]。为获取高分辨率的重现像, 已发展了多种重现 X 射线全息的方法。所有这些重现方法可分为两大类, 即可见光重现和数字重现。可见光重现具有直观性, 但很难得到高分辨率。例如, 重现光和记录光波长不一致时, 直接重现会引入较严重的像差^[3,4]。尽管用真空紫外来重现反射型 X 射线全息图可减小由重现-记录光波长比而引入的像差, 但这毕竟不是一种理想的方法。数字重现则具有较大的灵活性, 它可利用编程来消除各种不利因素的影响。

目前, X 射线全息术的发展趋势是用 CCD(电荷耦合器件)记录全息图, 把离散化的数据直接输入计算机进行数字重现。随着计算机性能的提高, 用一台普通的 PC 机(如 486DX/33, TVGA), 只需几分钟即可完成整个的重现过程, 把重现像按灰度等级直接显示在荧光屏上。

* 国家自然科学基金资助项目。

收稿日期: 1994 年 7 月 21 日

这样即可实现全息显微术(电子全息术、X射线全息术)的实时观测,大大简化重现工序、缩短重现时间,并有效地提高重现像的质量。除了消除像差、噪声等的影响外,数字重现还可以在在一定程度上消除记录过程中的非线性,并且采用迭代算法还可消除同轴X射线全息中孪生像的影响。C. Jacobson, I. McNulty 等人利用 Brookhaven 国家同步辐射实验室的波荡器辐射分别记录了同轴和傅里叶变换X射线全息图,都采用计算机重现获得了高分辨率的重现像^[5,6]。

本文利用计算机模拟了同轴和离轴全息图的记录、重现过程。对离轴全息采用了两种重现方式,一种采用参考光直接照射全息图获取重现像的模型,该方式具有与光学重现相似的直观性。另一种重现方式中,首先对全息图进行傅里叶变换,再经频谱滤波得到重现像。

2 物理模型

2.1 记录

全息图记录光路图如图1所示。以全息图中心为原点,以其中轴为Z轴建立直角坐标系,且物位于Z轴上,平面参考波偏离Z轴成 θ_0 角,物到全息图的距离为Z。采用该光路的优点是它具有计算上的简便,并且 $\theta_0 = 0$ 时,可自动过渡到同轴全息,该类全息在X射线全息术及乳剂颗粒测量中有着重要的应用。

设物的振幅透过率函数为 $a_0(x, y)$, $a_0(x, y)$ 经菲涅耳衍射、传播距离Z后到达全息面,其复振幅分布为 $a'_0(x, y)$ 。平面参考波可表示为:

$$a_r(x, y) = \exp(-jkysin\theta_0) \quad (1)$$

式中 $k = 2\pi/\lambda$, λ 为参考波波长, θ_0 为其偏向角,参考束向下时 θ_0 为负,向上时为正。于是全息面上的光振幅分布为:

$$a_1(x, y) = a'_0(x, y) + a_r(x, y) \quad (2)$$

相应的光强分布:

$$I_1^2(x, y) = |a_1(x, y)|^2 = |a'_0(x, y)|^2 + |a_r(x, y)|^2 + a'_0(x, y)a_r^*(x, y) + a_0^*(x, y)a_r(x, y) \quad (3)$$

式中 $a'_0(x, y)$ 可由 $a_0(x, y)$ 经菲涅耳衍射公式计算得:

$$a'_0(x, y) = \exp\left[j\frac{k}{2z}(x^2 + y^2)\right] \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{a_0(\xi, \eta) \exp\left[j\frac{k}{2z}(\xi^2 + \eta^2)\right]\} \cdot \exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda z}(x\xi + y\eta)\right] d\xi d\eta \quad (4)$$

上式中给定z值后, $\exp(jkx)/j\lambda z$ 是一个常数,已略去。于是上述菲涅耳积分即可由 $a_0(\xi, \eta) \exp\left[j\frac{k}{2z}(\xi^2 + \eta^2)\right]$ 的傅里叶变换求出。变换频率为:

$$f_x = \xi/\lambda z, \quad f_y = \eta/\lambda z \quad (5)$$

这样就可以用快速傅里叶变换(FFT)算法来计算菲涅耳积分,大大提高计算速度。

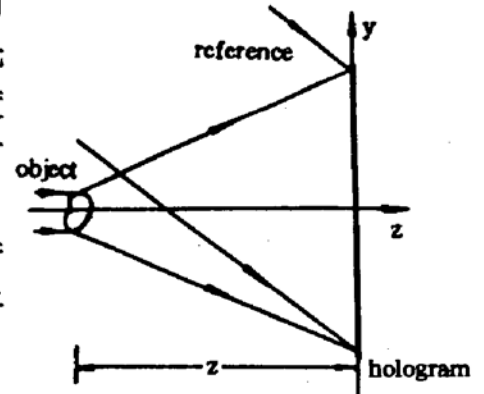


Fig. 1 The diagram for hologram recording, where the distance between object and hologram is z , the angle between reference and z axis is θ_0

设 X, Y 方向的总取样点数分别为 m, n , (3) 式离散化后可得:

$$a_0(u, v) = \exp\left[j \frac{k}{2z} (u^2 \Delta_x^2 + v^2 \Delta_y^2)\right] \sum_{r=0}^{m-1} \sum_{s=0}^{n-1} \{a_0(r, s) \exp\left[j \frac{k}{2z} (r^2 \Delta_x^2 + s^2 \Delta_y^2)\right]\} \exp[-j2\pi(kr/m + ls/n)] \quad (6)$$

式中 $u = 0, 1, \dots, m-1, v = 0, 1, \dots, n-1$, Δ_x, Δ_y 为全息图的取样间隔, Δ_x, Δ_y 为物平面上的取样间隔, 距离 z 值也应满足以下菲涅耳近似条件:

$$z^3 \gg (\pi/4\lambda)[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2]_{\max}^2 \quad (7)$$

这样才能保证(6)式计算结果的精确性。 θ_0 值的选择应满足 $0, \pm 1$ 级衍射相分离的条件, 并与物波和参考波的相对强度有关, 物波相对较弱时, θ_0 值可选得小一些。

2.2 直接重现

重现光路如图 2 所示。重现光束 a_c 与 a_r 完全一致时可得到无像差的重现像。全息图的振幅透过率为 $t = \alpha + \beta I_h$, α, β 为常数。在忽略常数因子时有 $t \propto I_h$ 。这样, 重现光透过全息图后的光振幅分布在 $a_c = a_r$ 时有:

$$a_i(x, y) = (|a_0|^2 + |a_r|^2)a_r + |a_r|^2 a_0^* + (a_r)^2 a_0^* \quad (8)$$

(8) 式中前二项为 a_r 方向上的零级衍射波, 表现为像平面上的一个亮斑, 第三项为物波的直接重现, 第四项为共轭物波与一个复数因子的乘积, 它并不改变 $a_0^*(x, y)$ 的分布。由此可知, (8) 式第四项经逆向菲涅耳传播 z 距离即得物的共轭实像, 对 $a_i(x, y)$ 作菲涅耳积分, 在距离 z 处得到像场的复振幅分布:

$$a_i(x, y) = F_z[a_i(x, y)] \quad (9)$$

式中 F_z 表征距离为 z 的菲涅耳积分。相应的光强分布:

$$I_i(x, y) = |a_i(x, y)|^2 = |F_z[a_i(x, y)]|^2 \quad (10)$$

整个像场由实像、零级衍射斑和弥散场组成, 实际用可见光重现时逆着弥散场光的传播方向可在原物位置看到一个虚像。

2.3 频谱滤波重现

离轴全息 0 级、 ± 1 级谱在 θ_0 满足一定条件时是互相分离的。这样有可能把 $+1$ 级或 -1 级谱分离出来, 再进行反傅里叶变换, 即可得到全息面上物场 $a_0(x, y)$ 或 $a_0^*(x, y)$ 的分布, 再求出 $F_z[a_0^*(x, y)]$ 或 $F_{-z}[a_0(x, y)]$, 即可得到无零级、共轭像的像场分布。

对(3) 式中全息图光强分布 I_h 作傅里叶变换后可得:

$$\mathcal{F}(I_h) = A_0(f_x, f_y) + A_1(f_x, f_y - f_0) + A_2(f_x, f_y + f_0) \quad (11)$$

其中: $A_0(f_x, f_y) = \mathcal{F}[|a_0(x, y)|^2 + |a_r(x, y)|^2]$, $A_1(f_x, f_y - f_0) = \mathcal{F}[a_0^*(x, y)a_r^*(x, y)]$,

$A_2(f_x, f_y + f_0) = \mathcal{F}[a_0^*(x, y)a_r(x, y)]$ 。如果物函数 $a_0(x, y)$ 是限带的, $A_0(f_x, f_y)$, $A_1(f_x, f_y - f_0)$, $A_2(f_x, f_y + f_0)$ 三项在频谱面上是彼此分离的。则可以把 $A_2(f_x, f_y + f_0)$ 分离出来, 并在频谱空间平移得到 $A_0(f_x, f_y)$ 。如图 3 所示。 $A_0(f_x, f_y)$ 的反傅里叶变换:

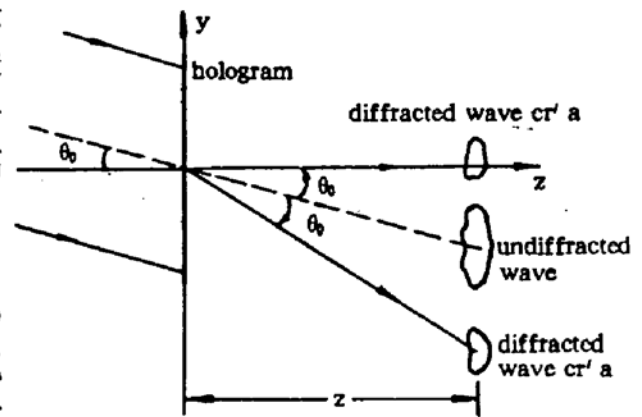


Fig. 2 The diagram for direct reconstruction of hologram, where the illuminating light is just the same as the reference for recording

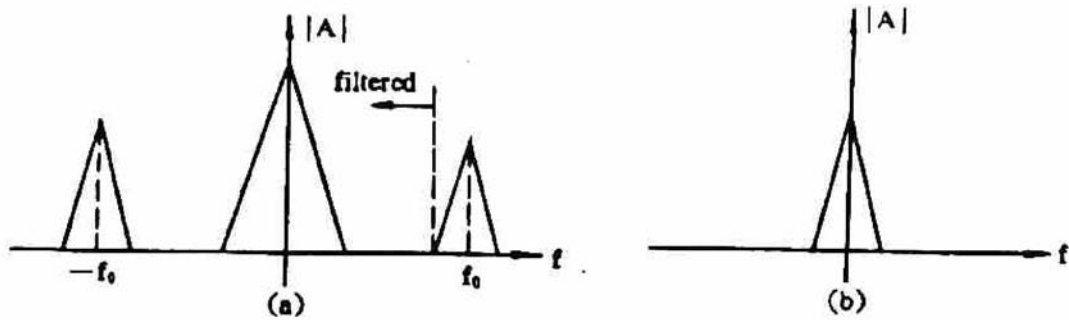


Fig. 3 The frequency spectrum for off-axis hologram; (a) overall frequency band; (b) frequency band after filtering and shifting

$$\mathcal{F}^{-1}[A_0(f_x, f_y)] = a_0^*(x, y) \quad (12)$$

像场分布:

$$a_i = F_x[a_0^*(x, y)] \quad (13)$$

对应的光强:

$$I_i = |F_x[a_0^*(x, y)]|^2 \quad (14)$$

这就实现了整个的重现过程。该方法的优点是充分利用了离轴全息图频谱分离这一特点，消除诸如零级、+1级衍射以及噪声等因素的影响。

3 重现结果

整个计算过程在 PC 机上进行，运行时间为几分钟。输出图像直接显示在荧光屏上，再用照相机拷贝。图 4 为小圆盘物的同轴全息记录和重现过程。记录及重现光波长： $\lambda = 0.00257 \mu\text{m}$ ，处于 X 射线水窗波段。图 4(a)为物，图 4(b)为它的同轴全息图。由图 4(b)可以看出，这是一个典型的波带板花样，条纹分布中心对称，直到全息图边界条纹都能分辨出来。全息图外围出现规则分布的小圆斑，这是由物边界的取样不平滑引起的。图 4(b)右侧的窄带为灰度标尺，所有的光强分布按其中的灰度等级显示，光强越大灰度等级越高。图 4(c)为重现实像分布。由于记录距离处于菲涅耳衍射区内，重现实像受零级、孪生像的干扰严重，因而实际上得不到重现实像。

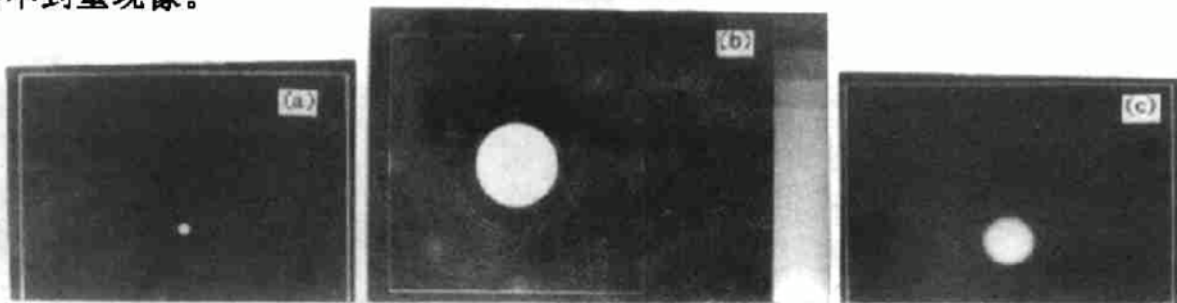


Fig. 4 In-line holography for a little disc; (a) object; (b) hologram; (c) reconstructed image field

图 5 为“F”的离轴全息的记录和重现过程，记录过程中参考光的偏向角： $\theta_0 = 24.4^\circ$ 。图 5(a)为物，图 5(b)为全息图。由于 θ_0 较大，全息图上的干涉条纹基本上为直条纹，且由下至上条纹间距递增。图 5(c)为重现实像场，其中 ± 1 级分居 0 级中央亮斑的两侧。零级代表(8)式中的一、二项，共轭像(+1级)和实像(-1级)则分别对应第三、第四项。这相应于直接重现，由图可以看出可得到清晰的重现实像。

以字符“HOLO”为物的离轴全息图记录和重现过程如图 6 所示，采用频谱滤波法来重现全息图。图 6(a)为物，图 6(b)为全息图。图 6(c)为全息图的频谱，可以看到 0, ± 1 谱是相互



Fig. 5 Off-axis holography for character "F"; (a) object; (b) hologram; (c) direct reconstruction(b) 分离的。图 6(d)为滤波后的谱分布,保留的-1 级谱已平移至谱中心。图 6(e)为重现像。由于滤去了零级和共轭像,在像面上得到无干扰的实像。

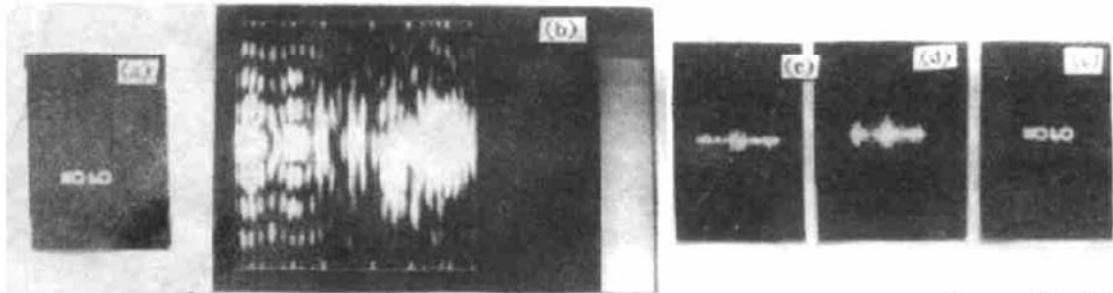


Fig. 6 Reconstructing off-axis holography by frequency filtering; (a) object, word "HOLO"; (b) hologram; (c) frequency spectrum distribution of the hologram; (d) frequency spectrum after filtering; (e) reconstructed image from the filtered frequency spectrum

物变复杂后的全息图和重现像场由图 7、图 8 示出,其中图 7 采用的是直接重现,图 8 则为频谱滤波重现。直接重现过程中,重现像几乎分辨不出,这是物变复杂后重现像的衍射效率降低引起的。相反,频谱滤波重现则不受这一因素的限制,它仍能得到清晰的重现像。这就说明,频谱滤波重现较直接重现优越。

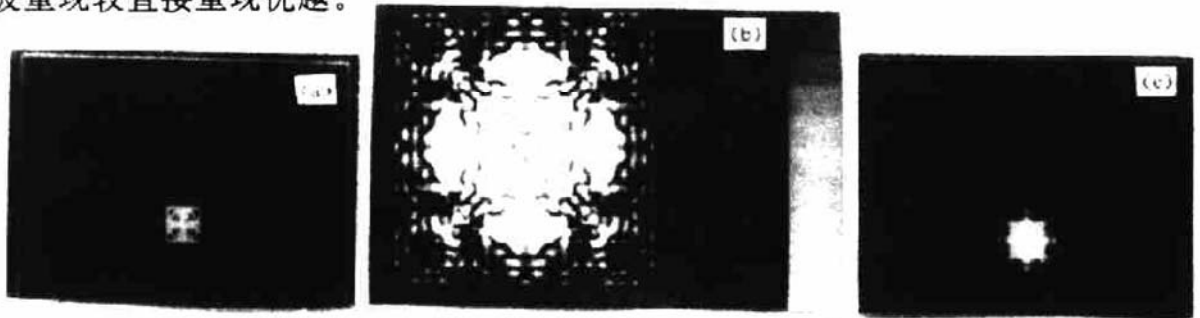


Fig. 7 Direct reconstruction of hologram for complicated object; (a) object; (b) hologram; (c) directly reconstructed image field

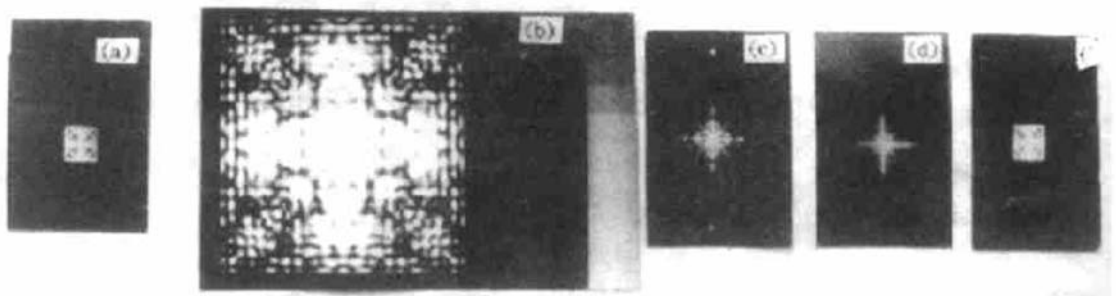


Fig. 8 Reconstruction of hologram for complicated object by frequency filtering; (a) object; (b) hologram; (c) frequency spectrum distribution for the hologram; (d) frequency spectrum after filtering; (e) reconstructed image from the remained frequency spectrum

在上述各图中,直接重现时的像亮度较低,这说明整个像场中实像的相对强度较小。在谱分布中也存在这种情况,滤波前 ± 1 级强度相对较弱,滤波后 -1 级谱结构变清楚。这只是灰度显示的问题,与频谱值无关。

讨 论 全息图记录过程的模拟应该还可用来产生能满足某种特殊需要的全息图,如制作全息透镜等。用 256 个灰度等级显示得到的全息图,十分逼近真实全息图。它与 A. W. Lohmann 提出的计算机制全息图相比可省去一系列的位相、振幅编码过程,显得更为直观、简捷。

本文用于重现的全息图强度分布数据都来自理想计算,对于实际的全息图来说,还需要一个数据的采集和处理过程。尽管如此,将重现软件稍作改进即可用于电子全息或 X 射线全息重现中。此外,文中同轴全息的物距位于菲涅耳衍射区内,因而得不到重现像。对 X 射线全息来说,因现有 X 射线源的单色亮度较低,物到全息图的距离应尽量小。这样直接重现就得不到重现像。采用迭代算法可消除同轴全息中孪生像的影响,获取不受干扰的重现像。这是作者下一步的工作。

参 考 文 献

- [1] A. Tonomura, T. Matsuda, J. Endo, Spherical-aberration correction of an electron lens by holography. *Japan. J. Appl. Phys.*, 1979, 18(7): 1373~1377
- [2] Q. Fu, H. Lichte, E. Volkl, Correction of aberration of an electron microscope by means of electron holography. *Phys. Rev. Lett.*, 1991, 67(17): 2319~2322
- [3] 肖体乔, 陈建文, 徐至展等, 同轴 X 射线全息中象差的数字模拟. *光学学报*, 1994, 14(12): 1247~1253
- [4] Xiao Tiqiao, Chen Jianwen, Xu Zhizhan *et al.*, Theoretical study on the direct reconstruction of LLFT X-ray hologram with visible light. *Acta Physica Sinica(overseas edition)*, 1994, 3(10): 736~745
- [5] C. Jacobsen, M. Howells, J. Kirz *et al.*, X-ray holographic microscopy using photoresists. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1990, 7(10): 1847~1861
- [6] I. McNulty, J. Kirz, C. Jacobsen *et al.*, High-resolution imaging by Fourier transform X-ray holography. *Science*, 1992, 256: 1009~1012

Digital Reconstruction of Hologram

Xiao Tiqiao Xu Zhizhan Chen Jianwen Zhu Peiping
Kou Leigang Cheng Ya

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800)

(Received 21 July 1994)

Abstract There are many advantages while reconstructing hologram in digital way, such as the easy elimination of aberrations, noises, and nonlinearity etc. As to short wavelength holography (X-ray holography, electron holography), resolution can be greatly improved by means of digital reconstruction. The theoretical formulae for digital reconstruction of hologram are given. Reconstructions of in-line and off-axis hologram respectively are brought out successfully from ideal holograms in digital way. All the results are also analyzed.

Key words hologram, digital reconstruction.