

# 激光谐振腔内激活介质像差效应的数值分析\*

叶嘉雄 汪伟峰 张国平

(华中理工大学激光技术国家重点实验室, 武汉 430074)

**摘 要** 根据气体激光器谐振腔的衍射理论和 Zernike 多项式, 导出了谐振腔光场振幅分布表达式。用数值分析的方法研究了在不同的相位扰动下, 稳腔和非稳腔功率和模式分布曲线。

**关键词** 激光谐振腔, 像差, 数值分析, 自适应光学。

## 1 引 言

构造一个自适应激光谐振腔系统, 首先要在理论上研究激光谐振腔输出的可控性, 从而得出谐振腔在外界因素扰动时的激光输出特性。在先前的工作中, 已经用几何分析法研究了线性正支共焦非稳腔内的小扰动效应, 指出扰动面越靠近凹面镜其相位校正灵敏度越高<sup>[1, 2]</sup>。几何光学方法只适合于小强度的低阶扰动的情况。为了解除这一限制, 用标量波的分析方法, 即准确的衍射积分方程来讨论腔内扰动的自适应补偿问题<sup>[3]</sup>, 用矩阵传输光学与衍射积分方程相结合的方法导出了自适应光学谐振腔的数学模型<sup>[4, 5]</sup>。本文根据气体激光器的衍射理论和 Zernike 多项式, 导出了谐振腔光强分布表达式, 用数值分析方法研究了腔内激活介质的一阶和二阶像差对激光输出的影响。

## 2 激光谐振腔内的像差分析

连续激光谐振腔光束振荡条件决定于光束在腔内振荡时辐射场的增益和损耗, 最一般的损耗机理产生于腔内的激活介质的不完全反射、吸收、散射和衍射损失。上述因素的变化构成了光束的相位扰动即介质像差的扰动, 从而引起光束质量的变化和远场强度分布的变化。

激光器谐振腔反射镜的热畸变构成另一种腔内像差。特别是在大功率激光器中的反射镜, 由于吸收部分光能而产生温升。采用冷却措施后, 反射镜前后面产生温差, 因而有机械变形, 使入射光线与反射光线的光程不同, 因而引入了相位差。这种像差对远场聚焦的影响由在衍射积分中插入一个强度漂移相位项来表示。这种像差分为两类, 第一类具有低的空间频率, 在光束直径上能引起缓慢的强度变化, 由于强度加载, 从而导致三阶像差; 第二类像差由菲涅耳波动引起, 这类像差具有高的空间频率。两种类型的强度漂移像差可以认为是静态像差, 由于反射镜面板很薄, 所以到达稳定状态所需的时间少于  $10^{-1}$ s。然而稳态值是随机

\* 国家教委高等学校博士点基金资助项目。

收稿日期: 1994年11月4日

变化的, 从一个稳态到达另一稳态的变化过程, 是动态像差的演变过程。本文只针对激活介质的不均匀性引起的像差效应, 而对热畸变引起的像差效应将在另文中讨论。

介质像差归结为腔内介质折射率分布的不均匀性, 因此可以认为是纯相位像差。折射率分布  $n(x)$  可考虑为二次像差的形式<sup>[1]</sup>:

$$n(x) = 1 + n_1 x^2 \quad (1)$$

其中  $n_1$  为相对于入射波面的总相位弯曲,  $x$  和  $y$  为反射镜面的二维坐标。如果同样大小和相同符号的扰动施加于  $y$  方向, 则所产生的相位畸变是场曲; 若  $y$  方向无畸变, 则总的相位畸变是  $x$  方向的柱面像差; 如果大小相同、而符号不同的扰动施加于  $y$  方向, 则总的相位畸变为像散。

折射率分布可以进一步表示为像差函数  $\Phi(x)$ 。对(1)式分析结果表明, 虽然它能表明一次像差(如倾斜或非准直)对激光谐振腔的各项参数会产生影响, 但却得不到一个明确的谐振腔空腔参数将这个非准直性表示出来。因此, 为了自适应光学系统的需要, 最好将像差分解成彼此互不相关的分量, 以便对每一个分量分别进行控制。

Zernike 多项式可以满足这一要求。光学像差可以用修正后的 Zernike 多项式分解成相互正交的各种模式<sup>[6,7]</sup>,

$$\Phi(r, \theta, t) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i(t) Z_i(r, \theta) \quad (2)$$

式中  $\Phi(r, \theta, t)$  为全孔径探测时激光腔中的随机扰动所引起的像差, 它是时间与空间的函数,  $(r, \theta)$  为归一化的瞳面极坐标,  $Z(r, \theta)$  是像差函数( $0 < r < 1, 0 < \theta < 2\pi$ ),  $a_i(t)$  是各模式的像差系数, 它是随时间  $t$  而变化的。因此(2)式表征了谐振腔动态像差的特性。理论分析表明, 像差的绝大部分可以用几个有限的低阶模来表达, 而残余的高阶模可归结为残余像差, 这就使问题的分析和像差校正的物理实现变得简单而实用。

Zernike 多项式像差分解是收敛的。高阶像差系数通常都很小, 不足以对系统性能构成严重影响。对激光腔而言, 倾斜像差分量(即准直度)对激光的输出功率有极大的影响。离焦量的存在, 对激光束的横模有极大影响, 会引起光斑的扩散, 甚至模式跳动。所以, 如果腔内的一阶和二阶像差得到校正, 即可消除腔内绝大部分的相位畸变, 激光光束质量和功率可以获得明显的改善<sup>[1,2]</sup>。

### 3 腔内介质像差效应的数值分析

激光腔中介质的扰动在最靠近反射镜时对激光腔的影响最敏感, 因此将激光腔中的介质像差都折算到激光器的反射镜表面上, 这样可以通过直接改变谐振腔反射镜的参数来模拟这些像差。这里所讨论的前提是: 假设外部激励、介质的吸收和增益都不变, 而所有的光功率和模式的变化仅仅由反射镜上的像差引起。镜子沿光轴的平移像差对激光束几乎没有影响, 只讨论倾斜和离焦两种像差对激光的功率和模式的影响。因为激光是在激光腔中经过无数次渡越之后才形成稳定的激光输出, 其介质增益所得来的能量一部分被输出, 一部分仍留在激光腔中继续渡越, 其余的被激光腔所损耗掉。损耗掉的那部份, 包括激光腔中的介质吸收和衍射损失。这里假定吸收与像差无关。事实上, 假定激光腔中的像差达到一个波长量级, 所增加的光程也只有激光腔长的百万分之五左右, 介质吸收改变完全可以不计, 则像差所引起的激光功率的变化就可以全部归于像差所引起的衍射损耗。因此激光功率与其腔中的扰动像

差之间的关系宜用衍射理论进行分析。通常表述激光腔中的像差对功率和模式的影响都是定性的, 很难定量描述, 一方面是由于公式的数学解很复杂; 另一方面是很难建立一个普适的函数来描述所有的激光腔性能, 所讨论的也只是针对特定的谐振腔而言的。因此这里采用数值分析的方法。

设纵流 CO<sub>2</sub> 气体激光器的腔体参数如下: 输出功率为 500~1000 W, 反射镜的有效直径  $2a = 20$  mm, 腔长  $L = 2120$  mm, 反射镜  $R_1 = 1500$  mm, 出射窗口为平面。由于计算量十分巨大, 数值计算必须进行一定的优化, 将倾斜像差和离焦像差分别计算, 每次只讨论其中之一, 而假定另一种像差为零。设激光腔中反射镜和出射窗口上的光振幅分布分别  $E_1(x_1, y_1)$  和  $E_2(x_2, y_2)$ , 满足菲涅耳衍射条件时, 它们具有如下关系式:

$$E_2(x_2, y_2) = \iint_{s_1} E_1(x_1, y_1) \exp \{ j[\Phi_{R_1}(x_1, y_1) + \Phi_a(x_1, y_1)] \} \frac{\exp(jkz)}{j\lambda z} \times \exp \left\{ \frac{jk}{2z} [(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2] \right\} ds \quad (3)$$

式中  $\Phi_{R_1}(x_1, y_1)$  为反射镜  $R_1$  引入的相位分量,  $\Phi_a(x_1, y_1)$  为由像差引入的相位分量。由于反射镜面和离焦二次像差都具有圆对称性, 则采用极坐标更方便:

$$\begin{cases} x_1 = r_1 \cos \theta_1, & x_2 = r_2 \cos \theta_2, \\ y_1 = r_1 \sin \theta_1, & y_2 = r_2 \sin \theta_2, \end{cases} \quad (4)$$

这样, (3)式就可以写成:

$$E_2(r_2 \cos \theta_2, r_2 \sin \theta_2) = \int_0^a \int_{-\pi}^{\pi} E_1(r_1 \cos \theta_1, r_1 \sin \theta_1) \exp \{ j[\Phi_{R_1}(r_1 \cos \theta_1, r_1 \sin \theta_1) + \Phi_a(r_1 \cos \theta_1, r_1 \sin \theta_1)] \} \frac{\exp(jkz)}{j\lambda z} \exp \left\{ \frac{jk}{2z} [(r_2 \cos \theta_2 - r_1 \cos \theta_1)^2 + (r_2 \sin \theta_2 - r_1 \sin \theta_1)^2] \right\} r_1 dr_1 d\theta_1 \quad (5)$$

计算机在进行数值计算时, 要将积分离散成迭加量来计算, 再取如下分割:

$$\begin{cases} r_1 = AC/M, & r_2 = Au/M, \\ \theta_1 = \pi D/N, & \theta_2 = \pi v/N, \end{cases} \quad (6)$$

其中  $M$ 、 $N$  为半径和角度分划数, 则  $E_1$  和  $E_2$  函数中的变量分别只有  $(C, D)$  和  $(u, v)$ , 对指数部分简化可得到最终的积分迭代表达式:

$$E_2(u, v) = G \sum_{C=0}^M \sum_{D=-N}^N C E_1(C, D) \exp \{ j[\Phi_{R_1}(C, D) + \Phi_a(C, D)] \} \times \exp \left\{ j \frac{\pi a^2}{M^2 \lambda z} [u^2 + C^2 - 2uC \cos \frac{\pi}{N}(D - v)] \right\} \quad (7)$$

其中常数  $G$  为

$$G = A^2 \pi \exp(jkz) / jM^2 N \lambda z \quad (8)$$

(7)式为光线从反射镜  $R_1$  向出射窗口渡越时的积分式。由于出射窗口为平面, 因此光线从出射窗口向反射镜  $R_1$  渡越时的积分式应为:

$$E_1(C, D) = G \sum_{u=0}^M \sum_{v=-N}^N u E_2(u, v) \exp \left\{ j \frac{\pi a^2}{M^2 \lambda z} [u^2 + C^2 - 2uC \cos \frac{\pi}{N}(D - v)] \right\} \quad (9)$$

计算过程中, 将  $\cos [\pi(D - v)/N]$  用数组来表示可以节约大量的计算时间, 整个数值计算一方面是双重积分, 另一方面在激光腔中要获得稳定的激光模式必须经过光线的几百次的来回渡越, 计算量大。在带 80387 协处理器的 486DX/40 上, 每种像差计算约要 5 小时。图 1 是

功率-离焦像差特性曲线，图 2 是几种不同离焦量对应的激光输出光束的强度和相位分布。

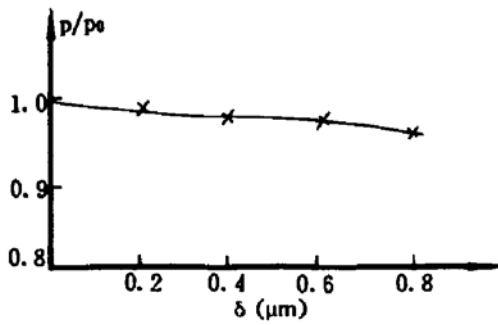


Fig. 1 Output power versus defocusing aberration in stable resonator

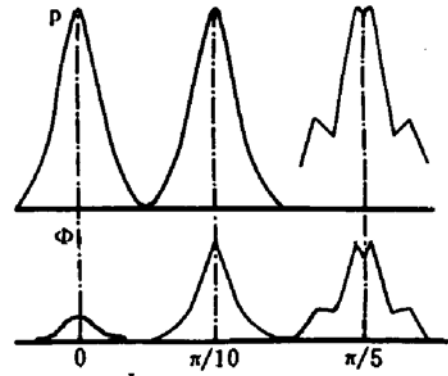


Fig. 2 Normalized output power and phase distribution for several values of defocusing aberrations in stable resonator

为了减少计算量，将激光腔简化成一维谐振腔的形式。腔的参数是，腔长  $L = 2000$  mm，全反射镜的曲率半径为  $R_1 = 1500$  mm，出射窗口为平面，两腔镜的通光孔径都是  $2a = 15$  mm。图 3 是该稳腔中功率-倾斜像差特性曲线，图 4 是不同倾斜像差时输出光束截面上的归一化强度和相位分布。

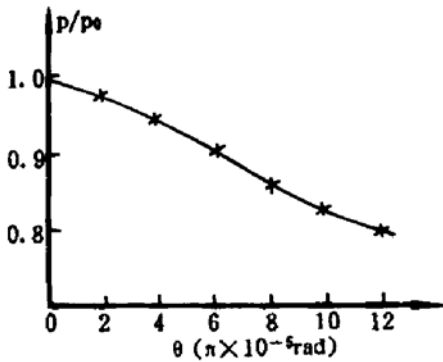


Fig. 3 Output power versus tilting aberration in stable resonator

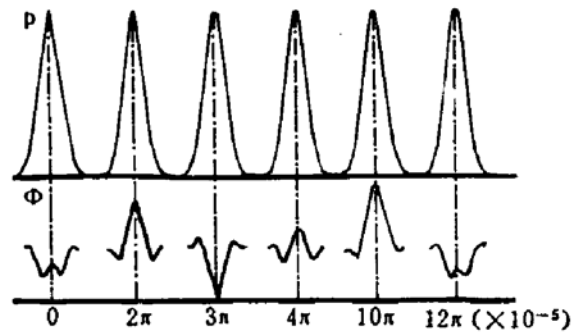


Fig. 4 Normalized output power and phase distribution for several values of tilting aberrations in stable resonator

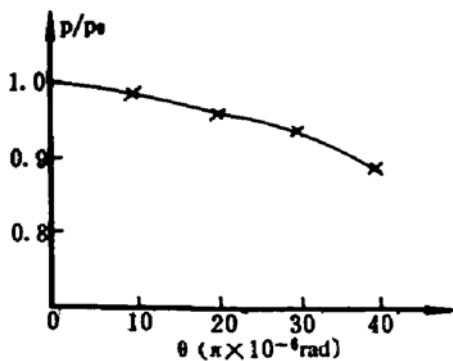


Fig. 5 Output power versus tilting aberration in unstable resonator

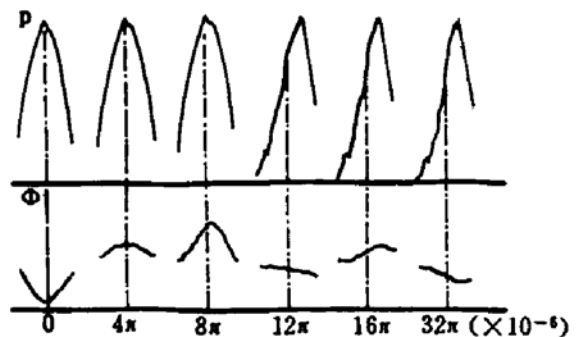


Fig. 6 Normalized output power and phase distribution for several values of tilting aberrations in unstable resonator

可以凭借功率-像差特性曲线来对激光腔中的像差进行间接探测，因此激光输出功率对像差的敏感程度在很大程度上决定了系统反馈信号取出的可靠性。对于非稳腔的情况，腔长

$L = 2000$  mm, 反射镜的通光孔径为  $2a = 15$  mm 的平行平面腔进行一维简化运算。图 5 所示的曲线是该平行平面腔的功率-倾斜像差特性曲线, 图 6 是不同倾斜像差对应的输出光束截面上的光强度和相位分布。

**结 论** 根据激光谐振腔像差效应数值计算结果, 如图 1~6 所示, 得到以下结论:

- 1) 在激光腔中无像差时(其它条件不变的情况下), 激光输出功率最大;
- 2) 倾斜像差对激光输出功率的影响较离焦像差的影响大;
- 3) 离焦像差对激光输出模式的影响较它对激光输出功率的影响大;
- 4) 非稳腔比稳腔对像差的敏感性更大;
- 5) 功率-倾斜像差特性只有一个极大值, 并且是无像差点。

本文首次给出了二阶像差对激光输出功率和模式影响的定量计算结果, 与实际情况吻合得很好。这对于设计自适应激光谐振腔系统有重要的参考价值。所设计的软件有通用性。

### 参 考 文 献

- [1] K. E. Qughstum, Intracavity adaptive optics compensation of phase aberrations I. analysis. *J. Opt. Soc. Am.*, 1981, 71(7): 862~1192
- [2] K. E. Qughstum, Intracavity adaptive optics compensation of phase aberrations, II. passive cavity study for a small  $N_{eq}$  resonator. *J. Opt. Soc. Am.*, 1981, 71(10): 1180~1192
- [3] 叶嘉雄, 余永林, 自适应光学. 武汉, 华中理工大学出版社, 1992, 249~260
- [4] 叶嘉雄, 康 健, 多个时空变量高能激光自适应谐振腔传递函数模型的研究. *光学学报*, 1994, 14(6): 568~573
- [5] 康 健, 叶嘉雄, 多变量自适应光学谐振膜系统动态特性的研究. *光学学报*, 1994, 14(7): 752~757
- [6] R. J. Noll, Zernike polynomials and atomspheric turbalence. *J. Opt. Soc. Am.*, 1976, 66(3): 207~211
- [7] D. L. Fried, Statics of a geometric representation of wavefront distortion. *J. Opt. Soc. Am.*, 1965, 55(11): 665~669

## Numerical Analysis for Aberration Effects of Stimulated Medium in Resonator

Ye Jiexiong      Wang Weifeng      Zhang Guoping

(National Laboratory of Laser Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

(Received 4 November 1994)

**Abstract** Based on scalar diffraction theory and Zernike polynomials in gas laser resonator, the expression for light amplitude distribution of resonator is derived. By numerical analysis method, the power and mode distribution curves in stable and unstable resonators are obtained under different phase turbulences.

**Key words** laser resonator, aberration, numerical analysis, adaptive optics.