

平板波导谐振腔的耦合损失和模式特征

王新兵 徐启阳 谢明杰 李再光

(华中理工大学激光技术国家重点实验室, 武汉 430074)

摘 要 相应于方波导或圆波导的三种低耦合损失的谐振腔结构, 即平行平面、半共心、半共焦结构, 计算了不同纵横比的平板波导内各种模式的耦合损失, 讨论了平板波导激光器谐振腔的设计和模式特征。

关键词 平板波导, 谐振腔, 耦合损失, 模式特征。

1 引 言

波导气体激光器由于其广泛的应用, 一直引起人们的极大兴趣^[1, 2]。在波导气体激光器谐振腔的理论方面, 人们已做了很多的工作^[3~5]。谐振腔的损耗是由于光在波导中的传输损耗及光在波导端口与反射镜之间的耦合损耗造成的, 而腔的模式特征主要由耦合损耗决定。大量的理论分析表明存在着三种特定的谐振腔结构, 使耦合损耗最小。如果引入参量 β 定义为反射镜到波导距离与反射镜曲率半径之比, 则上述三种特定结构的 β 为 1、0.5、0, 相应于半共心、半共焦及平行平面结构。然而这些计算都是对方波导或圆波导进行的, 尚未见到有关平板波导谐振腔耦合损耗的计算。

D. R. Hall^[6] 实验研究了平行平面结构的平板波导谐振腔在波导窄方向的模式鉴别能力。近来在平板波导激光器的实验上都是采用平行平面结构的腔^[7]或非稳腔^[8], 采用非稳腔是为了获得基模输出, 而在方波导激光器的谐振腔中上述三种结构的腔都得到了实验上的应用^[2]。本文将计算方波导耦合系数的方法运用至平板波导, 为此引入波导的纵横比 m , 并定义为波导的宽高比。对上述三种特定的谐振腔结构, 计算不同模式的耦合系数与波导纵横比的关系, 同时对腔的模式特征进行讨论。

2 理 论

如图 1 所示, 半径为 R 的球镜置于距波导口 d 处, 并设波导口位于 $Z = 0$ 平面处。假设波导内电场是 x 方向极化的, 同矩形波导类似, 波导内场分布为^[9]:

$$E_x(x, y) = (ab)^{-1/2} \begin{cases} \cos(p\pi x/2a) \\ \sin(p\pi x/2a) \end{cases} \begin{cases} \cos(q\pi y/2b) \\ \sin(q\pi y/2b) \end{cases} \quad \begin{array}{l} p, q \text{ 为奇数} \\ p, q \text{ 为偶数} \end{array} \quad (1)$$

上述模式构成一组完全的正交系, 即

$$\int_{-a}^a \int_{-b}^b E_{pq}(x, y) E_{p'q'}(x, y) dx dy = \delta_{pp'} \delta_{qq'} \quad (2)$$

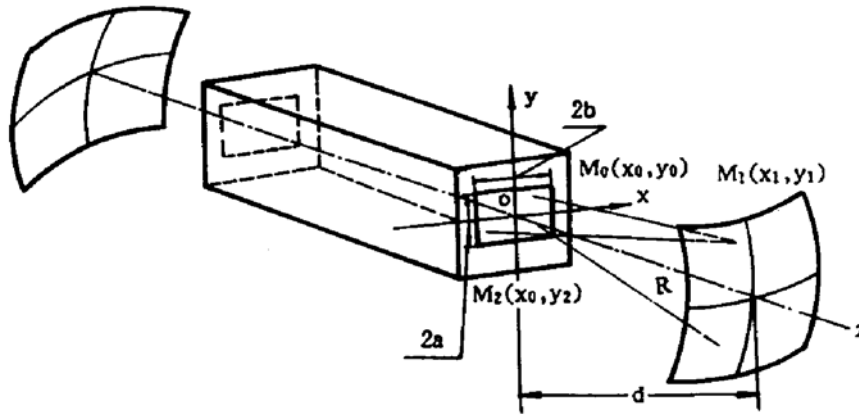


Fig. 1 Schematic of the planar waveguide and mirror geometry

场从波导内任一点 M_0 传播到反射镜上 M_1 点, 返回波导内 M_2 点, 其场分布可以用衍射积分计算得到

$$\begin{aligned} E_{pq}(x_2, y_2) = & - \left(\frac{1}{\lambda^2 d^2 (ab)^{1/2}} \right) \exp(2jkd) \exp\left(\frac{jk(x_2^2 + y_2^2)}{2d}\right) \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 \exp\left(-\frac{jkx_1 x_2}{d}\right) \exp\left[\frac{jkx_1^2(1-d/R)}{d}\right] \\ & \times \int_{-a}^a dx_0 \exp\left(-\frac{jkx_1 x_0}{d}\right) \exp\left(\frac{jkx_0^2}{2d}\right) \times \left\{ \begin{array}{l} \cos(p\pi x_0/2a) \\ \sin(p\pi x_0/2a) \end{array} \right\} \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} dy_1 \exp\left(-\frac{jky_1 y_2}{d}\right) \exp\left(\frac{jky_1^2(1-d/R)}{d}\right) \\ & \times \int_{-b}^b dy_0 \exp\left(-\frac{jky_0 y_1}{d}\right) \exp\left(\frac{jky_0^2}{2d}\right) \times \left\{ \begin{array}{l} \cos(q\pi y_0/2b) \\ \sin(q\pi y_0/2b) \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

假设反射镜是无限大的。将(3)式进一步简化, 对 $d \neq R$ 有:

$$\begin{aligned} E_{pq}(x_2, y_2) = & \left(\frac{1}{2j\lambda d(1-d/R)(ab)^{1/2}} \right) \exp(2jkd) \exp\left(\frac{jk(x_2^2 + y_2^2)}{2d}\right) \\ & \times \int_{-a}^a \exp\left[-\frac{j\pi(x_2 - x)^2}{2\lambda d(1-d/R)}\right] \exp\left(\frac{j\pi x^2}{\lambda d}\right) \times \left\{ \begin{array}{l} \cos(p\pi x/2a) \\ \sin(p\pi x/2a) \end{array} \right\} dx \\ & \times \int_{-b}^b \exp\left[-\frac{j\pi(y_2 - y)^2}{2\lambda d(1-d/R)}\right] \exp\left(\frac{j\pi y^2}{\lambda d}\right) \times \left\{ \begin{array}{l} \cos(q\pi y/2b) \\ \sin(q\pi y/2b) \end{array} \right\} dy \end{aligned} \quad (4)$$

对 $d = R$ 有

$$\begin{aligned} E_{pq}(x_2, y_2) = & (ab)^{-1/2} \exp(2jkd) \exp\left(\frac{jk(x_2^2 + y_2^2)}{d}\right) \\ & \times \left\{ \begin{array}{l} \cos(p\pi x_2/2a) \\ \sin(p\pi x_2/2a) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \cos(q\pi y_2/2b) \\ \sin(q\pi y_2/2b) \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

利用上式即可确定耦合系数。根据(2)式, (4)式或(5)式可按波导模式展开, 展开系数为

$$\chi_{pq}^{p'q'} = \int_{-a}^a \int_{-b}^b E(x_2, y_2) E_{p'q'}^*(x_2, y_2) dx_2 dy_2. \quad (6)$$

上式决定了 EH_{pq} 模经反射镜回到波导内场中 $\text{EH}_{p'q'}$ 模式成分, 然而感兴趣的是 EH_{pq} 模耦合到其自身的系数, 由下式给出

$$C_n = |\chi_{nn}^n|^2 \quad (7)$$

引入参量 $\beta = d/R$ 、费涅尔数 $N = a^2/\lambda d$ 、波导纵横比 $m = b/a$ 。对 $\beta \neq 1$, 可得到

$$\begin{aligned} \chi_{nn}^n = & \left(\frac{mN}{2j(1-\beta)} \right) \exp(2jkd) \times \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 dX dX_2 \exp [j\pi N(X^2 + X_2^2)] \\ & \times \exp \left[-\frac{j\pi N}{2(1-\beta)} (X - X_2)^2 \right] \begin{Bmatrix} \cos \left(\frac{1}{2} p\pi X \right) \\ \sin \left(\frac{1}{2} p\pi X \right) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos \left(\frac{1}{2} p\pi X_2 \right) \\ \sin \left(\frac{1}{2} p\pi X_2 \right) \end{Bmatrix} \\ & \times \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 dY dY_2 \exp [j\pi m^2 N(Y^2 + Y_2^2)] \exp \left[-\frac{j\pi m^2 N}{2(1-\beta)} (Y - Y_2)^2 \right] \\ & \times \begin{Bmatrix} \cos \left(\frac{1}{2} q\pi Y \right) \\ \sin \left(\frac{1}{2} q\pi Y \right) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos \left(\frac{1}{2} q\pi Y_2 \right) \\ \sin \left(\frac{1}{2} q\pi Y_2 \right) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

对 $\beta = 1$, 则有

$$\begin{aligned} \chi_{nn}^n = & \exp(2jkd) \int_{-1}^1 dX \exp [j(2\pi N X^2)] \times \begin{Bmatrix} \cos^2 (p\pi X/2) \\ \sin^2 (p\pi X/2) \end{Bmatrix} \\ & \times \int_{-1}^1 dY \exp (j2\pi m^2 N Y^2) \times \begin{Bmatrix} \cos^2 (q\pi Y/2) \\ \sin^2 (q\pi Y/2) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

式中 $X = x/a$ 、 $X_2 = x_2/a$ 、 $Y = y/b$ 、 $Y_2 = y_2/b$ 。

当 $\beta \neq 1$ 时对 χ_{nn}^n 的计算是一个双重积分, 是相当费时的。然而对 $\beta = 0, 0.5$ 这两种特例, (8)式可以进一步化简为

对 $\beta = 0$

$$\begin{aligned} \chi_{nn}^n = & 8mN \int_0^1 \exp(2j\pi Nu^2) [(1-u) \cos(p\pi u) + \sin(p\pi u)/p\pi] du \\ & \times \int_0^1 \exp(2j\pi m^2 N v^2) [(1-v) \cos(q\pi v) + \sin(q\pi v)/q\pi] dv \end{aligned} \quad (10)$$

对 $\beta = 0.5$

$$\begin{aligned} \chi_{nn}^n = & 4\pi^2 pqmN \int_0^1 d\zeta \left(\frac{p^2\pi^2}{4} - 4\pi^2 N^2 \zeta^2 \right)^{-1} \begin{Bmatrix} \cos(2\pi N\zeta) \cos(p\pi\zeta/2) \\ \sin(2\pi N\zeta) \sin(p\pi\zeta/2) \end{Bmatrix} \\ & \times \int_0^1 d\eta \left(\frac{q^2\pi^2}{4} - 4\pi^2 m^4 N^2 \eta^2 \right)^{-1} \begin{Bmatrix} \cos(2\pi m^2 N\eta) \cos(q\pi\eta/2) \\ \sin(2\pi m^2 N\eta) \sin(q\pi\eta/2) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

3 计算结果及讨论

利用式(7)、(9)、(10)、(11)计算耦合系数, 在计算机中用双精度数进行计算, 采用变步长的辛普森(Simpson)算法计算积分, 可以使精度保证在 10^{-5} 以上。

图 2 和图 3 分别给出了 $\beta = 1$ 时 EH_{11} 模的耦合系数在不同纵横比下随费涅尔数 N 的变化及不同波导模式在费涅尔数 $N = 0.01$ 时随波导纵横比的关系。

从图 2 可以看出, 随着 m 的增加, 要获得较大的耦合系数, 则要求比方波导($m = 1$)情形下更小的费涅尔数, 这相当于要增加腔的长度, 并且从图 3 也可以看出, 随 m 的增加, 各模式的耦合系数都降低。基于上述两个原因在平板波导激光谐振腔不采用这种结构。

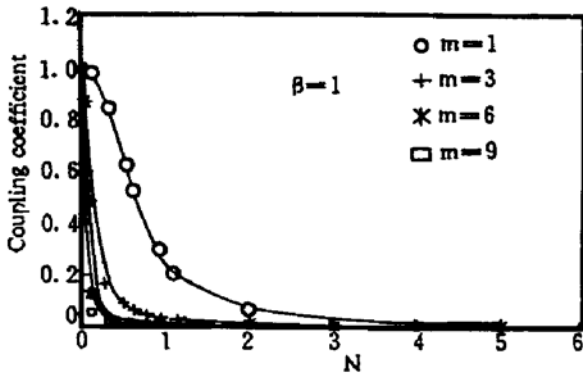


Fig. 2 EH_{11} mode-coupling coefficient as a function of the Fresnel number N for several values of the aspect-ratio m at $\beta = 1$

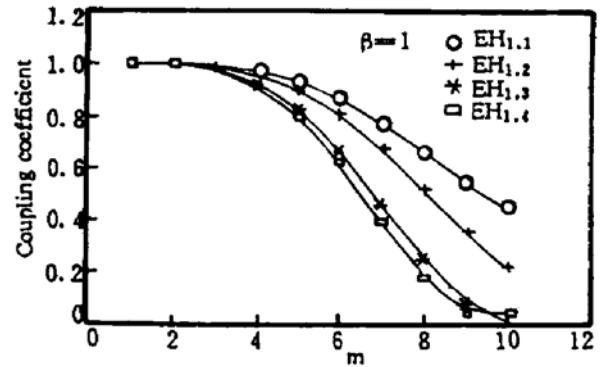


Fig. 3 Coupling coefficient for various waveguide mode at a fixed number $N = 0.01$ as a function of the aspect-ratio m

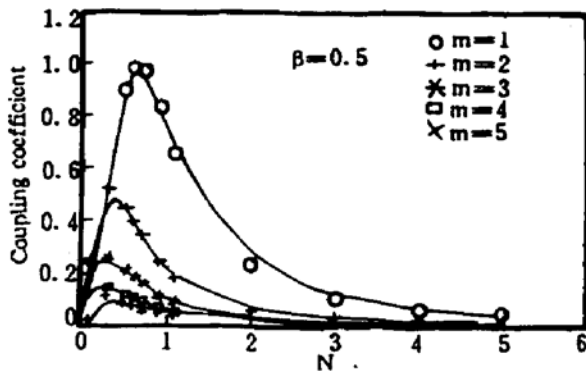


Fig. 4 EH_{11} mode-coupling coefficient as a function of the Fresnel number N for several values of the aspect-ratio m at $\beta = 0.5$

对 $\beta = 0.5$ 的情形计算如图 4 所示。

EH_{11} 模的耦合系数随 m 的增加迅速减小, 对其它模式的计算也有类似的结果, 因此这种结构的腔在平板波导情形下有较大的耦合损失而不适用于平板波导激光器。在方波导中此种结构的腔有较好的模式鉴别能力。

图 5、图 6 分别给出了 $\beta = 0$ 时 EH_{11} 模的耦合系数随费涅尔数 N 的变化及各种不同模式的耦合系数随波导纵横比的关系。

从图 5 可以看出随着波导纵横比的增加, 在较小的费涅尔数的情况下亦有较大的耦合系数, 因此在平板波导激光器中允许平面镜离波导口的距离比方波导要大。

从图 6 可以看出, 各模式的耦合系数随波导纵横比的增加而增加, 这点同前面两种结构不同, 因此这种结构的谐振腔特别适合于平板波导激光器。

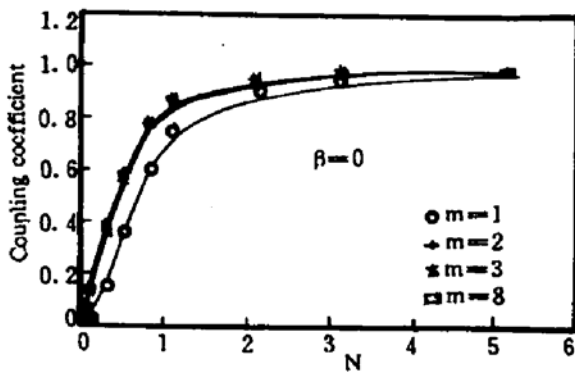


Fig. 5 EH_{11} mode-coupling coefficient as a function of the Fresnel number for several values of the aspect-ratio m at $\beta = 0$

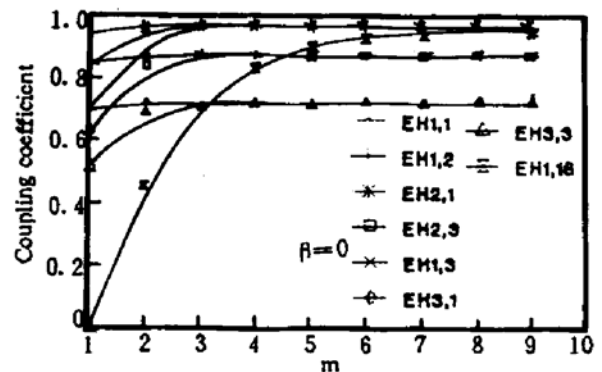


Fig. 6 Coupling coefficient for various waveguide mode at a fixed number $N = 5$ as a function of the aspect-ratio m

由于平板波导激光器都使用这种结构的谐振腔, 下面对其模式特性加以讨论。由图 6 可知, 随 m 的增加, 各模式 EH_{pq} 的耦合系数达到一渐近值并且与波导宽方向的模数 q 无关。为此, 可由式(10)求得在 $N \gg 1$ 时耦合系数的渐近表达式如下

$$C_m \approx |\chi_m|^2 = 1 - p^2/6N^{3/2} - q^2/6m^3N^{3/2} \quad (12)$$

从上式可知随 m 的增加, 式中第三项迅速减小, 即耦合系数只与波导窄方向的模数 p 有关。在图 6 中还给出了 EH_{116} 的模的耦合系数与 m 的关系, 显然其渐近值趋于 EH_{11} 模的耦合系数。

由于平板波导耦合系数在 m 很大时只与波导窄方向的模数 P 有关, 因此这种宽波导在波导窄方向有较强的模式鉴别力。适当选择腔的费涅尔数, 可以仅让 $P=1$ 的模式振荡, 这与 Hall^[6] 等人的实验结果相当。然而在波导的宽方向是多模振荡, 为了获得单模输出, 则必须使谐振腔在波导宽方向成为非稳的, 采用混合腔的方法^[7, 8]。

结 论 通过计算, 发现对平板波导而言, 不存在着由半共焦结构的低耦合损耗谐振腔, 而半共心结构的谐振腔要求很长的腔才能获得较低的耦合损耗, 因此这两种结构都不适于平板波导激光器。而平行平面腔的结构则适合于平板波导激光器, 分析表明这种结构的腔输出是多模, 且在波导窄方向有较强的模式鉴别力。

参 考 文 献

- [1] P. W. Smith, A waveguide gas laser. *Appl. Phys. Lett.*, 1971, **19**(5): 132~134
- [2] P. W. Smith, O. R. Wood, P. J. Maloney *et al.*, Transversely excited waveguide gas lasers. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1981, **QE-17**(7): 1166~1181
- [3] C. A. Hill, D. R. Hall, Coupling loss theory of single-mode waveguide resonators. *Appl. Opt.*, 1985, **24**(9): 1283~1290
- [4] J. J. Degnan, D. R. Hall, Finite-aperture waveguide-lasers resonators. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1973, **QE-9**(9): 901~910
- [5] Jean-Luc Boulneis, Govind P. Agrawal, Mode discrimination and coupling losses in rectangular-waveguide resonators with conventional and phase-conjugate mirrors. *J. Opt. Soc. Am.*, 1982, **72**(7): 853~860
- [6] C. J. Shackleton, K. M. Abramski, H. J. Baker *et al.*, Lateral and transverse mode properties of CO_2 Slab waveguide lasers. *Opt. Commun.*, 1992, **89**(5, 6): 423~428
- [7] M. Abramski, A. D. Colley, H. J. Baker *et al.*, Power scaling of large-area transverse radio frequency discharge CO_2 lasers. *Appl. Phys. Lett.*, 1989, **54**(19): 1833~1835
- [8] P. E. Jackson, H. J. Baker, D. R. Hall, CO_2 large-area discharge laser using an unstable-waveguide hybrid resonator. *Appl. Phys. Lett.*, 1989, **54**(20): 1950~1952
- [9] K. D. Leakmann, W. H. Steier, Waveguides; characteristic modes of hollow rectangular dielectric waveguides. *Appl. Opt.*, 1976, **15**(5): 1334~1340

Coupling Losses and Mode Properties of Planar Waveguide Resonators

Wang Xinbing Xu Qiyang Xie Minjie Li Zaiguang

(National Laboratory of laser Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

(Received 16 August 1994; revised 9 November 1994)

Abstract Coupling losses in different planar waveguide resonators are calculated for an arbitrary waveguide mode. The calculation is made for three low coupling loss cases of square or circular waveguide-laser resonator with plane-parallel, half-concentric and semiconfocal geometries. The designing and mode properties of the planar waveguide resonators are discussed.

Key words planar waveguide, resonator, coupling loss, mode property.