

管状固体激光器热应力分析

万作文 巩马理 马楠 刘光华

(西南技术物理研究所新型激光技术实验室, 成都 610041)

摘 要 导出了非均匀发热模型下的管状固体激光器热应力分布及热功率负载, 并且和均匀发热模型及板条近似下的热功率负载作了详细比较。

关键词 应力分布, 管状激光器, 非均匀发热。

1 引 言

固体激光器受激活介质热效应限制, 难以得到大功率激光输出, 管状激光器是可获得千瓦级输出而结构又较简单的有效器件之一^[1, 2]。管状激光器可以使用很大的激活介质而热效应较小, 对其温度分布可采用均匀发热模型进行分析^[1~4], 也可采用非均匀发热模型进行分析^[5]。然而在实际器件中, 由于介质的光吸收作用, 激活介质中的发热是不均匀的, 发热量 $Q(r)$ 是半径 r 的函数^[5]。本文基于非均匀发热模型下的温度分布, 更进一步分析了管状激活介质中的热效应, 并揭示了热破坏极限随几何尺寸变化的趋势。

2 热应力分析

在内泵浦方式下, 泵浦灯处于管状介质的轴线上, 具有轴对称性, 其发热功率密度为半径 r 的函数, 发热量 $Q(r)$ 随半径增大而减小^[5]:

$$Q(r) = \frac{2\beta A}{r} \cosh [\beta(r - b)] \quad (1)$$

式中

$$A = \frac{\varphi_0 \exp [-\beta(b - a)]}{2\pi l} \quad (2)$$

φ_0 为泵浦光通量, β 为介质的平均吸收系数, a 、 b 、 l 分别为介质的内、外半径及长度。

在非均匀发热模型下, 其稳态时的温度分布为^[5]:

$$\tau(r) = \frac{2AC}{bH} - \frac{2AC}{k} \ln (r/b) - \frac{2A}{k} \int_r^b \frac{\sinh [\beta(b - r')]}{r'} dr' \quad (3)$$

式中 C 为常数, 在管状激活介质内、外表面都冷却的情况下, 常数 C 为:

$$C = \frac{B_1 H/k + 1/a \sinh [\beta(b - a)]}{1/a + 1/b + H/k \ln (b/a)} \quad (4a)$$

$$B_1 = \int_a^b \frac{\sinh [\beta(b - r')]}{r'} dr' \quad (4b)$$

在稳态温度分布下, 管状激光器的热应力为^[4]:

$$\sigma_{rr}(r) = [\alpha' E / 2(1 - \nu)] [(1 - a^2/r^2)\bar{\tau} - \overline{\tau(r)}] \quad (5a)$$

$$\sigma_{\theta\theta}(r) = [\alpha' E / 2(1 - \nu)] [(1 + a^2/r^2)\bar{\tau} + \overline{\tau(r)} - 2\tau(r)] \quad (5b)$$

$$\sigma_{zz}(r) = [\alpha' E / (1 - \nu)] [\bar{\tau} - \tau(r)] \quad (5c)$$

$$\text{式中} \quad \bar{\tau} = [2/(b^2 - a^2)] \int_a^b \tau(r) r dr, \quad \overline{\tau(r)} = (2/r^2) \int_a^r \tau(r) r dr \quad (6)$$

α 、 E 、 ν 分别为激光材料的热膨胀系数、杨氏模量和泊松比。将(3)、(6)式代入(5)式得到管状激活介质的热应力分布:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}(r) = (1/M_s) & \left[\frac{a^2 AC}{b^2 - a^2} \ln(b/a)(b^2/r^2 - 1) + AC \ln(r/b) \right. \\ & \left. - \frac{2AB_2}{b^2 - a^2} (1 - a^2/r^2) + \frac{2Af(r)}{r^2} \right] \end{aligned} \quad (7a)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta}(r) = (1/M_s) & \left\{ AC - \frac{a^2 AC}{b^2 - a^2} \ln(b/a)(1 + b^2/r^2) + AC \ln(r/b) \right. \\ & \left. - \frac{2AB_2}{b^2 - a^2} (1 + a^2/r^2) - \frac{2Af(r)}{r^2} + 2A \int_b^r \frac{\sinh[\beta(r' - b)]}{r'} dr' \right\} \end{aligned} \quad (7b)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{zz}(r) = (1/M_s) & \left\{ AC - \frac{2a^2 AC}{b^2 - a^2} \ln(b/a) - \frac{4AB_2}{b^2 - a^2} \right. \\ & \left. + 2AC \ln(r/b) + 2A \int_r^b \frac{\sinh[\beta(b - r')]}{r'} dr' \right\} \end{aligned} \quad (7c)$$

$$\text{式中} \quad M_s = \frac{1 - \nu}{\alpha' E} k, \quad f(r) = \int_a^r r'' dr'' \int_{r''}^b \frac{\sinh[\beta(b - r')]}{r'} dr', \quad B_2 = f(b) \quad (8)$$

图 1 给出了 Nd:YAG 管状激活介质的热应力分布, 参数为 $\beta = 0.3 \text{ cm}^{-1}$, $M_s = 3.67 \times 10^{-3} \text{ W} \cdot \text{cm/kg}$, $h = 5.0 \text{ cm}^{-1}$ 。由此可见, 管状介质的径向应力 $\sigma_{rr}(r)$ 远小于 $\sigma_{\theta\theta}(r)$ 、 $\sigma_{zz}(r)$, 在考虑热极限时可忽略径向应力; 在一般情况下管状介质外表面应力最大, 并且极小值点靠近内表面; 管内径越小, 极小值点越靠近内表面, 热应力越大。

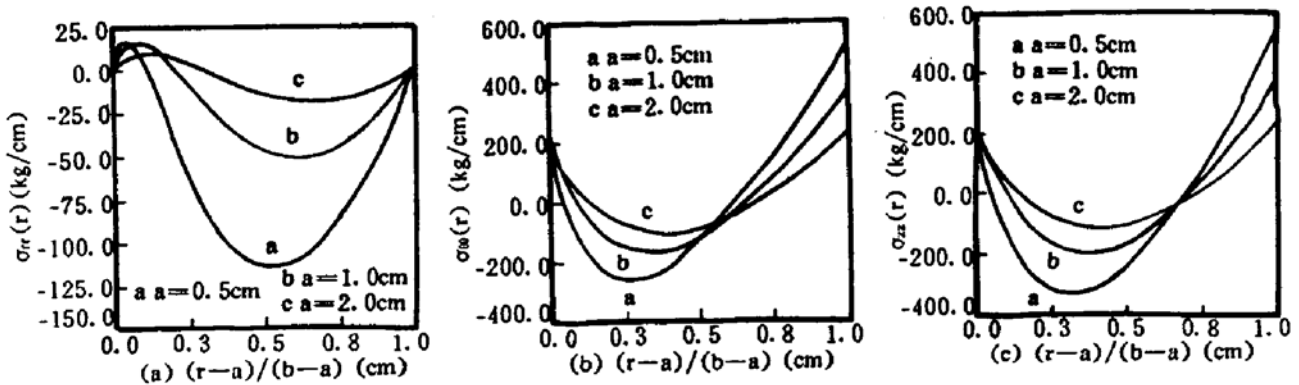


Fig. 1 The stress distribution of the tube laser. $h = 5.0 \text{ cm}^{-1}$, $\beta = 0.3 \text{ cm}^{-1}$, $\phi_0/l = 100 \text{ w/cm}$. Thickness is 2.0 cm

3 管状固体介质的热负载

由上面热应力计算结果表明, 在管状介质外表面处张应力最大, 外表面的各应力分量为

$$\sigma_{rr}(b) = 0, \quad \sigma_{\theta\theta}(b) = \sigma_{zz}(b) \quad (9)$$

当外表面热应力达到材料的抗张强度时, 晶体发生断裂, 此时相应的平均泵浦功率为激光器

的最大泵浦功率, 由(7)式得到的外表面最大应力 σ_s 为

$$\sigma_s = (1/M_s)(AC - \frac{2a^2 AC \ln(b/a)}{b^2 - a^2} - \frac{4AB_2}{b^2 - a^2}) \quad (10)$$

将(2)式代入上式得

$$\sigma_s = \frac{\varphi_0/l \xi}{M_s} \quad (11)$$

$$\text{式中} \quad \xi = \frac{\exp[-\beta(b-a)]}{2\pi} (C - \frac{2a^2 C \ln(b/a)}{b^2 - a^2} - \frac{4B_2}{b^2 - a^2}) \quad (12)$$

当 $\sigma_s = \sigma_{\max}$ 时介质断裂, $R_s = M_s \sigma_{\max}$, 所以达到材料断裂时的最大泵浦功率密度为:

$$\varphi_{\max}/l = R_s/\xi \quad (13)$$

由此可见, φ_{\max}/l 与材料及器件结构有关, 在材料及器件结构一定时, 泵浦功率密度不能超过 φ_{\max}/l , 壁越厚, 管状晶体所能承受的泵浦功率密度越小, 即 φ_{\max}/l 越小, (如图 2 所示), 所以在设计大功率激光器时, 要选择合适的器件结构, 即选择合适的管壁以得到有效的激光输出。

由文献[5]知, 管状晶体的最大发热功率密度在内表面处, 其管状介质所能承受的最大发热功率密度为:

$$Q_{\max} = Q(a) = \frac{\beta R_s \{1 + \exp[-2\beta(b-a)]\}}{2\pi a \xi} \quad (14)$$

管状介质吸收的总功率 P 为

$$P_i = \int_a^b Q(r) 2\pi r l dr = \varphi \{1 - \exp[-2\beta(b-a)]\} \quad (15)$$

管状介质的平均发热量为(在介质断裂时):

$$\bar{Q} = \frac{P_i}{\pi l (b^2 - a^2)} = \frac{R_s \{1 - \exp[-2\beta(b-a)]\}}{\pi (b^2 - a^2) \xi} \quad (16)$$

用单位长度表示的介质吸收总功率 P_s 为

$$(P_i/l)_i = R_s \{1 - \exp[-2\beta(b-a)]\} / \xi \quad (17)$$

棒状激活介质的应力断裂极限与它的直径无关, 只与材料参数 R_s 有关, 其最大热功率负载为

$$(P/l)_r = 8\pi R_s \quad (18)$$

比较两者的最大热功率负载是有意义的, 由(17)式和(18)式, 在应力断裂极限时单位长度吸收的热功率之比为:

$$\frac{(P_i/l)_i}{(P/l)_r} = \frac{1 - \exp[-2\beta(b-a)]}{8\pi \xi} \quad (19)$$

在均匀发热模型中, 材料断裂时所允许的最大发热量为^[4]:

$$Q_s = 8R_s/\xi_s \quad (20)$$

$$\text{式中} \quad \xi_s = [(A+3)b^2 + (A-1)a^2]/2 - [1 + \ln(b/a)]C_s^2 \quad (21a)$$

$$A = 2C_s^2 \ln(b/a)/(b^2 - a^2) - 1 \quad (21b)$$

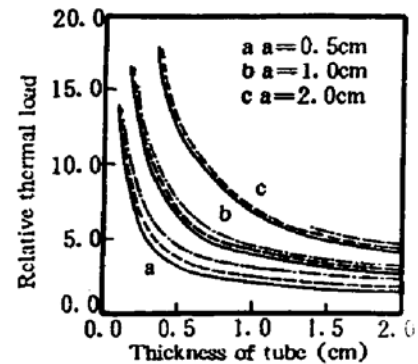


Fig. 2 Relative thermal load of tube laser, solid line: calculation results, short dashed line: slab approximation, long dashed line: homogeneous thermal power model, inner radius of tube is 0.5 cm, 1.0 cm, 2.0 cm, respectively, $h=5.0 \text{ cm}^{-1}$, $\beta=0.3 \text{ cm}^{-1}$

$$C_k^2 = \frac{2a + 2b + H(b^2 - a^2)/k}{1/a + 1/b + H/k \ln(b/a)} \quad (21c)$$

单位长度的热负载与棒状介质之比为：

$$\frac{(P_k/l)_t}{(P/l)_r} = \frac{b^2 - a^2}{\xi_k} \quad (22)$$

管状介质可看成宽为 $\pi(a + b)$ 、厚为 $(b - a)$ 、长为 l 的板条介质^[1]，在这种板条近似下，可以很方便地利用板条激光器的结果得到管状介质的热负载与棒状激活介质的比：

$$\frac{(P/l)_t}{(P/l)_r} = \frac{3(b + a)}{2(b - a)} \quad (23)$$

4 结果与讨论

管状激活介质具有优良的热性质，通过内、外表面可以冷却较大体积的激活介质。从(19)式可看出，其相对热负载(下文中热负载均指相对棒状激活介质的热负载而言)不仅与介质的几何形状及尺寸有关，而且还与介质的吸收系数及边界冷却条件有关；在板条近似条件下，其相对热负载只与几何尺寸有关。图3中画出了分别由(19)式、(22)式和(23)式给出的热负载随管壁变化的曲线，图中实线为(19)式给出的非均匀发热下的热负载之比，长虚线为(22)式给出的均匀发热模型下的热负载之比，短虚线为(23)式给出的板条近似下的热负载之比，由此可见，和棒状介质相比，其热负载总是大于1，即管状介质的热负载能力要较棒状大，有利于高功率激光输出，并且管壁越薄，热负载能力越大，其激活介质能得到有效的冷却。对比图中三条实线可看出，在管壁相同时，管内径越大，负载能力越大。对比相同条件下的实线和虚线可看出，均匀发热模型下和板条近似得出的热负载总是较本文得出的热负载能力大，并且均匀发热模型下的热负载介于非均匀发热模型和板条近似下的热负载之间，由此可见，非均匀发热模型更接近实际。

图3中画出了相对热负载随边界冷却条件 $h(h = H/k)$ 的变化趋势，在 h 较大时，非均匀发热下的热负载基本上和板条近似下的热负载重合[图3(a)中 $h = 100$ cm 时，其热负载已完全与板条近似下的热负载重合]，说明在管状介质得到充分冷却时可用板条介质来分析；在 h 较小时，两者的热负载相差较大，并且 h 越小，相差越大，当 $h = 0$ 时，误差将近50%，说明在管状介质未得到冷却时，介质内部的非均匀发热严重，此时不能用板条介质来近似。由此可见，冷却条件对介质的热负载影响较大，要得到高功率激光输出，必须使介质得到充分冷却。

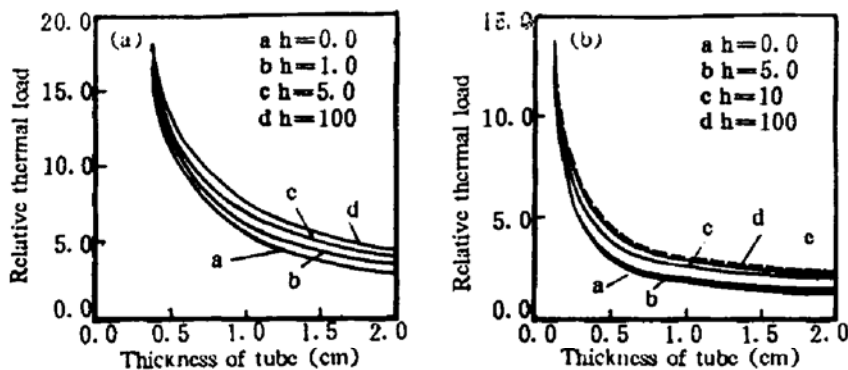


Fig. 3 Relative thermal load of tube laser, solid line: calculation results, dashed line: the slab approximation,

(a) $a = 2$ cm, $\beta = 0.3$ cm⁻¹, (b) $a = 0.5$ cm, $\beta = 0.3$ cm⁻¹

图 4 中画出了相对热负载随介质吸收系数的变化趋势， β 越大，与板条近似相差越大，介质所能承受的热负载越小，不过介质的吸收系数一般较小(小于 1)，几条曲线非常接近，说明 β 的影响较小。

从上面的分析可看出，在介质冷却良好及合适的管状几何尺寸下，可以用板条近似来进行分析，图 5 是板条近似相对非均匀发热模型的相对误差随内径变化的曲线，在壁厚一定时，内径越大，其误差越小，在内径一定时，管壁越薄，误差越小。如果用板条近似允许有 10% 的误差，以 Nd:YAG 为例，可从图中看出，在管壁为 0.2 cm 时，内径需大于 1.2 cm；在管壁厚为 1.0 cm 时，内径需大于 2.5 cm；在内径为 2.0 cm 时，壁厚需小于 0.5 cm，此时可用板条激光器来近似，同时也可以得到良好的热效应，为设计管状激光器提供一种参考。

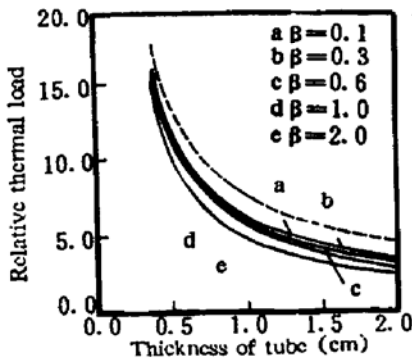


Fig. 4 Relative thermal load of tube laser, solid line; caculation results, dashed line; the slab approximation, $a = 2 \text{ cm}$, $h = 1.0 \text{ cm}^{-1}$

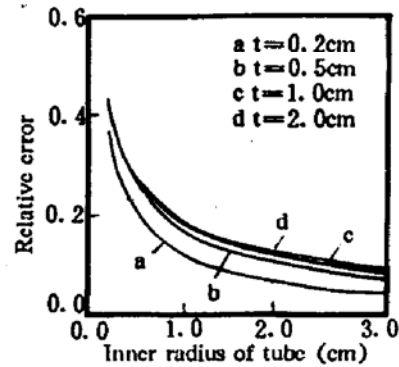


Fig. 5 Relative error in the slab approximation, compared with our results. Thickness of tube is 0.2 cm (a), 0.5 cm (b), 1.0 cm (c), 2.0 cm (d), respectively. $h = 5 \text{ cm}^{-1}$, $\beta = 0.3 \text{ cm}^{-1}$

图 6 显示了相对误差随 h 变化的趋势，在 h 较小时，用板条近似会带来很大的误差，同时也说明了边界冷却条件对激活介质的热负载影响较大，介质未得到充分冷却，非均匀发热严重，管状介质的热负载大大降低，相对误差会高达 60%。

图 7 显示了相对误差随 β 变化的趋势， β 越大，相对误差越大，对 Nd:YAG ($\beta = 0.3 \text{ cm}^{-1}$)，相对误差一般较小。 β 越大，非均匀发热越严重，其误差也越大。在 β 较大和管壁较

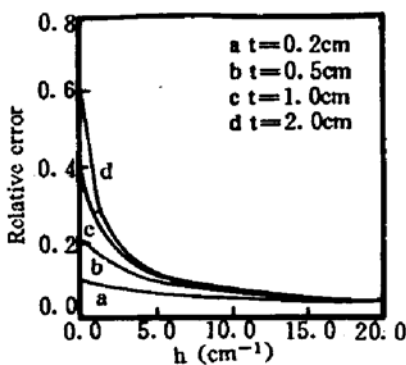


Fig. 6 Relative error in the slab approximation, compared with our results. Thickness of tube is 0.2 cm (a), 0.5 cm (b), 1.0 cm (c), 2.0 cm (d), respectively. $a = 2.0 \text{ cm}$, $\beta = 0.3 \text{ cm}^{-1}$

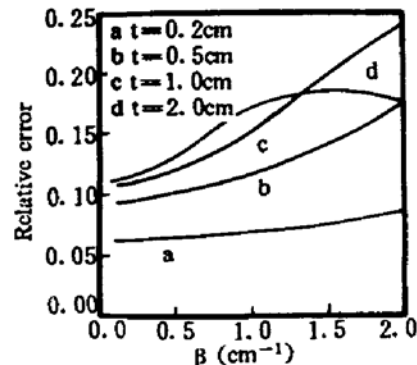


Fig. 7 Relative error in the slab approximation, compared with our results. Thickness of tube is 0.2 cm (a), 0.5 cm (b), 1.0 cm (c), 2.0 cm (d), respectively. $a = 2.0 \text{ cm}$, $h = 5.0 \text{ cm}^{-1}$

厚时, 即 $\beta(b-a)$ 较大, 最大应力不在外表面处, 而是靠近内表面处, 见图 8 所示, 由于 β 和壁厚较大, 应力在趋近外表面时增加缓慢, 致使极小值处的应力大于外表面的应力, 并且极值点内移, 所以用(19)式计算热负载是不合适的, 需用极小值点的热应力来代替, 当然在实际激光器设计时应避免, 并且这种情况是很少见的, 通常在 β 和壁厚不是很大的情况下用(19)式来计算热负载是合适的。

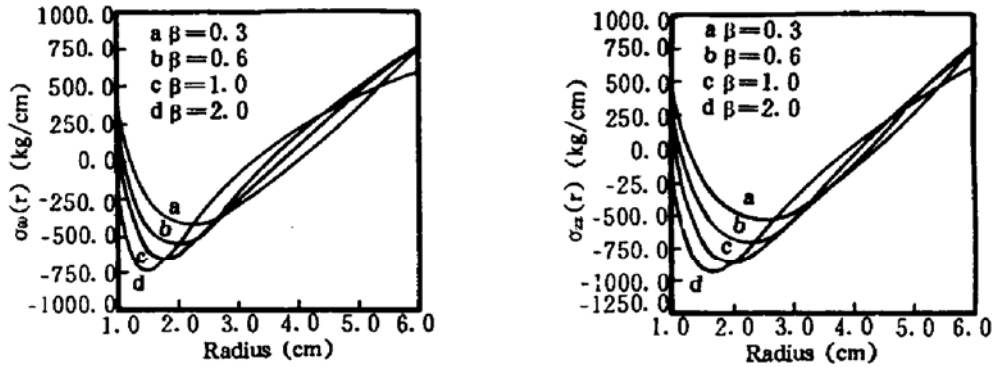


Fig. 8 The stress distribution of the tube laser. $a = 1.0$ cm, $b = 6.0$ cm, $\phi_0/l = 100$ w/cm. $h = 5$ cm⁻¹

结 论 本文在非均匀发热模型基础上分析了管状固体激光器的热应力分布, 得到了管状激活介质的最大热功率负载, 并且和均匀发热模型及板条近似的最大热功率负载作了比较, 得到了较有实用意义的结果。

参 考 文 献

- [1] U. Wittrock, H. Weber, B. Eppich, Inside-pumped Nd:YAG tube laser. *Opt. Lett.*, 1991, 16(14): 1092~1094
- [2] 巩马理, 万作文, 金 锋等, 内泵浦的小型管状 Nd:YAG 激光器的初步实验研究. *光学学报*, 1994, 14(4): 436~438
- [3] Y. Takada, H. Saito, T. Fujioka, New type of solid-state laser for several kilowatts. *Proc. SPIE*, 1987, 801: 62~64
- [4] 周 烽, 张国轩, 黄国松等, 圆筒激光器热应力分析. *物理学报*, 1989, 38(2): 247~254
- [5] 巩马理, 万作文, 金 锋, 管状固体激光器的温度分布——非均匀发热模型. *激光技术*, 1993, 17(6): 331~334

Analyses of Thermal Stress in Solid-State Laser Tube

Wan Zuowen Gong Mali Ma Nan Liu Guanghua

(Advanced Laser Technology Laboratory, Southwest Institute of Technical Physics, Chengdu 610041)

(Received 22 November 1994)

Abstract The stress distribution and the maximum thermal load of the solid-state tube lasers are derived in inhomogeneous thermal power density model. Comparisons with thermal load under homogeneous thermal source model and slab approximation model are made in detail.

Key words the stress distribution, the tube laser, inhomogeneous thermal power density.