

采样成像系统的传递性能分析

陈立学

(西安应用光学研究所, 西安 710100)

摘 要 应用近代光学的方法, 对采样成像系统能量传递(大气传输-光学成像-采样-重建)过程进行了分析, 给出了采样成像系统的传递函数。供采样成像系统的分析评价及总体设计时参考。

关键词 调制传递函数, 傅里叶变换, 大气传输, 采样, 重建。

对于一个成像系统, 无论是设计还是应用, 人们最关心的是目标通过系统后能量分布会有什么变化? 调制传递函数(MTF)的概念恰恰反映了能量对比随空间频率的变化情况。因此本文就采用调制传递函数的概念来分析采样成像系统。

所谓采样成像系统是指那些通过机械扫描、电子扫描或者自扫描凝视阵列器件, 实现光电转换的光电成像系统。一般采样成像系统的成像过程如图 1 所示。

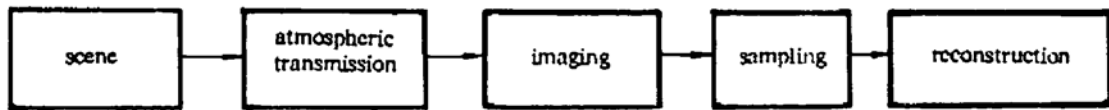


Fig. 1 The process of scene transfer

1 大气传输

目标场景辐射经过大气传输后, 一方面辐射能量要发生衰减, 其透过率 τ 是一个与辐射波长 λ 、能见距离 R_v (下式中的消光系数 σ 及 q 均取决于 R_v) 及传输距离 R 有关的量^[1]:

$$\tau = \exp [- (\lambda/0.55)^{-q} \sigma R], \quad (1)$$

另一方面, 能量分布也将发生变化, 其点源弥散斑基本符合高斯分布^[2], 则点扩散函数谱可由高斯函数来表示:

$$P(\nu) = \text{Guas} (\nu/\nu_{ac}) = \exp [- \pi(\nu/\nu_{ac})^2] \quad (2)$$

综合(1)、(2)式得到大气传输的调制传递函数为:

$$A(\nu) = \tau P(\nu) = \tau \exp [- \pi(\nu/\nu_{ac})^2] \quad (3)$$

其中 ν 为空间频率, ν_{ac} 为空间截止频率(指调制传递函数值衰减到零频的 4% 的频率)。

2 光学成像

光学系统的调制传递函数反映了系统对分布函数各次谐波对比度的衰减,受光瞳形状、像差等诸多因素的影响,是一个非常复杂的函数。对于非相干辐射,一个仅受衍射限制、圆形光瞳的理想成像系统,其调制传递函数是辐射波长及相对孔径的函数^[3]:

$$H(\nu) = \frac{2}{\pi} [\cos^{-1}(\nu/\nu_{oc}) - (\nu/\nu_{oc}) \sqrt{1 - (\nu/\nu_{oc})^2}] \quad (4)$$

其中 $\nu_{oc} = D/\lambda f$ 为截止频率, D 为光瞳直径, f 为光学系统焦距。假如用 $f_s(x)$ 代表经过大气后到达光学系统前方的视在能量分布,用 $F_s(\nu)$ 表示其谱函数(在以后的讨论中均以大写字母代表相应小写字母的傅里叶变换),则经过光学系统后的能量分布函数为:

$$g(x) = \mathcal{F}^{-1} \{F_s(\nu)H(\nu)\} \quad (5)$$

3 系统采样

惠特克-仙农(Whittaker-Shannon)抽样定理指出^[3, 4]:任何带限函数都可在规则间隔上的样本函数值来精确规定,只要这些间隔不超过临界抽样间隔(尼奎斯特间隔) x_N 。假设分布函数为带限函数,就是说该函数的傅里叶变换只在频率空间的一个有限区域不为零。设这个区域宽为 W ,称为全带宽,如图 2(d)所示。

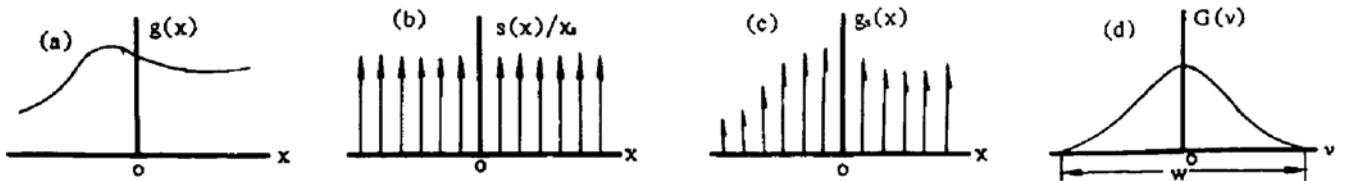


Fig. 2 (a) Distribution function, (b) Sampling function, (c) Sampled function, (d) Spectral of (band-limited) distribution function

选取梳状函数作为抽样函数 $s(x)$, 即

$$s(x) = \text{comb}(x/x_s), \quad (6)$$

其中 x_s 为抽样间隔,则分布函数 $g(x)$ 的样本函数 $g_s(x)$ 表达为:

$$g_s(x) = g(x)s(x) = g(x) \text{comb}(x/x_s), \quad (7)$$

这一过程就称之为采样。样本函数如图 2(c)所示。

取 $g_s(x)$ 的傅里叶变换,得到其频谱为:

$$\begin{aligned} G_s(\nu) &= \mathcal{F} \{g_s(x)\} \\ &= G(\nu) x_s \text{comb}(x_s \nu) = G(\nu) (1/\nu_s) \text{comb}(\nu/\nu_s) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} G(\nu - n\nu_s), \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $\nu_s = 1/x_s$ 称为取样率。

频谱 $G_s(\nu)$ 形状取决于取样率 ν_s 与全带宽 w 的关系。从图 3 可以看出,如果取样率 $\nu_s < w$,各谱级互相重迭,改变了频谱的形状,从而导致了用任何滤波器准确地还原函数 $g(x)$ 都是不可能的。这是由于取样间隔超过临界抽样间隔(即 $x_s > x_N$),或称为欠采样(ν_s 太小)造成的,这种现象称为混淆^[5]。如果 $\nu_s \geq W$,各谱级就不会重迭,而当 $\nu_s = w$ 时,刚好为临界抽样情况,称此时的

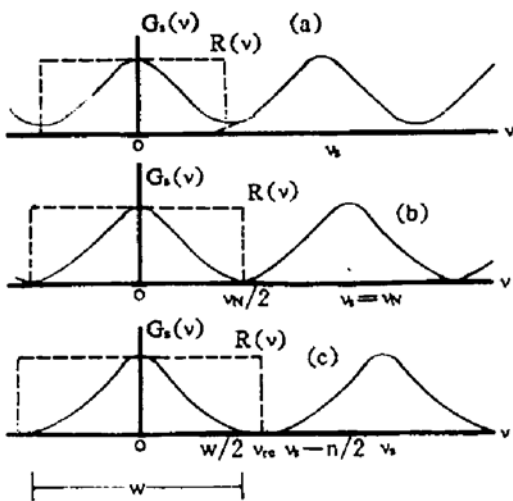


Fig. 3 The relationship of sampling rate and reconstruction filter

(a) $\nu_s < w$; (b) $\nu_s = w$; (c) $\nu_s > w$

采样率为尼奎斯特采样率, 记为 ν_N 。

实际上, 用于采样的分布函数大多难以满足带限的要求, 但分布函数经过大气及光学成像系统, 受传递函数的限制, $G(\nu)$ 将成为带限函数。但是, 理论上 $G(\nu)$ 的全带宽有可能很宽, 导致 ν_s 很大, 实现起来有困难甚至根本不可能。一般说来, 由于像差的存在, $G(\nu)$ 高频衰减都很快, 一定程度的欠采样也是可以接受的。条件是还原后图像的混淆与模糊必须为系统精度 ε 所允许, 即

$$\frac{G(\nu_s/2)}{G(0)} \leq \varepsilon \quad (11)$$

4 函数重建

4.1 理想重建

从上节采样过程的讨论可知, 如果 $\nu_s \geq w$, 各级谱就不会重迭, 从而可以直接用一个低通滤波器由样本函数还原分布函数。条件是该滤波器的函数形式应该允许样本函数谱的零项无畸变地通过, 同时完全摒弃其它各项^[3]。这就包含两个条件[见图 3(c)]: 其一是 $\nu_{rc} \geq W/2$ (ν_{rc} 为重建滤波器的截止频率), 否则零项谱不能完全通过, 高频部分将被滤掉, 造成空间细节损失, 使图像还原时出现模糊(Blurring)^[5]; 其二是 $\nu_{rc} \leq \nu_s - W/2$, 否则零项以外的高次谱将不能完全摒弃, 造成还原失真。综合两条即有

$$W/2 \leq \nu_{rc} \leq \nu_s - W/2. \quad (12)$$

函数

$$R(\nu) = \text{rect}(\nu/2\nu_{rc}) \quad (13)$$

即是能够满足还原条件的滤波器的函数形式之一, 而且形式简单, 可取其为重建(还原)滤波器, 也称重建系统的传递函数。从图 3(b)可见, 当 $\nu_s = W$ 时, ν_{rc} 取得 ν_N 值。由(12)式得到:

$$\nu_{rc} = W/2 = \nu_N/2$$

$$\text{则 } R(\nu) = \text{rect}(\nu/\nu_N) \quad (14)$$

取其傅里叶变换, 得到系统的插值函数:

$$r(x) = \nu_N \text{sinc}(\nu_N x) = (1/x_N) \text{sinc}(x/x_N) \quad (15)$$

其中 $x_N = 1/\nu_N$ 为尼奎斯特间隔。此时, 重建函数谱为:

$$G_r(\nu) = G_s(\nu)R(\nu) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} G(\nu - n\nu_N) \text{rect}(\nu/\nu_N) = G(\nu), \quad (16)$$

即为原函数的谱。重建函数理想地还原了原分布函数:

$$g_r(x) = \mathcal{F}^{-1}\{G_r(\nu)\} = \mathcal{F}^{-1}\{G(\nu)\} = g(x). \quad (17)$$

这就是满足尼奎斯特条件时的理想重建。

4.2 欠采样重建

当 $G(\nu_N)$ 为非带限函数, 或者虽为带限函数, 但 ν_N 很大, 无法做到理想重建时, 采样频率应满足(11)式的要求, 取 $\nu_{rc} = \nu_s/2 (< \nu_N/2)$,

$$\text{则重建滤波器: } R'(\nu) = \text{rect}(\nu/\nu_s), \quad (18)$$

$$\text{插值函数: } r'(x) = (1/x_s) \text{sinc}(x/x_s), \quad (19)$$

$$\text{重建函数谱: } G_r(\nu) = G_s(\nu)R'(\nu) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} G(\nu - n\nu_s) \text{rect}(\nu/\nu_s), \quad (20)$$

$$\text{重建函数: } g_r(x) = [g(x) \text{comb}(x/x_s)] * (1/x_s) \text{sinc}(x/x_s). \quad (21)$$

忽略分布函数谱 $G(v)$ 之 $v > v_s/2$ 部分, 于是重建函数谱近似为:

$$G_r(v) \approx G(v) \text{rect}(v/v_s) = G(v)R'(v) \tag{22}$$

重建函数近似为:

$$g_r(x) \approx \mathcal{F}^{-1}\{G_r(v)\} = g(x) * (1/x_s) \text{sinc}(x/x_s) \tag{23}$$

5 系统的传递函数

综上所述, 采样成像系统传递过程的模型如图 4 所示:

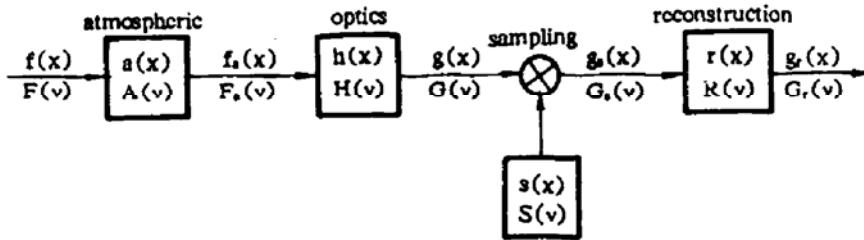


Fig. 4 The model of system transfer

假定目标场景的分布函数为 $f(x)$, 其傅里叶变换谱为 $F(v)$, 即:

$$F(v) = \mathcal{F}\{f(x)\}$$

经过大气、光学、采样、重建各子系统, 得到重建函数谱:

$$G_r(v) = F(v)A(v)H(v) * S(v)R(v) \tag{24}$$

考虑到(16)和(22)式, 得到:

$$\text{理想重建} \quad G_r(v) = F(v)A(v)H(v), \quad (v_s = v_N) \tag{25}$$

$$\text{非理想重建} \quad G_r(v) = F(v)A(v)H(v)R'(v), \quad (v_s < v_N) \tag{26}$$

因此, 可以直接得到理想重建系统的调制传递函数为:

$$\text{MTF}_N(v) = A(v)H(v) \tag{27}$$

非理想重建系统的调制传递函数:

$$\text{MTF}(v) = A(v)H(v)R'(v) \tag{28}$$

则理想与非理想的重建函数分别为:

$$g_r(x) = \mathcal{F}^{-1}\{F(v) \text{MTF}_N(v)\}, \quad g_r(x) = \mathcal{F}^{-1}\{F(v) \text{MTF}(v)\} \tag{29}$$

下面以方波分布输入, 标准 CCIR 电视体制输出的成像系统为例进行讨论, 场景分布函

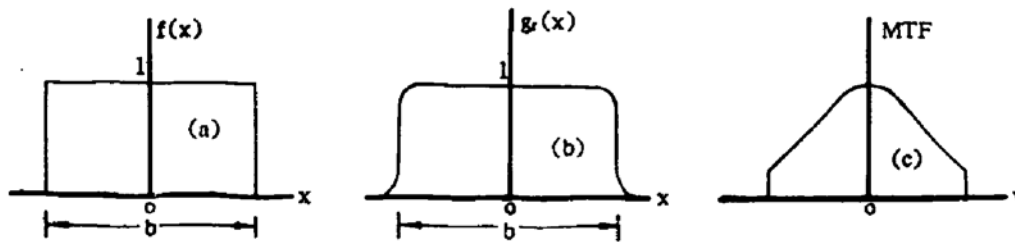


Fig. 5 (a) Rectangle distribution function, (b) Reconstruction function, (c) The MTF of system transfer

数如图 5(a)所示:

$$f(x) = \text{rect}(x/b), \quad F(v) = \mathcal{F}\{f(x)\} = b \text{sinc}(bv)$$

假设光学系统有效利用孔径 $D = 20 \text{ mm}$, 中心波长 $\lambda = 0.55 \mu\text{m}$, 焦距 $f = 70 \text{ mm}$, 系统的衍射

极限频率则为 $\nu_L = D/\lambda f = 520$ (cy/mm)。实际系统由于像差的存在, 有效截止频率远低于衍射极限。可取

$$\nu_{oc} = 100 \text{ (cy/mm)}, \quad \nu_{ac} = 200 \text{ (cy/mm)}$$

CCIR 体制采样每帧可达 400 (cy), 折算成 $\nu_s = 20$ (cy/mm), 显属欠采样重建。把各谱函数及其值代入(26)式,

$$\begin{aligned} G_r(\nu) &= b \operatorname{sinc}(b\nu) \tau \operatorname{Gaus}\left(\frac{\nu}{\nu_{oc}}\right) \frac{2}{\pi} \left[\cos^{-1}\left(\frac{\nu}{\nu_{oc}}\right) - \frac{\nu}{\nu_{oc}} \sqrt{1 - \left(\frac{\nu}{\nu_{oc}}\right)^2} \right] \operatorname{rect}\left(\frac{\nu}{\nu_s}\right) \\ &= b \operatorname{sinc}(b\nu) \tau \operatorname{Gaus}\left(\frac{\nu}{200}\right) \frac{2}{\pi} \left[\cos^{-1}\left(\frac{\nu}{100}\right) - \frac{\nu}{100} \sqrt{1 - \left(\frac{\nu}{100}\right)^2} \right] \operatorname{rect}\left(\frac{\nu}{20}\right) \end{aligned}$$

用计算机按照(29)后式进行傅里叶逆变换计算出重建函数 $g_r(x)$ 的值, 如图 5(b)所示, 图 5(c)为调制传递函数的示意曲线。

结 论 本文通过对采样成像系统传递性能的探讨, 给出了能量分布传递的抽象数学模型。从中可以看出, 系统的传递性能主要受限于采样频率, 因此, 提高采样频率是提高采样成像系统性能的关键所在。

目前广泛应用的摄像管、CCD、FLIR 等光电成像系统均属采样成像系统, 因而也均适用于本文所给出的分析模型。但在实际应用中还应考虑具体系统各个环节(如电子处理单元、探测器件、显示器件等)的传递函数等因素, 才能给出一个更为准确的输出分布。

参 考 文 献

- [1] 杨臣华, 梅遂生, 林钧挺, 激光与红外手册. 北京, 国防工业出版社, 1990: 54
- [2] 刘贤德, 红外系统设计基础. 武汉, 华中工学院出版社, 1985: 85
- [3] J. W. 顾德曼著, 詹达三, 董经武, 顾本源译, 傅里叶光学导论. 北京, 科学出版社, 1979: 137
- [4] J. D. Gaskill, *Linear Systems, Fourier Transforms, and Optics*, New York, John Wiley & Sons Inc. 1978: 270
- [5] F. O. Huck, N. Halyo, S. K. Park, Aliasing and blurring in 2-D sampled imagery. *Appl. Opt.*, 1980, 19(13): 2174~2181

Transfer Performance Analysis for Sampled Image Systems

Chen Lixue

(Xian Institute of Applied Optics, Xian 710100)

(Received 1 October 1994; revised 21 November 1994)

Abstract The method of modern optics is used to analyse the process of transferring energy (atmosphere-lens-sampling-reconstruction) for the sampled image systems. It also summarizes the abstract model of modulation transfer function.

Key words modulation transfer function, Fourier analysis, atmospheric transmission, sampling, reconstruction.