

微腔激光器速率方程分析*

张存洲 潘潇宁 张光寅

(南开大学物理系, 天津 300071)

摘 要 推导了至少有一维尺寸在发射波长量级的微腔激光器的光输出特性, 首次得到了无辐射衰减速率不等于零时速率方程的解析解。结果表明, 微腔激光器自发发射到腔模的较高的耦合效率使激发特性和传统的激光器有很大的不同。在封闭腔, 对理想的四能级激光系统, 无辐射衰减速率为零时微腔激光器的光输出特性是线性的。当无辐射衰减速率不为零时(实际上往往如此), 即使对理想的四能级激光系统的封闭腔, 它的光输出特性也不再是线性的。

关键词 自发发射, 无辐射过程, 激发模。

1 引 言

许多光学和光电器件的性能之所以受到限制, 是因为自发发射在其中起了重要作用。传统的激光器中, 仅有十万分之一的自发发射光被耦合进激发模, 因而效率低、阈值高。最近, 有关微腔中自发发射速率改变的研究引起了相当的注意^[1, 2]。原子与低耗光学和微波腔的相互作用的研究证实了腔量子电动力学效应, 包括原子与腔模耦合、量子复活、单量子放大器以及增强或禁戒自发发射的研究^[3-10]。自发发射速率的改变在微腔激光器中将充当重要的角色^[11, 12]。Yokoyama 等人^[13]曾经推导了微腔激光器的速率方程, 但只给出速率方程的数值解, 没有给出速率方程的解析解, 且无辐射衰减速率的影响也没有得到充分的考虑。

本文在考虑由腔引起的自发发射增强的基础上, 利用速率方程给出微腔激光器光输出特性分析。力求得到速率方程的解析解, 并主要讨论无辐射衰减速率对微腔激光器的影响。如果自发发射耦合进腔模的效率足够高, 微腔激光器的行为将会有显著的改变。微腔激光器的光输出特性实际上是非线性关系, 当讨论无阈值激光器时, 无辐射过程对泵浦与输出的转换效率的影响是一个重要的因素。

2 微腔中的自发发射

控制激光器中自发发射的最显著的效应是无阈值激光振荡^[14]。假设光发射材料有单一窄发射带和较高的量子效率。从模的角度来说, 传统的大尺寸开式激光腔中, 即使在材料发射带宽内仅有一个腔模, 激发原子也多耦合到自由空间。换句话说, 自发发射在所有的方向上

* 国家自然科学基金资助项目。

收稿日期: 1994 年 8 月 13 日; 收到修改稿日期: 1994 年 10 月 10 日

辐射,大部分的自发发射辐射出激光腔。在这种情况下,腔模光子数只有在阈值以上才可能迅速增加。也就是说,腔模输出中出现阈值。另一方面,在理想的微腔中,所有的发射(包括自发发射和受激发射)光子耦合进单一腔共振模。随着泵浦的增强,发射将很快由自发发射转变成受激发射,激光输出曲线上将不会有阈值。

为了让自发发射完全耦合进单一腔模,封闭的微腔结构应该是理想的。然而自发发射的控制不仅在封闭结构中存在,在两维限制圆柱微结构和一维限制平面微腔中也同样存在。在平面微腔,由于自发发射集中在腔轴周围,可望得到自发发射进入激光模的较大的耦合效率。对于圆柱微结构也类似^[14]。

考虑到微腔激光器的自发发射速率增强。假设在很小(波长尺寸)的腔中仅有一个共振腔模和光发射材料的发射带宽交叠,且材料的增益带宽比腔模带宽小许多。按费米黄金规则,腔自发发射速率 A_c 可表示为^[14]

$$A_c = \frac{2\pi}{\hbar^2 c} |\langle f | H | i \rangle|^2 \rho_c(K) = F A_f \quad (1)$$

$$F = \rho_c(K) / \rho_f(K) \quad (2)$$

式中 c 为光速, $|f\rangle$ 为有一个光子的末态, $|i\rangle$ 为没有光子的初态, H 为相互作用哈密顿量, $\rho_c(K)$ [$\rho_f(K)$] 为微腔[自由空间(意为“非微腔”)]在频率为 $\nu(K = 2\pi\nu/c)$ 时的模密度。 A_f 为自由空间的自发发射速率。 F 代表由微腔引起的自发发射速率增强。微腔使模密度产生显著改变。一般说来,模密度是空间和频率的函数。在自由空间,模密度在空间上是均匀的,在频率上是连续的。但在微腔中,模密度在空间上是不均匀的,在频率上是分立的。换句话说,在某些频率和空间位置模密度有很大的值,而在其它频率和空间位置则是较小的值。如果模密度的频率谱和空间分布与腔中激活介质相匹配,自发发射将会得到加强。反之,自发发射将被抑制。

封闭腔中一个原子的光子发射速率(包括自发和受激发射速率) R_c 可表示为

$$R_c = A_c(s + 1) \quad (3)$$

s 表示腔模中的光子数。

3 微腔激光器速率方程分析

要应用在费米黄金规则基础上的速率方程分析问题,系统的绝热近似必须成立。有机染料和半导体的位相相干时间在 fs 量级,一般光泵速率($< 1 \text{ MWcm}^{-2}$)下腔中拉比(Rabi)频率的倒数在 1~10 ps 范围。在这些材料中不易发生瞬变相干现象。这样说来绝热近似是成立的。考虑开式谐振腔的情形。假设仅存在一个腔模,且进入腔中的自发发射是增强的,只是自由空间模有自由空间自发发射速率。本文把自发发射到腔模的耦合比率称为 β 。从另外的角度来看,它是光与物质相互作用强度。考虑到无辐射衰减过程,速率方程可以写成^[13]

$$dn/dt = p - (1 - \beta)A_f n - \beta F A_f (s + 1)n - \Gamma n, \quad ds/dt = \beta F A_f (s + 1)n - \gamma s \quad (4)$$

式中 n 为体积为 V 的腔中激发原子(分子)数, p 为泵浦速率, γ 为无源腔中衰减速率, Γ 为无辐射衰减速率。为得到大的 βF 值,腔应是很小的,且为避免衰减速率上升,腔镜的反射率应足够高。波长尺寸的平面微腔很容易得到大的 β 值(> 0.1)。自发发射被全部约束到单一腔模将在微球结构中实现。

由方程(4)式可以求得除 β 等于 1, Γ 等于 0 同时成立外的静态解

$$s = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 4p\gamma}}{2\gamma} \quad (5)$$

$$b = -p + \gamma + \gamma \frac{(1 - \beta)A_f + \Gamma}{FA_f\beta}$$

$$n = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 + 4dp}}{2d} \quad (6)$$

$$c = -(1 - \beta)A_f - FA_f\beta(p/\gamma + 1) - \Gamma, \quad d = FA_f\beta[(1 - \beta)A_f + \Gamma]/\gamma$$

当泵浦 $p=0$ 时, s, n 均应等于 0, 因此(5)式根号前应取“+”号, (6)式根号前应取“-”号, 故(5)、(6)式分别变为

$$s = \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4p\gamma}}{2\gamma}, \quad n = \frac{-c - \sqrt{c^2 + 4dp}}{2d} \quad (7)$$

结果表明, 当 β 不等于 1 或者 Γ 不等于 0 时光输出并不随泵浦线性变化。需要特别指出的是, 对于封闭微腔系统, 即使 $\beta=1$, 但只要 $\Gamma \neq 0$, 由(7)式可明显看出, 线性关系仍不能成立。仅仅在 $\beta=1$ 和 $\Gamma=0$ 同时成立时, 光输出与泵浦才有可能成为线性关系。也就是说, 在封闭腔 ($\beta=1$), 对理想四能级激光系统(最高态到次高态, 次低态到最低态的衰减速率均非常快), 在没有无辐射衰减过程 ($\Gamma=0$), 无反转的情形下, 速率方程(4)式可简化为

$$dn/dt = p - FA_f(s + 1)n, \quad ds/dt = FA_f(s + 1)n - \gamma s \quad (8)$$

这两个方程的静态解是

$$s = p/\gamma \quad n = p\gamma/FA_f(p + \gamma) \quad (9)$$

从中可以看出光输出与泵浦呈线性关系。也就是说, 激光器成为“无阈值激光器”, 这是因为 $\beta=1, \Gamma=0$ 同时成立时, 所有被泵浦激发的原子都发光, 并且所有光子进入单一腔模。但是, 这时激发原子数 n 并不随泵浦上升而线性上升。这一特征和一般的自发发射的特征不同, 一般的自发发射激发态原子数和泵浦速率呈线性关系。

4 讨 论

为直观地用图描述 $s-p, n-p$ 的关系, 将光子数 s 、激发态原子数 n 和泵浦速率 p 进行归一化

$$S = \frac{\gamma}{A_f} \frac{\beta FA_f}{\gamma} s = \beta F s, \quad N = \frac{\beta FA_f}{\gamma} n, \quad P = \frac{1}{A_f} \frac{\beta FA_f}{\gamma} p$$

1) 对理想的四能级系统 ($\Gamma=0$), 归一化了的光输出 S 和激发态原子数 N 与泵浦 P 的关系如图 1 所示。由图可见, 当 β 趋向于 1 时, 阈值消失, 光发射过程被“增强自发发射”控制, 由图中 $p=5 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}, s=0.5 [P=5, S=5]$ 即模中简并度小于 1。 $\beta=1$ 时所有光子发射进入单一微腔共振模。另外, 对于 $\beta \ll 1$ 的开式微腔, 在光输出与泵浦的关系曲线上可看出将存在阈值。注意在传统的激光器中, 每个腔模的自发发射耦合比率 β 是在 10^{-5} 范围。

2) 对于 $\Gamma \neq 0$ 的情形, 由方程(7)可看出, 并不存在真正的无阈值激光器。如果 Γ 和自由空间自发发射速率 A_f 相当或稍小, 光输出和泵浦近似呈线性关系, 如图 2 所示。微腔激光器仍具有高的输出转换效率, 接近于无阈值激光器。但如果 Γ 比 A_f 大许多, 如 $\Gamma=10^2 A_f$, 即使 $\beta=1$, 光输出与泵浦也不呈线性关系, 将会有阈值存在, 如图 3 所示。为减少微腔激光器的阈值, 一方面应减小无辐射衰减速率, 另一方面更重要的是提高自发发射速率增强因子 F

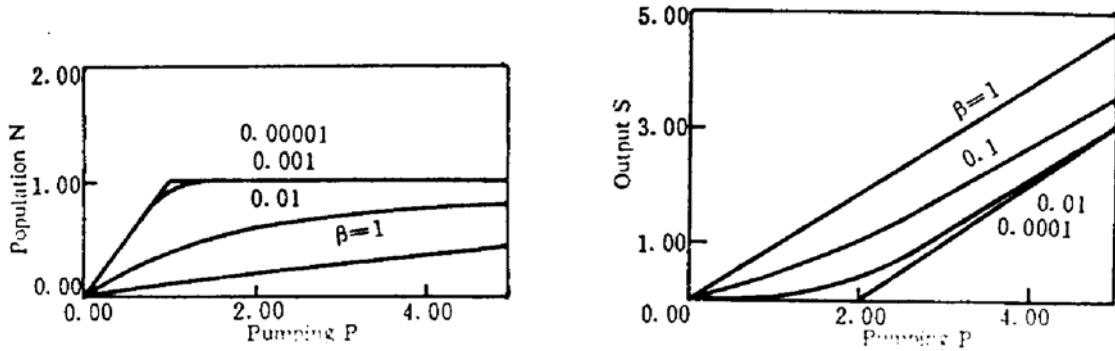


Fig. 1 Light output S and excited state population N vs pumping P of microcavity four-level laser. $A_f = 10^9 \text{ s}^{-1}$, $F = 10$, $\gamma = 10^{11} \text{ s}^{-1}$, and $\Gamma = 0$

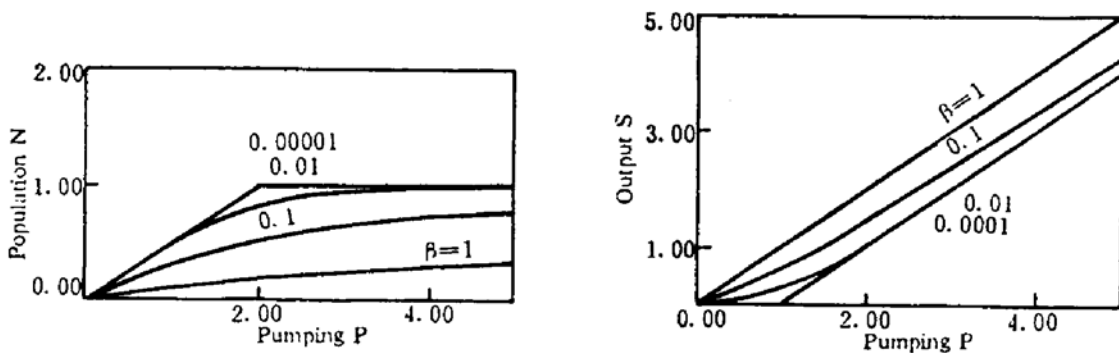


Fig. 2 Light output S and excited state population N vs pumping P of microcavity four-level laser involving nonradiative processes. $A_f = 10^9 \text{ s}^{-1}$, $F = 10$, $\gamma = 10^{11} \text{ s}^{-1}$, and $\Gamma = 10^9 \text{ s}^{-1}$

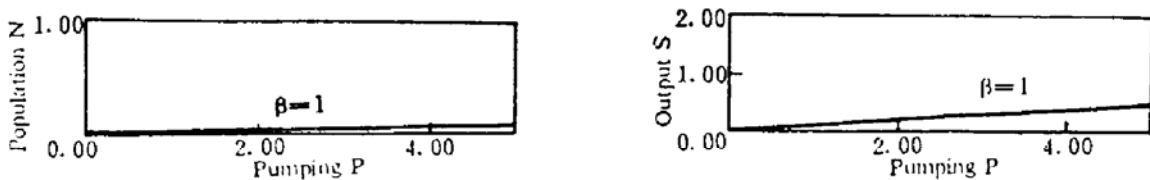


Fig. 3 Light output S and excited state population N vs pumping P of microcavity four-level laser involving nonradiative processes. $A_f = 10^9 \text{ s}^{-1}$, $F = 10$, $\gamma = 10^{11} \text{ s}^{-1}$, and $\Gamma = 10^{11} \text{ s}^{-1}$

的值,即用高量子发光效率材料来获得无阈值激光器,当然这时 β 应该是较大的值。

最后考察激发态原子数 n 的行为。对于传统的激光器,当增加泵浦速率时, n 只有在激发阈值以上才会迅速增加。而在微腔激光器中 n 一直随泵浦增加而缓慢增加,最后在很大的泵浦下达到一个常数值。

Yokoyama 等人^[13]虽然导出了微腔激光器的速率方程,但只给出速率方程的若干数值解,主要讨论也仅局限于无辐射衰减速率为零的情形,并没有给出一般速率方程的解析解,但在半导体激光器(即使是超晶格)结构中界面处的无辐射衰减速率还是比较大的,不容忽略。本文在更一般的情况下首次给出速率方程的解析解,更明确了各因素之间的关系。由速率方程的解析解,首次指出即使 $\beta = 1$,但如果 $\Gamma \neq 0$,微腔激光器的光输出特性也不是线性的。无辐射衰减速率对泵浦与输出转换效率的影响不容忽视。

本文与文献[13]考虑的速率方程都是建立在理想的四能级激光系统基础上的,实际上,更一般的四能级激光系统的受激吸收也是要考虑的一个因素,这是作者将要考虑的工作。

参 考 文 献

- [1] D. Kleppner, Inhibited spontaneous emission. *Phys. Rev. Lett.*, 1981, 47(4): 233~236
- [2] Y. Yamamoto, R. E. Slusher, Optical processes in microcavities. *Phys. Today*, 1993, June: 66~73
- [3] S. E. Morin, Q. Wu, T. W. Mossberg, Cavity quantum electrodynamics at optical frequencies. *Optics & Photonics News*, 1992, August: 8~14
- [4] A. G. Vaidyanathan, W. P. Spencer, D. Kleppner, Inhibited absorption of blackbody radiation. *Phys. Rev. Lett.*, 1981, 47(22): 1592~1595
- [5] P. Goy, J. M. Raimond, M. Gross *et al.*, Observation of cavity-enhanced singleatom spontaneous emission. *Phys. Rev. Lett.*, 1983, 50(24): 1903~1906
- [6] D. Meschede, H. Walther, G. Muller, One-atom maser. *Phys. Rev. Lett.*, 1985, 54(6): 551~554
- [7] G. Rempe, H. Walther, Observation of quantum collapse and revival in a one-atom maser. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, 58(4): 353~356
- [8] F. De Martini, Evidence of first-order coherence of electromagnetic vacuum fluctuations. *Phys. Lett.*, 1986, 115(9): 421~425
- [9] F. De Martini, G. Innocenti, G. R. Jacobovitz *et al.*, Anomalous spontaneous emission time in a microscopic optical cavity. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, 59(26): 2955~2958
- [10] E. Yablonovitch, Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, 58(20): 2059~2062
- [11] I. Schnitzer, E. Yablonovitch, C. Caneau *et al.*, Ultrahigh spontaneous emission quantum efficiency, 99.7% internally and 72% externally, from AlGaAs/GaAs/AlGaAs double heterostructures. *Appl. Phys. Lett.*, 1993, 62(2): 131~133
- [12] E. Gi. Paek, Microlaser arrays for optical information processing. *Optics & Photonics News*, 1993, May: 16~23
- [13] H. Yokoyama, S. D. Brorson, Rate equation analysis of microcavity lasers. *J. Appl. Phys.*, 1989, 66(10): 4801~4805
- [14] H. Yokoyama, K. Nishi, T. Anan *Et al.*, Controlling spontaneous emission and threshold-less laser oscillation with optical microcavities. *Opt. & Quantum Electron.*, 1992, 24: s245~s272

Rate Equation Analysis of the Microcavity Laser*

Zhang Cunzhou Pan Xiaoning Zhang Guangyin

(Department of Physics, Nankai University, Tianjin 300071)

(Received 13 August 1994; revised 10 October 1994)

Abstract The light output properties are described for a microcavity laser having dimensions on the order of the emitted wavelength. Analytic resolution of rate equation for the nonradiative depopulation not equal to zero is derived for the first times. The results show that increasing the coupling of spontaneous emission into the cavity mode causes the lasing properties becoming quite different from those of the conventional laser having cavity dimensions much larger than the lasing wavelength. In the closed microcavity of an ideal four-level laser system, when nonradiative depopulation is zero, the light output property of the microcavity laser is linearly. when nonradiative depopulation is not zero (in fact it is usually true), it is not linearly even for an ideal four-level laser system in the closed microcavity.

Key words spontaneous emission, nonradiative processes, lasing mode.

* Project supported by national Natural Science Foundation of China