

存在固有线双折射光纤费尔德常数的测量*

董小鹏 戴文华

(中国科学技术大学电子工程及信息科学系, 合肥 230027)

摘 要 从理论上分析、计算了扭转光纤对小信号电流灵敏度的影响, 提出了一种新的更为简便的方法测量费尔德常数, 并用实验验证。结果表明当光纤扭转率与固有线双折射的比值大于一定数值时, 用本方法测量得到的费尔德常数值与理论值十分接近。这一方法为测量具有线双折射光纤的费尔德常数提供了一种新的途径。

关键词 双折射光纤, 法拉第效应, 电流灵敏度。

1 引 言

光导纤维除了在长距离、大容量通信领域有广泛应用外, 还被大量用于各种类型的光纤传感器。其中利用光纤法拉第效应制作的光纤电流传感器, 与传统的电流互感器相比有许多独特的优点, 受到了广泛的关注和研究。

光纤的磁光系数, 或费尔德(Verdet)常数, 是决定光纤电流传感器及其它光纤磁光器件性能的一个重要参数。普通的二氧化硅光纤的费尔德常数与融石英材料基本相同, 在 633 nm 波长下约为 $4.65 \times 10^{-6} \text{ rad/A}^{[1]}$ 。为增强光纤的磁光效应, 可以用多组分玻璃制作光纤^[2], 或在光纤纤芯内添加某些特殊元素(如 Tb)^[3]来提高光纤的费尔德常数。测量这类光纤的费尔德常数对指导光纤的设计十分重要。对于已成品的光纤, 如果不存在任何线双折射, 那末可以通过测量线偏振光在一定磁场强度下偏振方向旋转的角度来得到费尔德常数。但对于普通单模光纤, 不可避免地存在一定程度的线双折射, 它会扰动偏振光的传输, 使费尔德常数的测量十分困难。目前还未有解决这一问题比较好的方法。现有 SiO₂ 光纤费尔德常数的测量是对低双折射光纤进行的^[2, 4]。这种方法有较大的局限性。作者曾提出^[5]将普通光纤扭转, 同时在光纤入射端输入一特定取向的线偏振光进行测量。这种方法要求起偏、检偏器与光纤两端的线双折射轴取一定夹角, 实际操作不很方便。另外文献[5]中未对普通 SiO₂ 光纤进行测量。为寻求更为简便有效、并适用于一般单模光纤的费尔德常数测量方法, 本文从扭转线双折射光纤中偏振光的耦合波方程出发, 分析了不同参数变化对光纤小信号电流灵敏度的影响, 提出了一种新的适用于一般单模光纤(存在固有线双折射)费尔德常数的测量方法, 并在实验上用此方法对已有费尔德常数值 SiO₂ 光纤作了验证。理论计算及实验结果均表明, 若光纤扭转率与线双折射的比值高于一定数值, 光纤的小信号电流灵敏度就与不存在线双折射的理想

* 国家自然科学基金委青年科学基金资助课题。

收稿日期: 1994年7月13日; 收到修改稿日期: 1994年10月14日

光纤十分接近, 测量时就可忽略光纤中线双折射的影响。用一个简化的表达式得到较高精度的费尔德常数。这一方法为测量具有线双折射的普通光纤费尔德常数提供了一种新的途径。

2 理论分析

一根具有线双折射 $\Delta\beta$, 并在纵向加有均匀磁场 H 的单模光纤以扭转率 τ 扭转时, 设 (x, y) 、 (x', y') 分别为实验室坐标系及随光纤固有线双折射轴旋转的坐标系, 在光纤输入端 (x', y') 、 (x, y) 分别与固有线双折射的慢、快轴重合, 见图 1。若将无扰动、理想光纤中基模的电场表示为:

$$E(x, y, z) = [E_x(x, y)\mathbf{i}_x + E_y(x, y)\mathbf{i}_y] \exp(-j\beta z) \quad (1)$$

其中 \mathbf{i}_x 、 \mathbf{i}_y 分别为 x 、 y 方向的单位矢量, β 为基模的传输常数, 则存在扰动的光纤中, x 、 y 方向的电场分量满足^[6]:

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = -j \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x(0) \\ E_y(0) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\text{其中} \quad N_{11} = \beta + (\Delta\beta/2) \cos(2\tau z), \quad N_{22} = \beta - (\Delta\beta/2) \cos(2\tau z), \\ N_{12} = (\Delta\beta/2) \sin(2\tau z) - j(C + F), \quad N_{21} = N_{12}^*, \quad C = g\tau, \quad F = VH. \quad (3)$$

其中 $2C$ 、 $2F$ 分别是扭转引入及磁场引入的圆双折射。式中 g 为一个常数, 对 SiO_2 光纤, 其值可取 $0.071^{[7]}$ 。 V 就是本文将要测量的费尔德常数。(2) 式中的 $E_x(0)$ 、 $E_y(0)$ 为光纤输入端 ($z=0$) 的偏振态。当 $\Delta\beta$ 、 τ 、 F 均为常数时, 可以用矩阵变换将(1)式变换到旋转坐标系 (x', y') 中, 得到如下形式的解析解^[5]:

$$\begin{bmatrix} E_x(L) \\ E_y(L) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ -B & A^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x(0) \\ E_y(0) \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中 E_x 、 E_y 表示 (x', y') 坐标系中的电场分量, A 、 B 分别由下式表示:

$$A = \cos(pL) - (j\Delta\beta/2p) \sin(pL), \quad B = (r/p) \sin(pL), \\ p = [(\Delta\beta/2)^2 + r^2]^{1/2}, \quad r = \tau - C - F, \quad (5)$$

式中 L 为光纤长度, $*$ 表示复共轭。当输入端以线偏振光入射时, 出射光在输出端与 x' 轴成 θ_2 角方向投影的光强为:

$$P = P_0 \{ [\cos(pL) \cos(\theta_1 - \theta_2) - (r/p) \sin(pL) \sin(\theta_1 - \theta_2)]^2 \\ + [(\Delta\beta/2p) \sin(pL) \cos(\theta_1 + \theta_2)]^2 \} \quad (6)$$

其中 θ_1 为入射线偏振光在输入端与 x 轴的夹角, P_0 为模式的总功率。(6)式也可看作光纤出射端放置一检偏器时透过检偏器的光强。

通过(6)式可以分析各种光纤参数(如 $\Delta\beta$ 、 τ)、以及磁场变化对通过检偏器光强的影响。在测量光纤费尔德常数时, 光纤纵向的磁场通常由通电的长、直、细螺线管产生。对于无限长的细螺线管, 管内均匀磁场与导线中流过电流 I 的关系为 $H = nI$, n 为单位长度螺线管导线的匝数。暂不考虑实际螺线管的端头效应, 光纤中由磁场引入的圆双折射可表示为 $F = VH = VnI$ 。为定量分析光纤中线双折射对法拉第效应的影响, 可以计算(6)式 P 对磁场的变化率,

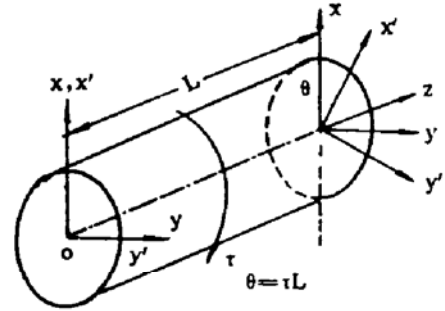


Fig. 1 Laboratory and rotation coordinate system (x, y) and (x', y') of the twisting fibre. At input end ($z=0$) the (x, y) or (x', y') axes are aligned with slow and fast axes of the intrinsic linear birefringence of the fibre respectively

或等效地计算光纤小信号电流灵敏度随其它参数的变化曲线。这里光纤小信号电流灵敏度 S 定义为(6)式 P 对电流的导数 dP/dI 在电流为 0 处的值。将(6)式右边对 I 求导, 并令 $I = 0$, 可得:

$$\begin{aligned}
 S = & \{-2a \sin b \cos^2(\theta_1 - \theta_2) \\
 & + (-\sin b/b + a^2 \sin b/b - a^2 \cos b) \cos b \sin(2\theta_1 - 2\theta_2) \\
 & + a^2 \sin b \sin(2\theta_1 - 2\theta_2) \\
 & - 2a(-\sin b/b + a^2 \sin b/b - a^2 \cos b) \sin b \sin^2(\theta_1 - \theta_2) \\
 & + 2a(\delta/b)^2(\cos b - \sin b/b) \sin b \cos^2(\theta_1 + \theta_2)\}VN
 \end{aligned} \tag{7}$$

式中 $a = (1-g)\xi/[1+(1-g)^2\xi^2]$, $b = \delta[1+(1-g)^2\xi^2]^{1/2}$, $\xi = 2\tau/\Delta\beta$, $\delta = \Delta\beta L$, N 为螺线管导线的总匝数。在上式中若给定 ξ 、 δ 值即可求得 θ_1 、 θ_2 在 $[0, \pi]$ 区间变化时 S 的最大值。将 S 的最大值记为 S_m , 则光纤不存在线双折射时 $S_m = VN$ 。因此(7)式归一化的最大小信号电流灵敏度可以写为:

$$S_s = S_m/VN \tag{8}$$

为叙述方便, 以下用电流灵敏度简称上式的 S_s 。图 2 是计算得到的 S_s 随 ξ 的变化曲线。图中 δ 分别取 0.1, 1.0, 10, 100。由图 2 可知当 $\xi > 10$ 时, 对所有的 δ 值, S_s 均大于 98%。另外, 在曲线的起点 $\xi = 0$ 处 S_s 随 δ 的增大而下降。这说明若光纤存在线双折射, $\Delta\beta$ 或光纤长度的增大均会使电流灵敏度总体上下降。图 3 是 ξ 取一定值时 S_s 随 δ 的变化情况。图中 S_s 随 δ 在一定范围内波动, 其波动幅度由 ξ 决定。当 ξ 增大时, S_s 随 δ 的波动幅度逐渐减小并趋于 0, 同时 S_s 的平均值逐渐增大并趋于理想值 1, 如图 4 所示。

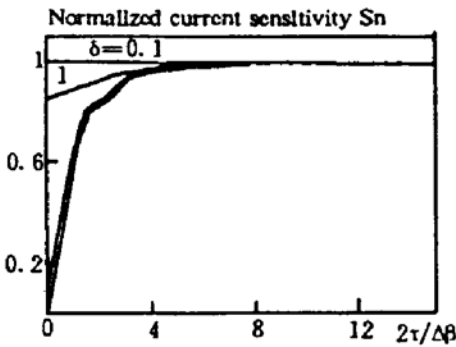


Fig. 2 Curves of normalized current sensitivity S_s versus $2\tau/\Delta\beta$ for various δ ($\delta = \Delta\beta L$) value

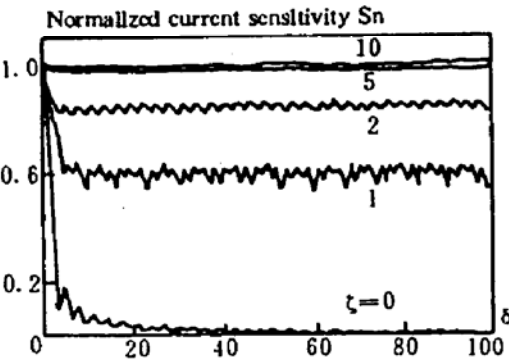


Fig. 3 Variation of S_s with δ for various ζ -value

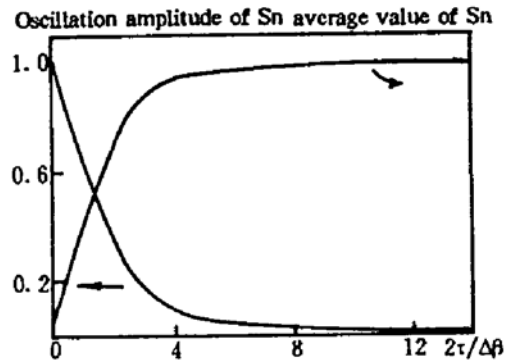


Fig. 4 Oscillation amplitude and mean value of S_s in Fig. 3 versus ξ . The curves are calculated for δ ranging from 0 to 100

由以上分析可知, 若对存在线双折射的光纤施加一定程度的扭转, 且使扭转率与固有线双折射的比值足够大, 就能使光纤电流灵敏度接近理想值, 并将 δ 波动(对应 $\Delta\beta$ 或 L 的变化)对电流灵敏度的影响降低到可忽略的程度。下面分析实际测量时遇到的螺线管有限长度和光纤引线对测量结果的影响。根据文献[4], 实际螺线管对光纤引入的法拉第效应为:

$$\Omega = \int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int BnI \tag{9}$$

其中积分沿光纤长度方向进行, B 是与螺线管几何参数及光纤长度有关的参数, 为^[4]:

$$B = \frac{1}{2} [\sqrt{(l+l_1)^2+d^2} + \sqrt{(l+l_2)^2+d^2} - \sqrt{l_1^2+d^2} - \sqrt{l_2^2+d^2}] \quad (10)$$

其中 l 为螺线管长度, l_1 、 l_2 分别为光纤输入、输出螺线管引线长度, d 为螺线管平均直径。当 $l \geq l_1, l_2, d$ 时, $B \approx l$ 。这说明上式条件满足时, 长直、细螺线管磁场在光纤中引入的法拉第效应与等效的无限长螺线管 ($H = nI$) 在长度为 l 的光纤中引入的法拉第效应基本相同。

另一方面, 当光纤扭转率与固有线双折射的比值较大时, 光纤呈良好的圆双折射特性, 它能使输入的线偏振光以很高的消失比在光纤中传输 (见附录)。这样扭转光纤不但能提高光纤的电流灵敏度, 同时可消除光纤输入输出引线 (实际测量时应尽可能短) 对测量结果的影响, 得到较为准确的测量值。

3 费尔德常数的测量

由上一节分析可知, 当光纤扭转率增大而使 ζ 大于一定值时, 可使具有线双折射光纤的小信号电流灵敏度 S , 十分接近于 1。这时可用理想光纤费尔德常数的测量方法, 测量并计算实际光纤的费尔德常数。理想光纤费尔德常数的测量公式可由 (6) 式导出。当 $\Delta\beta = 0$ 时,

$$P = P_0 \cos^2 [(\tau - C + F)L + \theta_1 - \theta_2] \quad (11)$$

上式在 $2[(\tau - C)L + \theta_1 - \theta_2] = (2k + 1)\pi/2, k = 0, 1, 2 \dots$ 时, $dP/dI|_{I=0}$ 有最大值,

$$P = (1/2) P_0 - (1/2) P_0 \sin(2VNI) \quad (12)$$

上式由二项组成, 第一项是不随电流变化的直流项, 第二项是随电流变化的交流项, 用 P_0 表示。当 $VNI \ll 1$ 时, $\sin(2VNI) \approx 2VNI$ 。这时费尔德常数可由下式计算:

$$V = |P_0| / P_0 NI \quad (13)$$

因此测量光纤的费尔德常数可按如下步骤进行: 用图 5 所示装置安放光纤并对其施加扭转, 使 ζ 足够大 (这可通过测量不同扭转率下任意方向的线偏振光入射时, 输出光消



Fig. 5 Experimental setup for the measurement of Verdet constant. p: polarizer, L_1, L_2 : $\times 10$ microscope objective, M: positioner, R: rotative disk, A: analyzer, D: Si-Pin detector, Meter: optical power indicator

光比的大小, 一般应大于 20 dB, 来判别这时光纤是否近似呈圆双折射特性), 然后调整检偏器的角度至最大电流灵敏度位置 (对应一定电流变化 P_0 有最大值), 记下 P_0 并测量光纤中传输的总功率, 就可用 (14) 式计算光纤的费尔德常数。

本实验所用的费尔德常数测量装置如图 5 所示。为了验证本方法, 对一根 633 nm 单模的普通 SiO_2 光纤进行测量。图中 He-Ne 激光经起偏后, 通过透镜 L_1 射入光纤。实验所用的螺线管有关参数为: 平均直径 3 cm, 长 101.5 cm, 导线 686 匝。导线中流过的直流电流为 10 A。光纤平直地穿过螺线管后, 两端相等长度的引线分别安装在微调架和转盘上。旋转转盘可对光纤进行不同程度的扭转。从光纤尾端出射的光经透镜 L_2 准直后通过检偏器 A, 然后用探测器 D 及光电流计显示光功率的大小。被测光纤的有关参数如下: $\lambda_c = 0.55 \mu\text{m}$, 光纤总长 117.0 cm, 扭转部分长 110.5 cm。用截断法测得光纤的固有线双折射为 1.53 rad/m。对于这一数值的线双折射, $\tau = 7.65 \text{ rad/m}$ 的扭转即可使 $\zeta = 2\tau/\Delta\beta = 10$, 这时光纤的小信号电流灵敏度大于 98%。为观察不同扭转率对结果的影响, 分别对未扭转及扭转 1、3、5 圈的光纤作了测量, 并用 (14) 式计算费尔德常数, 结果由表 1 给出。

Table 1. Measured and accurate value of verdet constant for different fiber twisted turns

twisted turns	measure value V (rad/A)	relative error
0	$(2.60 \pm 0.3) \times 10^{-6}$	44.1%
1	$(4.36 \pm 0.3) \times 10^{-6}$	6.23%
3	$(4.53 \pm 0.2) \times 10^{-6}$	2.58%
5	$(4.58 \pm 0.2) \times 10^{-6}$	1.50%

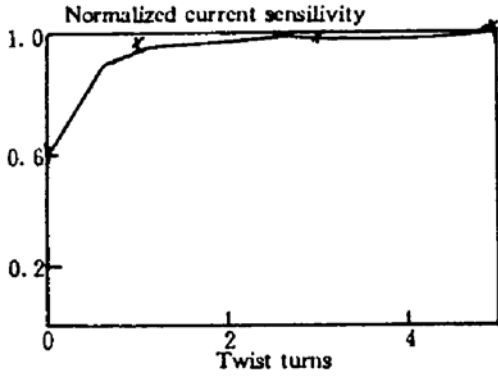


Fig. 6 Normalized current sensitivity calculated from fibre parameters and mean values of experimental data versus fibre twist turns. Solid line; theoretical curve, *; mean value of experimntal data

对于本实验所用的螺线管及光纤参数, 有 $l_1 = l_2 = 7.75 \text{ cm}$, $l = 101.5 \text{ cm}$, $d = 3 \text{ cm}$ 。将这些参数代入(10)式, 可得 $B/l = 0.9949$, 即用 l 替代 B 引入的相对误差 $(1 - B/l)$ 为 0.51% , 小于表 1 给出的最小相对误差。另外, 由于实验中 He-Ne 激光器的输出功率有一定波动, 表 1 的测量值是通过多次测量取平均得到的, 有一定的离散性, 表中的相对误差是用 V 的平均值计算的。可以看出当扭转率增大时, V 的测量值与理论值逐渐接近。当光纤扭转的圈数为 3 时(对应 $2\tau/\Delta\beta = 22.3$), 测量值与理论值误差已在 5% 之内。在这一扭转率下实际测得线偏振光以任意方位角入射时输出光的消光比均大于 22 dB , 这时可忽略光纤输入、输出引线对偏振态的影响。图 6 还给出了用这根光纤实际参数计算的 S_n

随 τ 变化的曲线, 图中也作入了归一化的测量值 $(V/4.65 \times 10^{-6})$ 。可见 ζ 值增大时, 理论值与实际测量值符合得很好。因此, 采用本方法可以克服光纤固有线双折射对测量结果的影响, 得到较为准确的费尔德常数值。由于光纤材料的强度有限, 光纤的扭转率不能无限增加。相对长光纤而言, 短光纤(如 $1 \sim 2 \text{ m}$ 长的光纤)能承受更大的扭转率。而实际测量可以对短光纤进行。因此以光纤可承受的最大扭转率 50 turn/m (一般均高于此值)计算, 若要测量时电流灵敏度大于 98% (对应 $\zeta > 10$), $\Delta\beta$ 须小于 $20 \text{ } \mu\text{rad/m}$, 或拍波长大于 10 cm 。普通单模光纤的拍波长一般均大于 10 cm 。因此, 本文所述方法适用于普通单模光纤费尔德常数的测量。

结 论 对单模光纤施加一定程度的扭转可以抑制光纤中固有线双折射对法拉第效应的影响, 提高电流灵敏度, 用简化的公式测量并计算光纤的费尔德常数, 同时还可以避免光纤引线对传输光偏振态的影响, 得到较为准确的测量值。实验结果证明了这一方法的可行性。若进一步提高光源和测量系统的稳定性, 实验上能得到更好的结果。

参 考 文 献

- [1] A. M. Smith, Polarization and magneto-optic properties of single-mode optical fibers. *Appl. Opt.*, 1978, 17(1): 52~56
- [2] Henry. O. Edwards, D. N. Payne, Optimal design of optical fibres for electric current measurement. *Appl. Opt.*, 1989, 28(11): 1977~1979
- [3] V. Annovazzi-Lodi, S. Donati, Fiber current sensors for I V-lines. *Proc. SPIE*, 1987, 798: 270~274
- [4] Z. Ren, Y. Wang, Ph. Robert, Faraday rotation and its temperature dependence measurement in low-birefringence fibers. *J. Lightwave Technology*, 1989, 7(8): 1275~1278
- [5] X. P. Dong, H. Hu, J. R. Qian, Measurement of fibre verdet constant with twist method. *Proc. SPIE*, 1991, 1572: 56~60

- [6] J. Sakai, T. Kimura, Birefringence and Polarization characteristics of single-mode optical fibers under elastic deformations. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1981, QE-17(6): 1041~1051
- [7] 董小鹏, 钱景仁, 移动侧向压力法测量高圆双折射光纤. *光学学报*, 1995, 15(2): 212
- [8] M. Born, E. Wolf, *Principle of Optics*, 2nd ed., New York: Pergamon, 1970

附录:

线偏振光入射下扭转光纤中传输光的消光比

由(4)式, 对于长度为 L 、无纵向磁场 ($H = 0$) 的光纤, 当输入端输入一振幅为 1 的线偏振光时, 有 $E_x(0) = \cos \theta_1$, $E_y(0) = \sin \theta_1$, 其中 θ_1 为入射线偏振光在输入端与 x 轴的夹角。一般情况下(4)式表示的是椭圆偏振光, 其椭圆度(定义为椭圆的短、长轴之比)可表示为^[9]:

$$e = \tan \left\{ (1/2) \sin^{-1} \left[I_m \{ E_x E_y^* \} / (|E_x|^2 + |E_y|^2) \right] \right\} \quad (A_1)$$

将(4)、(5)式代入, 可得:

$$e = \tan \left\{ (1/2) \sin^{-1} \left[(-\Delta\beta/p) \sin pL (\cos pL \sin 2\theta_1 - (\tau/p) \sin pL \cos 2\theta_1) \right] \right\} \quad (A_2)$$

将(A₂)小括号内的量表示成: $A' \sin(2\theta_1 - \varphi)$, 其中

$$\begin{aligned} A' &= \{ (\cos pL)^2 + [(\tau/p) \sin pL]^2 \}^{1/2} = (1 - x^2)^{1/2}, \\ \varphi &= \arctan [(\tau/p) \tan pL], \quad x = (\Delta\beta/2p) \sin pL \end{aligned} \quad (A_3)$$

则可以发现 θ_1 在 $[0, \pi]$ 区间变化时对应 e 变化的最大值 e' 为:

$$e' = \begin{cases} x/(1-x^2)^{1/2}, & x \leq 0.707 \\ 1, & 0.707 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (A_4)$$

由于 $x > 0.707$ 对应的是扭转率很小的情况(这时线双折射在光纤中占主要成份), 下面的讨论仅对 $x \leq 0.707$. x 在 $[0, 0.707]$ 区间变化时 e' 为单调升函数, x 取得最大值 $\Delta\beta/p$ 时, e' 也相应地达到最大值, 记为 e_m . 则

$$e_m = \frac{\Delta\beta/2p}{[1 - (\Delta\beta/2p)^2]^{1/2}} = \Delta\beta/2r = 1.0787/\zeta \quad (A_5)$$

其中 $\zeta = 2r/\Delta\beta$. 由(A₂) ~ (A₅) 的推导过程可知, 线偏振光入射时出射光椭圆度的最大值仅与参数 ζ 有关, 一般情况下总有 $e \leq e_m$. 若将偏振光的消光比用 dB 数表示, 则有:

$$\eta = -20 \log_{10} e_m \quad (\text{dB}) \quad (A_6)$$

因此 η 越大(椭圆度越小)表示光的线偏振程度越高。消光比随 ζ 的变化曲线如图 7 所示。当 $\zeta > 20$ 时, 线偏振光以任意方位角(θ_1) 注入光纤并传输任何距离后, 消光比仍能保持高于 25 dB。

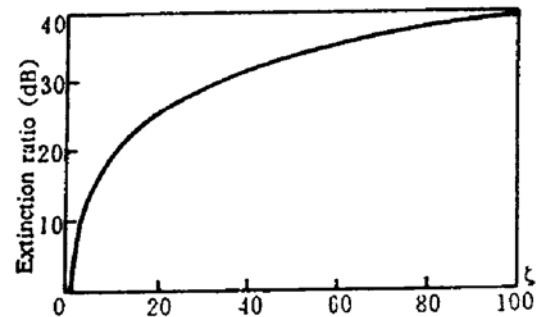


Fig. 7 Relation between the extinction ratio and the fiber parameter ζ of the twisted fiber with a linearly polarized light input

Measurement of Verdet Constant for Fibers with Intrinsic Linear Birefringence

Dong Xiaopeng Dai Wenhua

(Department of Electronic Engineering and Information Science,
University of Science and Technology of China, Hefei 230027)

(Received 13 July 1994; revised 14 October 1994)

Abstract The small signal current sensitivity of twisted fibers is analyzed and calculated theoretically, and a new and more convenient method to measure the Verdet constant is proposed and verified experimentally. The results show that if the ratio of fiber twist rate and intrinsic linear birefringence is large than certain figure the value of measured Verdet constant may quite close to the theoretical calculation. This method provides a new approach to measure the Verdet constant of conventional single mode optical fibers.

Key words birefringent fiber, Faraday effect, current sensitivity.