

一种新型无反转自由电子激光器的理论分析

程 亚 陈建文 肖体乔 朱佩平 寇雷刚

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘 要 从理论上分析了无反转自由电子激光器的原理, 并提出了一个新的无反转自由电子激光器的实现方案。通过增加两块电子反射镜, 使电子受激辐射的几率幅相干叠加, 得到的增益两倍于原有的方案。

关键词 无反转自由电子激光器, 增益。

1 引 言

自由电子激光理论发展至今, 一个核心问题即是如何尽可能有效地将电子动能转化为相干的光能。由于作为增益介质的高能电子束来自于加速器, 其德布罗意波长极短, 因而可看作经典相对论粒子而无须考虑其量子波动性。所以现有理论往往用经典方法研究电子轨道、色散关系^[1], 计算自由电子激光的增益、效率等^[2], 方法简便而且与实验相当符合。然而, 一旦考虑了电子与电磁场相互作用过程中的量子效应, 其意想不到的结果令人惊讶。

1993 年, Krizki、Scully 和 Keitel 首次提出了无反转自由电子激光的新概念^[3], 通过巧妙的设计造成电子受激吸收光子的几率幅相干相减, 达到了提高增益的目的。在理想情况下, 理论得到的增益约是常规自由电子增益的四十倍。然而文献[3]的方案尚未充分发挥无反转自由电子激光的长处。经过改进, 本文获得了两倍于上述方案的增益, 为常规情况的八十倍左右。从某种意义上看, 这一增益已经是理论极限。

2 理论分析

在自由电子激光器的相互作用区, 电子与摇摆器磁场、光场发生相互作用。按量子电动力学的观点, 电子在磁场中所受的洛仑兹力可视为电子吸收或发射了虚光子; 而电子被光场加速(减速)是由于电子吸收(发射)了与其动量方向相同的光子而引起的反冲。这是一个动量、能量守恒过程。相互作用费曼图如图 1(a), 图 1(b)所示。其中 k_i , k_ω , q 分别为电子初始动量、虚光子动量和光子动量, k_f (k'_f) 为电子吸收(放出)光子后的末态动量。图 1 当中的圆圈是相互作用区, 长度为 L (即摇摆器磁场的宽度)。图 1(a), 图 1(b)所对应的动量守恒式分别为:

$$k_f = k_i - k_\omega + q, \quad k'_f = k_i + k_\omega - q, \quad (1)$$

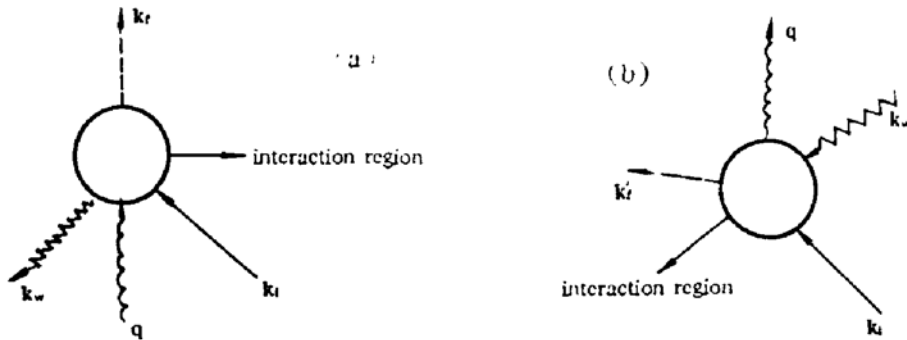


Fig. 1 (a) Feynman diagram of photon absorption, (b) Feynman diagram of photon emission

电子在相互作用区还可能发生的过程是：同时吸收(发射)光子和虚光子，出射末态动量为 $k_f^*(k_f^*)$ 。对应于下列动量守恒式：

$$k_f = k_i + k_\omega + q, \quad k_f^* = k_i - k_\omega - q, \tag{2}$$

不过在旋转波近似下，(见(12)式)，这一可能性被忽略不计。因此，图 1(a)、图 1(b)已经描述了自由电子激光中最主要的过程。两种过程的发生几率已由现有理论给出^[4]。

受激吸收几率 P_a ，及受激发射几率 P_e ：

$$P_a \propto \sin^2(\Delta_f L/2) / (\Delta_f L/2)^2 = \text{sinc}^2(\Delta_f L/2) \tag{3}$$

$$P_e \propto \sin^2(\Delta_f' L/2) / (\Delta_f' L/2)^2 = \text{sinc}^2(\Delta_f' L/2) \tag{4}$$

式中 $\Delta_f = |k_f| - |k_i|$ ， $\Delta_f' = |k_f| - |k_s|$ ， k_s 为谐振电子的动量绝对值。(谐振电子要求电子自发辐射频率等于激发光场频率。) 由此得到常规自由电子激光器的增益为：

$$G_s \propto P_e - P_a = \text{sinc}^2(\Delta_f' L/2) - \text{sinc}^2(\Delta_f L/2) \tag{5}$$

上述都是针对单电子过程。实际情况中，系统由大量不同动量的电子组成。将电子按初始动量的失谐量 $\Delta_i = |k_i| - |k_s|$ 的分布函数记为 $f(\Delta_i)$ ，那么系统总增益应由(5)式变为：

$$\begin{aligned} G_s &\propto \int [\text{sinc}^2(\Delta_f' L/2) - \text{sinc}^2(\Delta_f L/2)] f(\Delta_i) d\Delta_i \\ &= \int [\text{sinc}^2(\Delta_f' L/2)] f(\Delta_i) d\Delta_i - \int [\text{sinc}^2(\Delta_f L/2)] f(\Delta_i) d\Delta_i \\ &= \int [\text{sinc}^2(\Delta_f' L/2)] f(\Delta_f + h/2) d\Delta_f - \int [\text{sinc}^2(\Delta_f L/2)] f(\Delta_f - h/2) d\Delta_f \end{aligned} \tag{6}$$

式中 $h = \Delta_f - \Delta_f'$ 。由于实验要求电子动量基本集中在谐振动量 k_s 处，因而 h 可视作常数，积分限也因此可扩展至无穷，并有 $\Delta_i \simeq \Delta_f - h/2 \simeq \Delta_f' + h/2$ 。(4) 式中最后一式的积分元 Δ_f' 、 Δ_f 可看作哑元，经变量代换，将其换为 Δ_i ，得到：

$$G_s \propto \int \text{sinc}^2(\Delta_i L/2) [f(\Delta_i + h/2) - f(\Delta_i - h/2)] d\Delta_i \tag{7}$$

式中的 $f(\Delta_i + h/2)$ 表明受激辐射的电子数分布， $f(\Delta_i - h/2)$ 则是受激吸收的电子数分布。显然，要使 $G_s > 0$ ，必须 $f(\Delta_i + h/2) > f(\Delta_i - h/2)$ 。即受激辐射的电子要多于受激吸收的电子。这意味着常规自由电子激光器增益为正是粒子数反转。

为了实现无反转自由电子激光，达到高增益，必须设法消去电子受激吸收的几率同时增大电子受激发射的几率。这两点的实行基于同一原理：电子在动量空间的相干性可以造成几率振幅的叠加或相消。图 2 是所用装置的示意图。区域 1 和 2 的相互作用距离仍为 L 。坐标系标于左上角。对称轴即 X 轴。作用区 1、2 的坐标为 $(0, -y_0)$ ， $(0, y_0)$ 。为使电子尽量接近动量本征态，测不准关系要求 $y_0 \gg L$ 。位于 $x > 0$ 半平面内的镜子 1—4 用来调节光波在区域

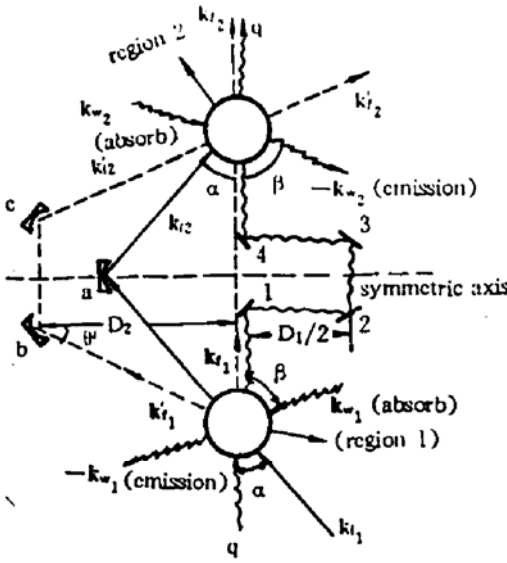


Fig. 2 Schematic diagram of the improved free-electron lasing without inversion

1、2间的位相差； $x < 0$ 半平面内的镜子 a, b, c 用来改变电子动量方向。

如图 2 所示，入射电子动量为 k_{i1} ，经过区域 1 时，相互作用使出射电子有三种可能：1) 受激吸收光子；2) 受激发射光子；3) 无相互作用。对应出射动量分别是 k_{f1}, k'_{f1}, k_{i1} 。经过镜子 a 的反射， k_{i1} 变为 k_{i2} ；镜子 b, c 将 k'_{f1} 反射到 k'_{i2} 。合理的放置镜子(附录)，可使 k_{f1}, k_{i2}, k'_{i2} 在区域 2 相汇。不考虑电子两次吸收(放出)光子的可能性，因为这一过程对应微扰高阶效应。这就意味着 k_{f1}, k_{i2}, k'_{i2} 中只有实线代表的 k_{i2} 经过区域 2 时吸收(放出)光子，以动量 k_{f2} 出射。这个过程反映在图 3 的费曼图。合理调整镜子 a, b, c ，可使 $k_{f1}(k'_{i2})$ 与 $k_{f2}(k'_{f2})$ 重合(见附录)。它意味着电子经过不同的路径到达相同的末态，其中必有干涉效应。下面计算其增益。

电子的初态写为：

$$|i\rangle = c_1\psi(r - r_1)|k_{i1}\rangle\theta(-y) + c_2\psi(r - r_2)|k_{i2}\rangle\theta(y) \quad (8)$$

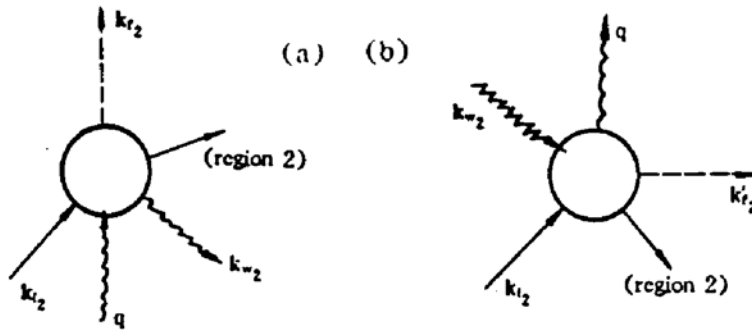


Fig. 3 (a) Feynman diagram of photon absorption in region 2, (b) Feynman diagram of photon emission in region

式中 $\theta(y)$ 为阶跃函数。 $\psi(r - r_1)$ 和 $\psi(r - r_2)$ 代表电子空间分布，对理想冷电子束均为常数，可以不予考虑。电子从区域 2 出射后，末态 $|f\rangle$ 可写为：

$$|f\rangle \simeq |i\rangle + (c_{f1} + c_{f2})|k_{f2}\rangle + (c'_{f1} + c'_{f2})|k'_{f2}\rangle \quad (9)$$

(9)式用约等号而不用等号，因为(9)式并非严格电子末动量态。它略去了高阶相互作用(多光子吸收、发射)过程。微扰论保证，作为一阶近似，(9)式已足够精确。同时，记摇摆器磁场矢势为 A_ω ，光场矢势为 A_s ，则相互作用哈密顿量为^[3, 5]

$$H_I \simeq -e(A_s + A_s^*)(P - eA_\omega - eA_\omega^*)/(m\gamma) \simeq e^2(A_s + A_s^*)(A_\omega + A_\omega^*)/(m\gamma) \quad (10)$$

式中 $m\gamma$ 为电子相对论质量， P 为电子动量。 A_s 方向沿 Z 轴而 P 接近与 Y 轴平行，因此 $A_s \cdot P \simeq 0$ 。将光场量子化后，有：

$$A_s = \hat{z}a_s \exp(iqy), \quad A_s^* = \hat{z}a_s^+ \exp(-iqy) \quad (11)$$

$a_s(a_s^+)$ 对应动量为 q 的光子的湮灭(产生)算子。经典形式为： $a_s = e E_s/(k_s mc^2)$ ， $a_s^+ = e E_s^*/(k_s mc^2)$ 。磁场 A_ω 量子化后，记为：

$$\left. \begin{aligned} A_\omega &= \hat{z}[a_{\omega 1}g(r - r_1)\theta(-y) + a_{\omega 2}g(r - r_2)\theta(y)] = \hat{z}a_\omega, \\ A_\omega^* &= \hat{z}[a_{\omega 1}^+g(r - r_1)\theta(-y) + a_{\omega 2}^+g(r - r_2)\theta(y)] = \hat{z}a_\omega^+ \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中 $a_{\omega_i}(a_{\omega_i}^{\dagger})$ 相应于动量为 k_{ω_i} 的虚光子湮灭(产生)算子 ($i = 1, 2$)。经典形式类似于光子。 $g(r)$ 是表明磁场强度随位置变化的函数, 对称性保证 $g(r - r_1) = g(r - r_2)$ 。 a_{ω_1} 和 a_{ω_2} 之间的位相差是固定的, 记:

$$\delta = \delta_2 - \delta_1 \tag{13}$$

将(11)式、(12)式代入(10)式, 采用旋转波近似后, (见(2)式)得:

$$H_I = e_2 [a_s a_{\omega}^{\dagger} \exp(iqy) + a_s^{\dagger} a_{\omega} \exp(-iqy)] / (m\gamma) \tag{14}$$

显然, 此时电子受激吸收的几率 P_a 及受激发射的几率 P_e 分别对应(14)式右边第一、第二项。即:

$$P_a \propto |\langle k_{f2} | a_s a_{\omega}^{\dagger} \exp(iqy) | i \rangle|^2 = \left| \int a_s [c_1 a_{\omega_1}^* g(r - r_1) + \bar{c}_2 a_{\omega_2}^* g(r - r_1)] \exp[-i(k_{f2} - q + k_{i1} - k_{\omega_1}) \cdot r] dr \right|^2 \tag{15}$$

上式为零的条件是:

$$c_1 a_{\omega_1}^* = -\bar{c}_2 a_{\omega_2}^* \tag{16}$$

(16)式左右两边差一负号, 因而位相差必为 π 或 π 的奇数倍。注意, 此处 \bar{c}_2 不同于 c_2 , 因为有光路延迟, 即: $\bar{c}_2 = c_2 \exp[i(2y_0 + D_1)q]$, 因此左右两边位相差必须满足:

$$\Delta_1 = (2y_0 + D_1)q + \delta = (2n + 1)\pi \tag{17}$$

D_1 已于图 2 标出, 是可变参量。因此总可通过适当选择 D_1 实现(17)式, 使电子受激吸收光子可能性为零。类似地, 对受激发射有:

$$P_e \propto |\langle k'_{f2} | a_s^{\dagger} a_{\omega} \exp(-iqy) | i \rangle|^2 = \left| \int a_s^{\dagger} [c'_1 a_{\omega_1} g(r - r_1) + \bar{c}'_2 a_{\omega_2} g(r - r_1)] \exp[-i(k'_{f2} + q - k_{i2} + k_{\omega_2}) \cdot r] dr \right|^2 \tag{18}$$

为使 P_e 最大, 必须:

$$c'_1 a_{\omega_1} = \bar{c}'_2 a_{\omega_2} \tag{19}$$

上式左、右两边位相差必须是 2π 的整数倍, 可通过调节镜子 b, c 来实现。考虑位相延迟, 有

$$\left. \begin{aligned} \bar{c}'_2 &= c'_2 \exp \{ i[(2y_0 + D_1)q + 2D_2(\sec \theta - \tan \theta) |k'_{f1}|] \}, \\ \Delta_2 &= (2y_0 + D_1)q + 2D_2(\sec \theta - \tan \theta) |k'_{f1}| - \delta = (2n + 1)\pi \end{aligned} \right\} \tag{20}$$

D_2 是镜子 b 到矢量 k'_{f1} 的距离, θ 是 D_2 和 k'_{f1} 之间的夹角, 均标于图 2。(20)式中只有 D_2 是可变参数。适当选取 D_2 , 总能使(20)成立, 从而得到相干叠加的受激发射几率振幅。因此最后得到的增益是:

$$G_a \propto P_e - P_a = P_e \propto |c'_1 a_{\omega_1} + \bar{c}'_2 a_{\omega_2}|^2 \tag{21}$$

对于常规自由电子激光器, 其原理图(图 4)与图 2 区别在于没有镜子 1-4 和镜子 a, b, c。回顾(3)式, (4)式, 有:

$$\left. \begin{aligned} P_e &\propto |c'_1 a_{\omega_1}|^2 + |\bar{c}'_2 a_{\omega_2}|^2 \propto \text{sinc}^2(\Delta'_{f2} L/2), \\ P_a &\propto |c_1 a_{\omega_1}^*|^2 + |\bar{c}_2 a_{\omega_2}^*|^2 \propto \text{sinc}^2(\Delta_{f2} L/2). \end{aligned} \right\} \tag{22}$$

而对于无反转自由电子激光器, 则有:

$$P_e \propto |c'_1 a_{\omega_1} + \bar{c}'_2 a_{\omega_2}|^2 = 2P_e \tag{23}$$

将(23)式代入增益表达式(21), 得到:

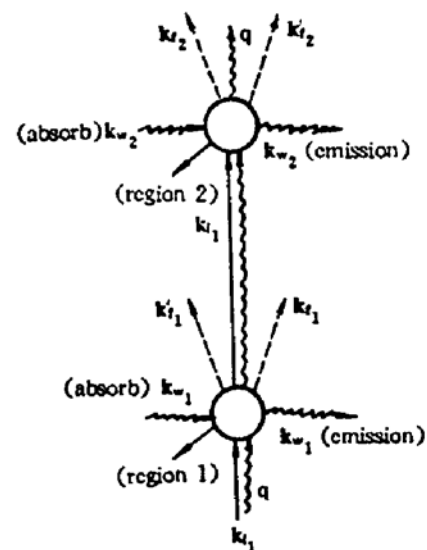


Fig. 4 Schematic diagram of the standard free-electron laser

$$\frac{G_s}{G_s} = \frac{P_c}{P_c - P_a} = \frac{2P_c}{P_c - P_a} \quad (24)$$

由 G_s 可见, 无反转自由电子激光的物理意义在于对电子分布函数 $f(\Delta)$ 无特殊限制, 即无须“粒子数反转”。

将(22)式代入(24)式, 与文献(2)相同, 令 $h = 0.01$, 可得:

$$G_s/G_s \simeq 80 \quad (25)$$

结 论 在 Kurizki, Scully 和 Keitel 的原始工作中, 仅考虑到利用相干效应消除电子受激吸收的负增益效果, 而没有利用相干性使电子受激发射的几率振幅叠加以加强正增益。这里通过增加镜子 b、c, 实现了这一相干叠加, 使增益效应放大一倍。

值得指出: 相对论电子动量极大因而波长极短。如果按本文的方案通过改变 D_2 来调节电子位相, 将对于镜子 a, b, c 的调整及稳定性提出很严的要求。但是实际的电子反射镜由电场或磁场构成, 它们都对电子位相产生极灵敏的影响。通过改变电场或磁场, 可较容易地调节 A_2 使其满足要求。如何具体实施已超出本文范围, 但其基本原理仍符合上述讨论。本文的工作对于研制逆自由电子激光加速器(IFEL)也有重要参考价值。

[附 录]

为使在区域 1, 2 受激吸收的电子最终有相同的出射动量, 由动量守恒:

$$k_{f1} \simeq k_i - k_{\omega 1}, \quad k_{f2} \simeq k_{i2} - k_{\omega 2} \quad (26)$$

略去光子动量是因为 $k_{\omega 1}, k_{\omega 2} \gg q$ 。由矢量加法不难得:

$$|k_{i1(2)}| \sin \alpha = |k_{\omega 1(2)}| \sin \beta \quad (27)$$

α, β 均于图 2 标明。对于受激发射电子, 由对称性, 镜子 b、c 应处于直线 k_{f1}, k_{i2} 上, b、c 连线平行于 Y 轴。具体坐标应由(20)式确定。

参 考 文 献

- [1] 张世昌, 自由电子激光导论. 成都, 西南交通大学出版社, 1993: 116
- [2] Jianwen Chen, Zhijiang Wang, A new idea for realizing short-length-radiation in FEL. *Chinese Journal of Lasers*, 1992, 1(1): 9~15
- [3] G. Kurizki, M. O. Scully, C. Keitel, Free-electron lasing without inversion by interference of momentum states. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, 70(10): 1433~1436
- [4] R. Bonifacio, M. O. Scully, Generalized gain-spread expressions for the free-electron laser. *Opt. Commun.*, 1980, 32(2): 291~294
- [5] A. Friedman, A. Gover, G. Kurizki *et al.*, Spontaneous and stimulated emission from quasifree electrons. *Rev. Mod. Phys.*, 1988, 60(3): 471~535

Theoretical Analysis of a New Type of Free-Electron Laser without Inversion

Cheng Ya Chen Jianwen Xiao Tiqiao Zhu Peiping Kou Leigang

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800)

(Received 20 September 1994; revised 7 November 1994)

Abstract The principle of free-electron lasing without inversion is analysed theoretically and a new design with redoubled gain is given in this paper. Two deflect mirrors are arranged to make the electron of photon emission interfere constructively.

Key words free-electron lasing without inversion, free-electron laser.