

非稳散斑场探测中的统计分析评价

裴 敏 张肇群

(华中理工大学图像技术开发公司, 武汉 430074)

摘 要 统计分析非稳散斑场光强的空间均值与系综均值的联系, 以此为依据评价非稳散斑场的探测结果, 并提出了改善探测置信度的方法。

关键词 非稳散斑场, 统计分析评价。

1 引 言

散斑干涉术的输出条纹的强度场分布由其光强的系综平均值所表示。在实际应用中, 对散斑场的探测是测量条纹输出场在某一时刻各点的光强, 由于探测器具有一定面积, 所测的光强值实际上是被测散斑场光强分布在某一空间区域上的空间均值。由于散斑干涉条纹场在统计上并非为宽平稳随机过程, 不具有各态历经性。因而实际探测中用测量光强的空间均值来代替其系综均值存在着偏差。

本文在统计意义上用区间估计的形式对该偏差的范围和出现偏差的概率作出分析和评价, 建立了实用的积分光强概率密度表达式, 探讨了在实际测量中探测器的形状、面积、散斑颗粒大小等参数对探测置信度的影响, 提出了提高探测置信度的方式。

2 积分光强的概率密度函数

为评价散斑条纹场探测时用光强的空间均值(即探测器内积分光强)代替其系综均值所引入的偏差, 引入区间估计

$$P\{\lambda_1 < I_0 - \langle I \rangle < \lambda_2\} = 1 - \alpha. \quad (1)$$

式中 $\langle I \rangle$ 表示散斑场光强的系综均值。 I_0 为探测所得光强的空间均值, 为 $\langle I \rangle$ 的一个点估计。 λ_1 和 λ_2 分别为这一估计有置信度 $1 - \alpha$ 时的置信区间。具有一定面积 S 的探测器测量的积分光强为:

$$I_0(x_0, y_0) = \frac{1}{S} \iint I(x, y) \varphi(x, y) dx dy. \quad (2)$$

式中, $I(x, y)$ 为样本在空间点的光强函数, $\varphi(x, y)$ 为探测器孔径函数。

将 $I_0(x_0, y_0)$ 展开, 可得积分光强的概率密度函数 $f_{I_0}(I_0)$ 。已有 Karhunan-Loève 变换和 Γ 函数法可分别得到二种展开式。前者涉及到探测器的具体形式, 后者适用于稳态散斑场, 均

不适用于本文所分析的情况^[1-8]。

本文用直方元的方法推导了适用于非稳散斑场的概率密度函数。将探测域中的非稳散斑场划分成 M 个直方元。设这些直方元满足以下条件：在每一个直方元中， $I(x, y)$ 为常数；各直方元的 $I(x, y)$ 统计独立，且相邻直方元 $I(x, y)$ 不同；视所有小面元中直方函数的概率密度函数为负指数函数；每直方元的平均强度为该直方元中心点处的系综平均强度；本文所考察的是一维余弦条纹的非稳散斑场，直方元在 y 方向数目为 1， x 方向数目为 m 。则具有总数 $M = m$ 个直方元的探测域积分强度的直方表达式为：

$$I_0(x_0, y_0) = \frac{1}{S} \int \sigma \varphi(x, y) I(x, y) dx dy = \frac{1}{S} \sum_{k=1}^m \varphi_k I_k. \quad (3)$$

包含所有直方元的积分斑纹的近似特征函数为：

$$M_{I_0}(iv) = \prod_{k=1}^m \frac{1}{1 - iv \langle I_k \rangle / m}. \quad (4)$$

其中 φ_k 为每一直方元的面积， I_k 为系综均值。考虑到各直方元的光强系综均值会有重复，因此，

$$M_{I_0}(iv) = \prod_{k=1}^{m-p} \frac{1}{1 - iv \langle I_k \rangle / m} \cdot \prod_{k=m-p+1}^m \frac{1}{1 - iv \langle I_k \rangle / m}. \quad (5)$$

式中 p 表示有 p 个直方元系综均值重复。积分光强的概率密度函数为特征函数的傅里叶变换：

$$P_{I_0}(I_0) = F^{-1} \{M_{I_0}(iv)\}. \quad (6)$$

经化简，得概率密度函数的表达式为：

$$P_{I_0}(I_0) = \sum_{k=1}^{m-p} \left[\exp \left(- \frac{I_0}{\langle I_k \rangle / m} \right) / \frac{\langle I_k \rangle}{m} \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^{m-p} \left(1 - \frac{\langle I_l \rangle}{\langle I_k \rangle} \right) \right] \\ \cdot \sum_{k=m-p+1}^m \left[\exp \left(- \frac{I_0}{\langle I_k \rangle / m} \right) / \frac{\langle I_k \rangle}{m} \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^m \left(1 - \frac{\langle I_l \rangle}{\langle I_k \rangle} \right) \right] \quad (7)$$

式中， $\langle I_k \rangle$ 为某一直方元中积分斑纹的光强系综平均值。(7)式反映了非稳散斑场光强的空间均值的性质，须满足以下三个约束条件：

1) $\int_0^{\infty} P_{I_0}(I_0) dI_0 = 1$ ；即函数在正区间上的积分恒为 1。

2) $E(I_0) = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \langle I_k \rangle$ ，即积分光强的系综均值等于各直方元光强系综均值的算术平均值。

3) $P_{I_0}(0) \Big|_{I_0=0} = 0$ ，即保证探测器中至少存在一个散斑。

本文所分析的这一概率密度函数表达式较 $K-L$ 变换式和 Γ 函数变换式更为实用，可适用于分析非稳散斑场的探测。

3 非稳散斑场探测的区间估计

将区间估计式(1)变形为积分形式：

$$\int_{Z_2}^{Z_1} P_{I_0}(I_0) dI_0 = 1 - \alpha, \quad (8)$$

其中， $Z_1 = (\lambda_1 + \langle I_r \rangle) / \langle I_r \rangle$ ， $Z_2 = (\lambda_2 + \langle I_r \rangle) / \langle I_r \rangle$ 。近似地采用探测器中心点的系综均值作

为被估计量。

设本文所讨论的散斑场是一直条纹的余弦型干涉场，其系综均值在 x 方向呈余弦变化，在 y 方向上为平稳散斑场。实际的探测方式是用探测器顺序逐段探测余弦条纹的全周期，对探测置信度的评价也逐段进行。

设 x 方向散斑场的系综均值用下式表示：

$$\langle I \rangle = 1 + W \cos (2\pi x/T_x) \tag{9}$$

式中 W 为条纹反衬度， T_x 为周期。设 L_t 为探测器宽度，且对第一周期作 N 次探测，则：

$$T_x = N L_t \tag{10}$$

用计算机计算了逐段探测时满足约束条件的概率密度函数，对用积分光强估计系综光强的探测置信度作出了评价。表 1 表示当 $N = 8$ 、 $L_t = T/8$ 时余弦条纹各段探测时对于不同 m 数的置信度，* 号表示的是非单调区间(系综均值出现极值)的情况。

Table 1. The degree of confidence on every parts of consine fringer about different value of m

$1 - \alpha$ degree \ M	1	2	3	4	5	6
$[-22.5, 22.5]$	0.08804	0.14280	0.13717	0.05498	0.04677	0.04677
$[0, 45]$	0.10248	0.15027	0.18596	0.21550	0.21550	0.21550
$[45, 90]$	0.08547	0.12422	0.15363	0.17806	0.19934	0.21840
$[90, 135]$	0.18466	0.26307	0.32009	0.36583	0.40424	0.43737
$[135, 180]$	0.32781	0.40176	0.42570	0.42423	0.40893	0.38603
$[157.5, 202.5]$	0.38340	0.47059	0.65247	0.65247	0.65247	0.65247
$[180, 225]$	0.32786	0.40187	0.42587	0.42447	0.40922	0.38634
$[225, 315]$	0.08540	0.12422	0.15363	0.17806	0.19934	0.21843
$[337.5, 352.5]$	0.08804	0.14280	0.13717	0.05498	0.04677	0.04677

通过计算机模拟计算表明，探测器面积以及所含散斑数目 m 、条纹的宽度及对比度对测量置信度都有影响。表 2 所示为散斑颗粒线度 S_c 及探测域宽 L_t 对测量置信的影响。可看出，散斑颗粒愈细，探测器中所含散斑数愈多，探测的置信度愈高。表 2 有关参数为， $Z_1 = 0.9$ ， $Z_2 = 1.1$ ， $W = 0.9$ 。

Table 2. The degree of confidence about different value of speckle size and the slit width

$1 - \alpha$ L_t \ S_c	$T/4$	$T/8$	$T/16$	$T/32$	$T/64$
$T/32$	0.07966	0.07966	0.07966	0.07966	0.11696
$T/16$	0.10238	0.10238	0.10238	0.15001	0.18549
$T/8$	0.10248	0.10238	0.15027	0.21550	0.21550
$T/4$	0.11536	0.16785	0.23941	0.29263	0.29263

4 提高探测置信度的狭缝探测方式

上述分析结果表明，探测器中所包含的散斑颗粒愈多愈细，探测置信度愈高。但在探测器的宽度以及它在非稳散斑场中位置确定时，由于约束条件 1) 的限制，不可能仅靠在 x 方向增加散斑数 m 来提高置信度。可考虑在表现稳态散斑场性质的 y 方向增加散斑数目来改善探

测量置信度。这就是有实用意义的狭缝探测方式。

设探测器中 x 方向有 m_a 个散斑, y 方向有 m_b 个散斑。则概率密度函数由(7)式可变化为:

$$P_{I_0}(I_0) = [P_{I_0}(I_0)]^{*m_b} \quad (11)$$

式中, $* m_b$ 表示 m_b 重卷积, 经计算机计算知 m_b 越大, 探测的置信度越高。表 3 证实了狭缝探测器的作用, 当 x 方向 m_b 数不再提高时, y 方向 m_b 数的增大可改善置信度。表明在探测中, 最佳的探测器形状为一沿条纹伸长的狭缝, 且狭缝宽度大于等于一个散斑线度。表 3 中其他参数为 $Z_1 = 0.9, Z_2 = 1.1, N = 8, W = 0.9, L_t = T/8$ 。

Table 3. The function of the slit detector

M_b \ M_a	1	2	3
1	0.11536	0.16785	0.20698*
2	————	————	0.31342
4	————	————	0.45428
8	————	————	0.60996
16	————	————	0.71811
32	————	————	0.72001**
64	————	————	0.62929
128	————	————	0.39045
256	————	————	0.04816

5 区间估计的选择对测量置信度的影响

表 3 中 * * 后的探测置信度随 M 数的增加而下降, 这一现象是由区间估计的近似择造成的。

根据 Liaponov 中心极限定理, 由直方式 $I_0 = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m I_k$ 可知, 当 m 数足够大时, I_0 近似服

从正态分布, 其均值和方差分别为:

$$\langle I_0 \rangle = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \langle I_k \rangle = \sum_{k=1}^m \frac{\langle I_k \rangle}{m}, \quad (12)$$

$$B_k^2 = \sum_{k=1}^m \sigma_k^2 \quad (\sigma_k \text{ 为各直方元的方差}), \quad (13)$$

由分析可知, 当 m 越来越大时, B_k^2 越来越小。积分光强的概率密度函数分布的方差越小, I_0 落在均值 $\mu = 1/m \sum_{k=1}^m \langle I_k \rangle$ 附近的概率越大。计算机计算的概率密度函数族可证实这一结果, 如图 1 所示。

若在探测时, 区间估计的选择与概率密度函数的

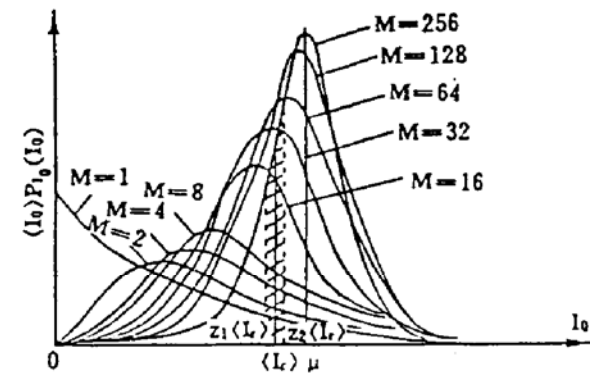


Fig. 1 The curve series about the probability density function of the spatial average of the intensity

的均值 $\frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \langle I_k \rangle$ 之间存在偏差, 则当 m 增大时积分光强的概率密度函数分布趋于高斯分布, 集中于 μ 值。实际的探测对象是针对探测域中的某一点(前面分析中指出选为中心点)处的系综光强值, 因此探测偏差必然存在。为弥补这一不足, 在实际应用中, 可选用窄的狭缝探测器, 并选择探测器中心处的系综光强为探测对象, 减小偏差, 提高置信度。

6 实验与结论

实验测量了如图 2 所示的一直条纹非稳散斑场二相邻条纹的分布。采用不同长宽比的探测器测量图 2 的条纹的光强空间均值曲线如图 3 所示。由图 3 看出, 狭缝探测器具有明显的改善探测效果的作用。图中, L_t 为狭缝长度。

本文对非稳散斑场光强空间均值与系综均值的统计分析为非稳散斑场条纹的测量提供了



Fig. 2 The detected speckle finger field in the experiment

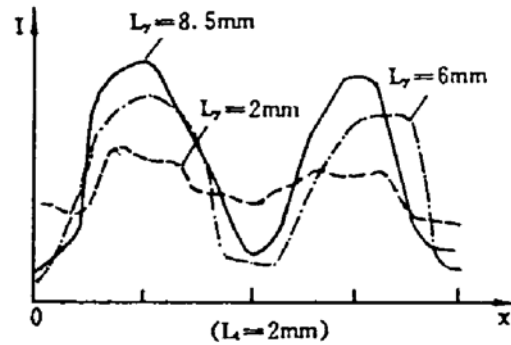


Fig. 3 The results about different detectors of the experiment

理论依据和改善探测置信度的方式。为分析简明起见，只讨论了一维余弦型非稳散斑场，若分析其他型式条纹的非稳散斑场，也可依同样的方法进行。

参 考 文 献

- [1] J. C. Dainty, Detection of images imersed in speckle noise. *Opt. Acta.*, 1971, 18(5) : 327~329
- [2] R. Barakat, First-order probability densities of laser speckle patterns observed through finite-size scening aperture. *Opt. Acta.*, 1973, 20(9) : 729~740
- [3] R. A. Scribot, First-order probalbility density functions of speckle measured with a finite aperture. *Opt. Commun.*, 1974, 11(3) : 238~241
- [4] S. O. Rice, *In Selected Paperson Noise and Statistical Process*, ed. by Wax, Dover Press, New York, 1954
- [5] L. Merdel, Fluctuations of phtotn beams: The distribution of the photo-electrons. *Proc. Phys. Soc.*, 1959, 74 (475~480) : 233~243
- [6] J. W. Goodman, Some effects of tatget-induced scintillation on optical radar performance. *Proc. IEEE*, 1965, 53 (11) : 1688~1700
- [7] J. C. Dainty, 激光散斑及其有关现象. 北京, 科学出版社, 1981
- [8] 福永圭之介, 统计图形识别导论. 北京, 科学出版社, 1978

The Statistic Analysis and Evaluation About the Measurement of the Non-Stationary Speckle Field

Pei Min Zhang Zhoqun

(Image Technology Development Company, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

(Received 3 June 1994; revised 21 November 1994)

Abstract In this paper, we discribe the relationship between the spacial average and the statistical average of the intensity of the non-stationary speckle field in order to analysis the testing and calculation problem about non-stationary field.

Key words non-stationary speckle field, statistical analysis and evaluation.