

两个二能级原子与辐射场的量子动力学性质*

刘三秋 杨千里 李佛铨 刘世炳

(江西师范大学物理系, 南昌 330027)

摘 要 用完全量子化方法研究两个二能级原子与腔场相互作用过程中, 原子能级占居几率与辐射场的量子动力学性质, 讨论了原子间耦合及激发场强对上述性质的影响, 揭示了原子耦合与原子-场相互作用之间的联系。

关键词 原子耦合, 原子能级占居几率, 辐射场。

文献[1~7]研究了初始处于最高激发态的各能级结构的单原子与腔场相互作用的众多非线性非经典特性, 如: 原子反转度的崩塌与复苏, 光场的聚束与反聚束效应及压缩现象等等。而对两个以上的原子体系与腔场相互作用的研究, 则使问题更具有实际意义^[8]。本文讨论在光学共振腔中, 两个分别处于激发态和基态的全同二能原子与单模场的相互作用, 研究原子能级占居几率的量子动力学性质, 着重分析两原子间耦合的强弱对上述性质的影响, 得出了许多与单原子系统完全不同的新结果。

1 理论模型

考虑如图1所示的两能联型二能级原子结构。设原子 I 和原子 II 的上、下能级分别是 $|a\rangle$ 、 $|b\rangle$ 和 $|c\rangle$ 、 $|d\rangle$ 。初始时刻原子 I 处于基态 $|b\rangle$, 原子 II 处于激发态 $|c\rangle$, 该双原子体系与腔场相互作用的哈密顿量在 RWA 近似下为:

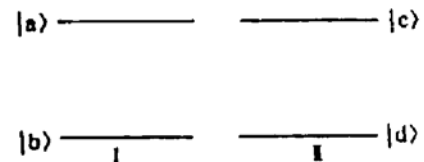


Fig. 1 Two two-level atoms in cavity field

$$H' = \lambda_1 a^+ \sigma_1^- + \lambda_1 a^- \sigma_1^+ + \lambda_2 a^+ \sigma_2^- + \lambda_2 a^- \sigma_2^+ + g(\sigma_1^+ \sigma_2^- + \sigma_2^+ \sigma_1^-) \quad (1)$$

式中 σ_i^+ 、 σ_i^- ($i = 1, 2$) 为原子能级的上升、下降算符, a^+ 、 a^- 为场的产生、湮灭算符, λ_i ($i = 1, 2$) 为原子与场的耦合系数, g 为两原子间的耦合系数。 $t = 0$ 时刻, 原子-场系统的态矢为:

$$|\psi(0)\rangle = \sum_m F(m) |b, c, m\rangle \quad (2)$$

式中 $F(m)$ 为光子数的统计分布。 $t > 0$ 后, 原子与腔场的相互作用使该系统的态矢演化

* 江西省自然科学基金资助的课题。

收稿日期: 1994年12月19日; 收到修改稿日期: 1994年4月20日

$$|\psi(t)\rangle = \sum_m F(m) [A_m(t) |b, c, m\rangle + B_{m+1}(t) |b, d, m+1\rangle + C_m(t) |a, d, m\rangle + D_{m-1}(t) |a, c, m-1\rangle] \quad (3)$$

该态矢满足薛定谔方程: $i \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = H_I |\psi(t)\rangle \quad (4)$

将(3)式代入(4)式得如下方程组:

$$\left. \begin{aligned} iA_m(t) &= \lambda_1 \sqrt{m} D_{m-1}(t) + \lambda_2 \sqrt{m+1} B_{m+1}(t) + gC_m(t) \\ iB_{m+1}(t) &= \lambda_1 \sqrt{m+1} C_m(t) + \lambda_2 \sqrt{m+1} A_m(t) \\ iC_m(t) &= \lambda_1 \sqrt{m+1} B_{m+1}(t) + \lambda_2 \sqrt{m} D_{m-1}(t) + gA_m(t) \\ iD_{m-1}(t) &= \lambda_1 \sqrt{m} A_m(t) + \lambda_2 \sqrt{m} C_m(t) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

解方程(5)得:

$$\left. \begin{aligned} A_m(t) &= [\alpha \exp(ik_1 t) + \beta \exp(ik_2 t) + r \exp(igt)]/2, \\ C_m(t) &= [a \exp(ik_1 t) + \beta \exp(ik_2 t) - r \exp(igt)]/2 \\ B_{m+1}(t) &= \exp(ik_1 t) [(v_1 + v_2)v_2 a/k_1 - a(k_1 + g)/2] \\ &\quad + \exp(ik_2 t) [(v_1 + v_2)v_2 \beta/k_2 - \beta(k_2 + g)/2] - v_1 \delta \\ D_{m-1}(t) &= \exp(ik_1 t) [(v_1 + v_2)v_1 \alpha/k_1 - \alpha(k_1 + g)/2] \\ &\quad + \exp(ik_2 t) [(v_1 + v_2)v_1 \beta/k_2 - \beta(k_2 + g)/2] - v_2 \delta \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: $\left. \begin{aligned} \gamma &= 1, & \alpha &= (k_2 + g)/(k_2 - k_1), & \beta &= (k_1 + g)/(k_1 - k_2), \\ \delta &= (v_1 + v_2)(k_1 + k_2 + g)/k_1 k_2, & k_1 &= -[g + \sqrt{g^2 + 8(v_1^2 + v_2^2)}], \\ k_2 &= -[g - \sqrt{g^2 + 8(v_1^2 + v_2^2)}]. \end{aligned} \right\} \quad (7)$

原子-场系统的密度算符可表示为:

$$\begin{aligned} \rho(t) &= |\psi(t)\rangle \langle \psi(t)| \\ &= \sum_m \sum_{m'} F(m) F^*(m') [A_m(t) A_{m'}^*(t) |b, c, m\rangle \langle b, c, m'| + C_m(t) C_{m'}^*(t) |a, d, m\rangle \langle a, d, m'| \\ &\quad + D_{m-1}(t) D_{m'-1}^*(t) |a, c, m-1\rangle \langle a, c, m'-1| + B_{m+1}(t) B_{m'+1}^*(t) |b, d, m+1\rangle \langle b, d, m'+1| \\ &\quad + A_m(t) C_{m'}^*(t) |b, c, m\rangle \langle a, d, m'| + A_m(t) D_{m'-1}^*(t) |b, c, m\rangle \langle a, c, m'-1| \\ &\quad + A_m(t) B_{m'+1}^*(t) |b, c, m\rangle \langle b, d, m'+1| + C_m(t) A_{m'}^*(t) |a, d, m\rangle \langle b, c, m'| \\ &\quad + C_m(t) D_{m'-1}^*(t) |a, d, m\rangle \langle a, c, m'-1| + C_m(t) B_{m'+1}^*(t) |a, d, m\rangle \langle b, d, m'+1| \\ &\quad + D_{m-1}(t) A_{m'}^*(t) |a, c, m-1\rangle \langle b, c, m'| + D_{m-1}(t) C_{m'}^*(t) |a, c, m-1\rangle \langle a, d, m'| \\ &\quad + D_{m-1}(t) B_{m'+1}^*(t) |a, c, m-1\rangle \langle b, d, m'+1| + B_{m+1}(t) A_{m'}^*(t) |b, d, m+1\rangle \langle b, c, m'| \\ &\quad + B_{m+1}(t) C_{m'}^*(t) |b, d, m+1\rangle \langle a, d, m'| + B_{m+1}(t) D_{m'}^*(t) |b, d, m+1\rangle \langle a, c, m'|] \quad (8) \end{aligned}$$

辐射场的平均光子数可由下式求得:

$$\langle n(t) \rangle = T_r[\rho(t)n(t)] = n + \sum_m P(m) [|B_{m+1}(t)|^2 - |D_{m-1}(t)|^2] \quad (9)$$

原子各能级的占居几率可由下式求得:

$$\begin{aligned} W_A(t) &= \sum_m P(m) |A_m(t)|^2, & W_B(t) &= \sum_m P(m) |B_{m+1}(t)|^2, \\ W_C(t) &= \sum_m P(m) |C_m(t)|^2, & W_D(t) &= \sum_m P(m) |D_{m-1}(t)|^2 \end{aligned} \quad (10)$$

其中: $P(m) = F(m) F^*(m) = (\bar{n}^m/n!) \exp(-\bar{n})$ 为腔场初始处于相干态的光子统计分布。

2 结果分析

对(10)式进行数值计算的结果如图 2 和图 3 所示。当 $\bar{n} = 0$, 并取 $g = 0$ 时, 从图 2(a)发

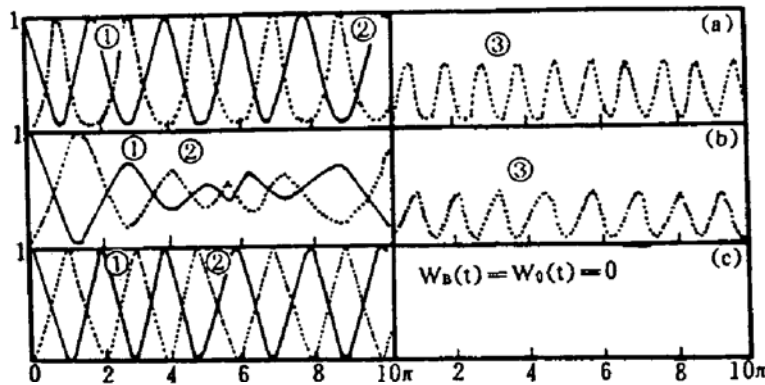


Fig. 2 The curves ①、② and ③ are the evolution of $W_A(t)$, $W_C(t)$ and $W_B(t)$ respectively when $\bar{n} = 0$, $W_D(t)$ remains zero throughout; (a) $g = 0$, (b) $g = 0.2$ (c) $g = 16$

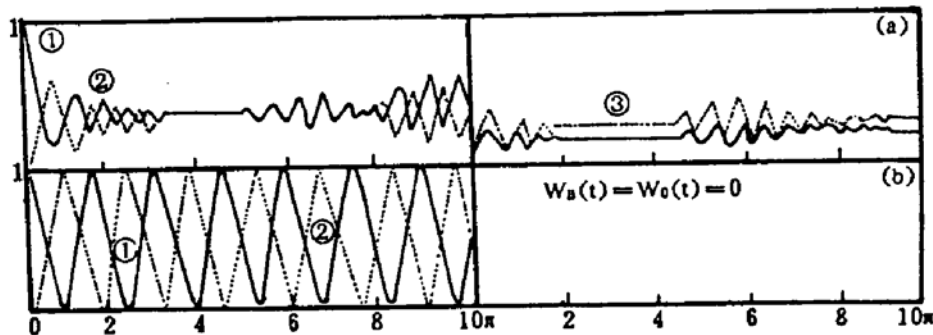


Fig. 3 The curves ①、②、③ and ④ are the evolution of $W_A(t)$, $W_C(t)$, $W_B(t)$ and $W_D(t)$ respectively when $\bar{n} = 8$; (a) $g = 0$, (b) $g = 12$

现 $W_A(t)$ 与 $W_C(t)$ 以 1 为振幅周期振荡, 且有反相规律, $W_B(t)$ 以 0.5 为振幅周期振荡, $W_D(t)$ 始终为零。注意到(3)式中 $A_m(t)$ 、 $C_m(t)$ 、 $B_{m+1}(t)$ 和 $D_{m-1}(t)$ 所表达的物理意义, 可以看到: 原子 I 和原子 II 轮流处于其各自的基态与激发态。在 $W_A(t)$ 与 $W_C(t)$ 两曲线的交界处, $W_A(t) = W_C(t) = 0.25$, 表明体系处于这两种原子状态的几率均为 0.25, 同时在此处, $W_B(t) = 0.5$, 这反映了原子间无耦合时体系的能量转换机制。由(9)式可知, 这时体系自发辐射是一个幅度为 0.5 的规则振荡。随着 g 的增大, $W_A(t)$ 与 $W_C(t)$ 出现了衰减与恢复的现象。 $W_B(t)$ 逐渐减小, 由于 $W_D(t)$ 始终为零, 因此, 该体系对腔场的辐射逐渐减小, 体系初始具有的能量逐渐封闭于原子之内(如图 2(b) 所示)。当 $g = 16$ 时, $W_B(t) = W_D(t) = 0$, 这时两原子体系对腔场的能量贡献部分 $(\langle n(t) \rangle - \bar{n} = 0)$, 值得注意的是: 这时的 $W_A(t)$ 与 $W_C(t)$ 出现了完全反相的规则振荡, 且在 $W_A(t)$ 与 $W_C(t)$ 的交点处, $W_A(t) = W_C(t) = 0.5$ (图 2(c)), 这时的两原子系统就象一个完全的非线性振荡器, 两原子初始具有的能量完全用于这两种量子状态的转换, 并且这种转换不需通过腔场来完成, 这显示出体系与 $g = 0$ 时不同的能量转换机制。

当 $\bar{n} = 8$, 并取 $g = 0$ 时, 由图 3(a) 可见: $W_A(t)$ 与 $W_C(t)$ 出现崩塌与复苏现象。在初始时刻后的一段时间以及远离衰减期后的恢复期间, $W_A(t)$ 与 $W_C(t)$ 两曲线仍有反相规律, 但在衰减期以及随后的恢复期间, 两曲线基本重合, 这揭示了体系自发辐射与受激辐射的不同机制。但在这种情况下, $W_D(t)$ 始终不为零, 且与 $W_B(t)$ 曲线十分接近, 表现出两原子的同步跃迁效应^[8], 这从另一方面显示了该体系的自发辐射与受激辐射的不同之处。随着 g 的逐渐增大, $W_A(t)$ 与 $W_C(t)$ 的衰减与恢复期逐渐缩短, 两者的反相规律愈趋明显与规则, $W_B(t)$ 和

$W_b(t)$ 的振幅逐渐减小。当 $g = 12$ 时, $W_b(t)$ 和 $W_d(t)$ 减小为零, 这说明: 即使激发场较强, 耦合较强的两个原子也不可能出现同步跃迁现象, 而 $W_a(t)$ 与 $W_c(t)$ 呈现出规则的反相振荡, 在 $W_a(t)$ 与 $W_c(t)$ 的交界处, 有 $W_a(t) = W_c(t) = 0.5$, 如图 3(b) 所示。

继续增大 \bar{n} , 结果发现: 在 $8 \leq \bar{n} \leq 32$ 的区域内, $W_b(t)$ 和 $W_d(t)$ 均为零, 当 $\bar{n} > 32$ 时, 只有在不增大 g 时才出现 $W_b(t)$ 和 $W_d(t)$ 略大于零的现象, 一旦增大 g , 则又将出现 $W_b(t) = W_d(t) = 0$ 的结果。

结 论 通过上述的计算与分析发现: 原子间耦合及激发场的变化对体系的动力学性质有重要的影响。当激发场强 $\bar{n} = 0$, 原子间的耦合系数 $g = 0$ 时, 体系对腔场的自发辐射呈现出振荡规律; 随着 g 的增大, 自发辐射逐渐减小, 当 $g = 16$ 时, 原子初始具有的能量完全封闭于体系内部, 仅用于两原子各种量子状态的调整上, 这种原子间的能量交换不需通过腔场来完成。当 $\bar{n} = 8$, 且 $g = 0$ 时, 两原子出现了同步跃迁现象, 从而产生了同步有序辐射; 当 g 增大时, 同步跃迁效应逐渐减弱, 直到消失 ($g = 12$ 时)。结果表明: 原子间耦合作用的增强, 使原子与腔场之间的惯性作用减弱, 从而削弱了原子与腔场间的相互作用。

参 考 文 献

- [1] J. H. Eberly, N. B. Narozhny, J. J. Sanchez-Mondragon, Periodic spontaneous collapse and revival in a simple quantum model. *Phys. Lett.*, 1980, **44**(20): 1323~1326
- [2] X. S. Li, C. D. Gong, Coherent properties of the stimulated emission from a three-level atom. *Phys. Rev. (A)*, 1986, **33**(4): 2801~2804
- [3] X. S. Li, Y. N. Peng, Quantum properties of the three-level atom interacting with radiation fields. *Phys. Rev. (A)*, 1985, **32**(3): 1501~1514
- [4] S. B. Liu, Quantum statistical properties of modes in a three-level atom with multiphoton transition interacting with two cavity fields. *Opt. Engng.*, 1993, **32**(1): 72~76
- [5] R. R. Puri, G. S. Agarwal, Collapse and revival phenomena in the Jaynes-Cummings model with cavity damping. *Phys. Rev. (A)*, 1986, **33**(5): 3610~3613
- [6] P. Meystre, M. S. Zubairy, Squeezed state in the Jaynes-Cummings model. *Phys. Rev. (A)*, 1982, **89**(8): 390~392
- [7] S. Y. Zhu, Z. D. Liu, X. S. Li, Squeezing in a three-level Jaynes-Cummings model. *Phys. Lett.*, 1988, **128**(1~2): 89~96
- [8] 刘三秋, 刘正东, 李弗全等, 两个级联型三能级原子受激辐射的非线性性质. *物理学报*, 1991, **40**(7): 1049~1056

The Quantum Dynamic Properties of Two Two-Level Atoms and Its Radiation Field

Liu Sanqiu Yang Qianli Li Fuquan Liu Shising

(Department of Physics, Jiangxi Normal University, Nanchang 330027)

(Received 19 December 1994; revised 20 April 1995)

Abstract The quantum dynamic properties of atomic level occupation probability and its radiation field are studied by the quantised treatment, and the influence of atomic coupling and exciting field on the aforementioned properties is discussed in detail. The relation between the coupling of two atoms and the interaction of atom-cavity is revealed.

Key words atomic coupling, atomic level probability, radiation field.