

电磁波在多层介质内的透射

刘新芽

(中国高等科学技术中心和南昌大学物理系, 南昌 330047)

摘 要 推导了多层介质中透射电磁波的电场振幅与介质表面入射电磁波电场振幅之间的关系式, 引入了一个母函数, 通过微分可以生成介质各层中的透射波。

关键词 多层介质, 透射电磁波, 母函数。

1 引 言

近来, 关于电磁波在介质板和层状介质中的传播规律的研究增加了^[1~4], 已发展了几种不同的理论方法。本文讨论多层介质内电磁波的透射, 导出介质各层内透射波与表面入射平面波的关系式。结果表明, 对介质内各层面的一次接一次的透射过程可用一个母函数生成, 母函数是由在入射波函数相位中增加一个与各层介质性质有关的外源项构成的。

2 透射波的振幅

考虑一块 n 层总厚度为 L 的层状介质, 每层介质均匀, 介电常数为 $\epsilon^{(i)}$, 磁导率为 $\mu^{(i)}$, 其外部空间充满另一种均匀介质 $\epsilon^{(0)}$ 、 $\mu^{(0)}$, 设有一平面电磁波从 $\epsilon^{(0)}$ 、 $\mu^{(0)}$ 介质空间入射到层状介质表面, 部份透入其内部, 然后出射出去。置坐标原点于层状介质表面, z 轴与表面垂直且使层状介质处于 $0 < z < L$ 空间, 并选取 x 轴位于电磁波的入射面内。

设层状介质内各层的分界面的 z 坐标为 $z_i (i = 0, 1, 2, \dots, n; z_0 = 0, z_n = L)$ 。首先讨论界面 z_n , 与之相邻的介质层内的场为

$$\left. \begin{aligned} \epsilon &= E_i^{(n)} \exp [j(\omega t - \mathbf{k}^{(n)} \cdot \mathbf{r})] + E_r^{(n)} \exp [j(\omega' t - \mathbf{k}'^{(n)} \cdot \mathbf{r})] & z_{n-1} < z < z_n \\ \epsilon &= E_t^{(n+1)} \exp [j(\omega'' t - \mathbf{k}^{(n+1)} \cdot \mathbf{r})] & z_n < z \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中脚标 i 代表入射波, r 代表反射波, t 代表透射波, $(n+1)$ 代表 $z > z_n$ 空间。相应的磁场可以从法拉弟定律得到

$$\nabla \times \epsilon = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (2)$$

电磁场必须满足波动方程和边界条件。在界面 $z = z_n$ 电场和磁场的切向分量必须连续, 这意味着频率相同、各波矢的 x 分量相同以及 $\mathbf{k}'^{(n)}$ 的 z 分量与 $\mathbf{k}^{(n)}$ 的 z 分量大小相等方向相

反。

边界条件还给出关于场的振幅的方程组。这个方程组又可分为两个独立的方程组, 分别对应于入射波的电场垂直或平行于入射面。而且这两个方程组有相同的构造^[5]:

$$E_i^{(n)} + E_r^{(n)} = E_i^{(n+1)}, \quad E_i^{(n)} - E_r^{(n)} = I_{n, n+1} E_i^{(n+1)} \quad (3)$$

其中

$$E_i^{(n)} = E_i^{(n)} \exp(-j k_z^{(n)} z_n), \quad E_r^{(n)} = E_r^{(n)} \exp(j k_z^{(n)} z_n), \\ E_i^{(n+1)} = E_i^{(n+1)} \exp(-j k_z^{(n+1)} z_n). \quad (4)$$

而

$$I_{\perp, j} = \mu^{(i)} k_z^{(j)} / \mu^{(j)} k_z^{(i)}, \quad I_{\parallel, j} = \epsilon^{(i)} k_z^{(j)} / \epsilon^{(j)} k_z^{(i)} \quad (5)$$

求解方程组(3)可以得到

$$E_r^{(n)} = R^{(n)} E_i^{(n)}, \quad E_i^{(n+1)} = T^{(n)} E_i^{(n)} \quad (6)$$

其中

$$R^{(n)} = \begin{bmatrix} -r_{n, n+1}^{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & r_{n, n+1}^{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & r_{n, n+1}^{\parallel} \end{bmatrix}, \quad T^{(n)} = \begin{bmatrix} I_{n, n+1}^{\parallel} t_{n, n+1}^{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & t_{n, n+1}^{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\epsilon^{(n)}}{\epsilon^{(n+1)}} t_{n, n+1}^{\parallel} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$r_{i, j} = (1 - I_{i, j}) / (1 + I_{i, j}), \quad t_{i, j} = 2 / (1 + I_{i, j}) \quad (8)$$

接着考虑界面 $z = z_{n-1}$, 边界条件给出

$$E_i^{(n-1)} + E_r^{(n-1)} = E_i^{(n)} + E_r^{(n)} \exp[-j k_z^{(n)} (z_n - z_{n-1})], \\ E_i^{(n-1)} - E_r^{(n-1)} = I_{n-1, n} \{E_i^{(n)} - E_r^{(n)} \exp[-j k_z^{(n)} (z_n - z_{n-1})]\} \quad (9)$$

由于在同一层介质中波的振幅是相同的, 因而有

$$E_i^{(n)} = E_i^{(n)} \exp[-j k_z^{(n)} (z_n - z_{n-1})] \quad (10)$$

再运用(6)式, 则方程组(9)可化为

$$E_i^{(n-1)} + E_r^{(n-1)} = E_i^{(n)}, \quad E_i^{(n-1)} - E_r^{(n-1)} = I_{n-1, n} E_i^{(n)}. \quad (11)$$

$$E_i^{(n)} = [1 + R^{(n)} \exp(-j \phi^{(n)})] E_i^{(n)}, \quad \phi^{(n)} = 2 k_z^{(n)} (z_n - z_{n-1}) \quad (12)$$

$$I_{n-1, n} = [1 - R^{(n)} \exp(-j \phi^{(n)})] / [1 + R^{(n)} \exp(-j \phi^{(n)})],$$

方程(11)的解为

$$E_r^{(n-1)} = R^{(n-1)} E_i^{(n-1)}, \quad E_i^{(n)} = T^{(n-1)} E_i^{(n-1)} / [1 + R^{(n)} \exp(-j \phi^{(n)})], \quad (13)$$

依次类推, 对于界面 $z = z_{n-m}$, 可以得到

$$E_r^{(n-m)} = R^{(n-m)} E_i^{(n-m)}, \quad E_i^{(n-m+1)} = T^{(n-m)} E_i^{(n-m)} / [1 + R^{(n-m+1)} \exp(-j \phi^{(n-m+1)})] \quad (14)$$

根据(6)、(10)、(13)和(14)可以得到透过界面 $z = z_m$ 的电磁波电场振幅为

$$E_i^{(m+1)} = \left\{ \prod_{p=0}^m T^{(p)} \exp(j z_p \Delta k_z^{(p)}) / [1 + R^{(p+1)} \exp(-j 2 k_z^{(p+1)} \Delta z_{p+1})] \right\} E_i^{(0)}. \quad (15)$$

其中 $E_i^{(0)}$ 为表面入射波的振幅, 并且

$$\Delta k_z^{(p)} = k_z^{(p+1)} - k_z^{(p)}, \quad \Delta z_{p+1} = z_{p+1} - z_p, \quad (16)$$

3 母函数

层状介质各层中的透射电磁波可由一个母函数生成。为此, 令

$$L^{(p)} = T^{(p)} \exp [jz_p \Delta k_z^{(p)}] / \{1 + R^{(p+1)} \exp [-j2k_z^{(p+1)} \Delta z_{p+1}]\} \quad (17)$$

并引入函数

$$W^{(0)} = E_i^{(0)} \exp [j \sum_p L^{(p)} J^{(p)}] \quad (18)$$

则层状介质内任一层面 $z = z_m$ 的透射电磁波的振幅表示式(15)可由函数 $W^{(0)}$ 对 J_p 连续求导得到:

$$E_t^{(m+1)} = \left(\prod_{p=0}^m \frac{\partial}{j \partial J^{(p)}} \right) W^{(0)} \Big|_{J^{(p)} \rightarrow 0} \quad (19)$$

因此, $W^{(0)}$ 是透射电磁波的振幅的母函数。

当需要显示透射波的相位时, 可以引入函数

$$W = W^{(0)} \exp [j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})] = E_i^{(0)} \exp [j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \sum_p L^{(p)} J^{(p)})] \quad (20)$$

将 W 对 $J^{(p)}$ 连续求导可以得到各层介质中的透射电磁波的电场

$$E_t^{(m+1)} = \left(\prod_{p=0}^m \frac{\partial}{j \partial J^{(p)}} \right) W \Big|_{J^{(p)} \rightarrow 0} \quad (21)$$

其中波矢 \mathbf{k} 应换成 $\mathbf{k}^{(m+1)}$ 。因此, W 是层状介质中透射电磁波的母函数。

从母函数表示式(20)可以看出, 透射电磁波的母函数是由电磁波函数的相位中增添外源项 $\sum_p L^{(p)} J^{(p)}$ 构成的。外源项反映了层状介质各层界面对电磁波传播的影响。

结 语 从电磁场的边界条件出发推导了层状介质内透射波与表面入射平面波之间的关系式, 并引入了一个母函数, 应用简单的微商运算可从母函数得到各介质层的透射波。当入射波是波束时, 可采用角谱法表示波束^[5], 其中的每一个平面波分量对介质的透射都可由一个相应的母函数生成。

本文导出的(15)式是多层介质中透射波振幅与入射波振幅之间的普遍性的关系式。Pomer 和 Navasquillo 曾研究过 2 个介质层面时各层面反射波、透射波的振幅与入射波振幅之间的关系^[1], 他们的结果与本文(15)式中取 $m = 1, p = 0, 1$ 所得结果相符。因此, 文献[1]中的数值计算结果和绘制的图对本文是适用的, 可作为一个例证。

参 考 文 献

- [1] F. Pomer, J. Navasquillo, The fields of a bounded electromagnetic beam propagating through an air gap between two dielectrics for frustrated total reflection. *Am. J. Phys.*, 1990, **58**(8): 763~768
- [2] M. P. Bakhturin, Resonant rotation of a mirror-reflected wave in a layered structure. *Phys. Lett. (A)*, 1992, **162**(6): 485~492
- [3] V. Palleschi, M. de Rosa, S. Rastelli, Theoretical study of electromagnetic waves propagation in random layered media. *Phys. Lett. (A)*, 1993, **172**(4): 256~262
- [4] F. Albiol, S. Navas, M. V. Anders, Microwave experiments on electromagnetic evanescent waves and tunneling

effect. *Am. J. Phys.*, 1993, 61(2): 165~170

- [5] J. Navasquillo, V. Such, F. Pomer, A general method for treating the incidence of a plane electromagnetic wave on a plane interface between dielectrics. *Am. J. Phys.*, 1989, 57(12): 1109~1112

The Transmisson of Electromagnetic Waves in Multilayer Media

Liu Xinya

(CCAST and Department of Physics, Nanchang University, Nanchang 330047)

(Received 3 January 1993; revised 22 February 1994)

Abstract In this paper the relations between the amplitudes of electromagnetic waves propagating in multilayer media and those of incident waves on surface are deduced. And a generating function by which the transmitted waves in every layer can be generated is introduced.

Key words multilayer media, transmitted electromagnetic waves, generating function.

激光与光电子学进展研讨会暨 《国外激光》30周年纪念会在重庆举行

1994年11月18日~12月4日激光与光电子学进展研讨会暨《国外激光》30周年纪念会在重庆市召开。参加会议的有来自全国8个省市编委和代表等共18位专家。

会议由《国外激光》编辑部负责人陈彩庭副编审主持。主编邓锡铭院士首先向与会代表回忆叙谈了目前的学术界态势,与30年前《国外激光》创立时相类似。当时,1964年是激光发明才几年,我国老一辈科学家王淦昌院士就预言激光核聚变的可能性;30年后的今天,激光核聚变已近于现实。所以,目前光学界讨论的中心议题——光子学,其意义有可能远超我们目前的设想。就在这一时候,《国外激光》即将更名《激光与光电子学进展》其作用与意义也是很大的非常及时的。

接着,陈彩庭同志代表编辑部综述了《国外激光》的历史作用:1)为激光作介绍和报道、为领导提供信息和决策作参谋;2)为当时初建的上海光机所作宣传以扩大其影响;3)为入门激光领域的科技人员提供激光的最新消息和进展,也就是为科研争取了时间;4)锻炼了编译队伍、培养了人材等。然而,30年后的今天,《国外激光》已完成其历史使命,在光学界的历史转折关键时刻,刊名与内容已不相适应了。所以,从1995年开始决定改名为《激光与光电子学进展》。并就新刊名的更名讨论过程和新刊名的含义向代表们作了汇报。最后,他希望编委和代表们一如既往继续予以支持。

之后,编委和代表们就《激光与光电子学进展》刊名的含义和今后的工作重点、方向等展开了热烈的讨论,代表们认为,光子学与光电子学的含义,前者是学术气氛浓些,而后者则偏重于技术应用方面。编委们同意编辑部的意见,《国外激光》已完成历史使命,然而考虑到《国外激光》前30年在读者心目中的印象,务需在改刊名时应作好广泛的宣传。在办刊的方针上,不仅应组织一些有影响的综述和评论,还应保持原有的特色——向读者提供有关的高密度的信息。

与会代表就当前办刊经费问题进行了讨论,认为需要多途径的争取,而不要指望某一方面。并为编辑部筹款途径作了一些具体的讨论和建议。

最后,代表们一致希望《激光与光电子学进展》不仅应继续办下去,而且要在新的市场经济的形势下办得更好,继续发挥它的引导和信息作用。

(黎凤)