

同步泵浦染料激光中的频率啁啾计算

路明哲 关信安

(南开大学现代光学研究所, 天津 300071)

赵智虹 娄素云 熊光楠

(天津理工学院材料物理所, 天津 300191)

摘 要 利用光场的自洽模型, 将同步泵浦染料激光器的输出光脉冲的频率啁啾 β 作为光波场的位相参数, 推导出适合于同步泵浦染料激光器的锁模方程. 由此方程出发, 求出输出光脉冲频率啁啾 β 的解析表达式, 为实验上减小脉冲的频率啁啾, 获得符合变换极限的短脉冲提供依据.

关键词 频率啁啾, 解析表达式.

1 引 言

用同步泵浦染料锁模技术产生系列皮秒、亚皮秒光脉冲在许多科研领域中起着越来越重要的作用, 因此, 许多研究工作者对此作了大量工作. 研究结果发现, 同步泵浦染料激光器的输出光脉冲包含频率啁啾, 脉冲不能达到变换极限. Ippen^[1] 等人曾观测到频率含有正啁啾的超短光脉冲; 在腔内色散不同的条件下, Dietel^[2] 等人报道了已得到频率含有负啁啾的光脉冲. 实验进一步表明, 这些频率啁啾主要与腔内各元件的色散有关. 文献[3]推断: 锁模染料激光器腔内各色散元件的色散是引起输出光脉冲频率啁啾、脉冲带有次结构的主要因素. 但至今不能从理论上定量计算输出光脉冲的频率啁啾量.

本文采用腔内复波场的自洽模型, 并做某些合理的假设和近似, 推导出适合于锁模染料激光器输出光波场的基本方程. 由此方程出发, 将频率啁啾 β 作为同步泵浦染料激光器稳态输出光波场的未知参数求解. 得出用染料激光器各参数表达的 β 的解析式. 分析结果表明: β 随腔内色散元件色散量的变化有一极小值, 而且, 如果使各元件的色散近似为零, 输出光脉冲亦存在一定的频率啁啾, 这点似乎与人们通常的想象不同.

2 染料激光器输出光波场方程的推导

同步泵浦染料激光器由三部分组成: 被重复泵浦的放大介质(染料喷膜), 激光谐振腔及波长调谐元件, 如图 1 所示. 其中放大介质很“薄”($\sim 100 \mu\text{m}$), 腔长较长(1.5~1.8 m), 因此, 光脉冲在腔内往返一周的时间 T_R 远大于光脉冲宽度 τ , 而 τ 又远大于光脉冲穿越放大介

质所需的时间. 对此激光器, 可作以下符合实际的假定及近似:

- 1) 激光放大介质是均匀加宽的;
- 2) 光脉冲每次经过腔内任何元件(如放大介质、波长调谐元件等), 其强度只发生少量变化(放大或衰减量 $\leq 20\%$). 据此, 可将诸元件对光脉冲的作用因子的指数形式展开到一阶项;

3) 放大介质往返增益变化可展开到时间的二次项. 这种近似是在实验误差允许范围内的;

- 4) 调谐元件的传递函数可以展开到频率的二次项.(假定光脉冲频谱比系统的通频带要窄).

另外, 整个同步泵浦染料激光系统是稳态的, 根据自洽模型, 腔内任一点处光脉冲的波场在腔内往返一周后, 与原脉冲光波场自洽. 实验结果表明, 腔内各色散元件放置的相对次序对输出脉冲的形式有重要的影响^[4]. 因此, 腔内不同处, 其脉冲波场的形式不同, 下面简要说明, 以腔内任一点作起始点, 所得到的锁模方程相同.

如果 A、B、C 是三个色散元件相应的作用算符, 则分别以 AB 及 BC 间任一点作起始参考点的自洽方程可写作:

$$BCBA = 1, \quad (1)$$

$$CBAB = 1. \quad (2)$$

将(1)式右乘 B^{-1} , 得:

$$CBA = B^{-1}. \quad (3)$$

将(3)式左乘 B, 得到 $CBAB = B^{-1}B = 1$, 显然, 此式与(2)式相同. 其意义为: 以腔内不同位置作起始点, 所得到的方程之间只相差一个变换, 其结果是完全相同的. 同理可证, 在某起始点, 光脉冲向左、右两方向行进, 所推得的锁模方程亦相差一个恒等变换, 其结果完全相同. 实验上可测到的是腔输出镜处的脉冲包络, 将起始参考点选在输出镜面处(可以认为镜内、外面的光脉冲形状相同).

根据图 1 及有关假设, 利用自洽模型可以推导出泵浦染料光脉冲波场所满足的基本锁模方程. 设图 1 中靠近输出镜(起始参考面)的初始光场为:

$$u(t) \exp(i\omega_0 t), \quad (4)$$

$$u(t) = V(t) \exp(i\beta t^2), \quad (5)$$

ω_0 是激光的中心频率, $V(t)$ 是光脉冲包络, β 为光脉冲的频率啁啾. 下面分别分析各元件对光脉冲的作用.

2.1 激光介质

激光介质的作用可以分为振幅因子和位相因子两部分. 容易证明, 频域中的 $i(\omega - \omega_0)$ 因子等效于时域中的 $(\frac{d}{dt} - i\omega_0)$ 因子, 因此, 激光介质的振幅及位相作用因子在频域中可以表示为: $A \left(\frac{d}{d\omega} \right), \exp[i\phi_1(\omega)]$ [以下分别简称为 A 和 $\exp(i\phi_1)$]. 一般说来, 由于操作算符的不

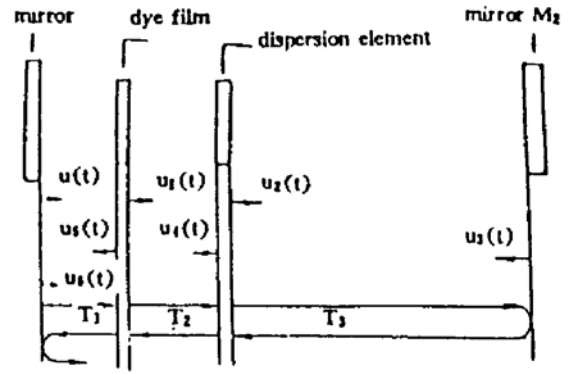


Fig. 1 The scheme of synchronously pumped dye laser

对易性, 两个指数型的作用因子不能直接相加, 但由于这里是同一个介质的操作因子的两项, 运算过程可写成;

$$du_1(\omega - \omega_0) = [\exp(Ad\omega) \cdot \exp(i\phi_1 d\omega) - 1] u_1(\omega - \omega_0), \tag{6}$$

$$u_1(\omega - \omega_0) = u(\omega - \omega_0) \cdot \exp(A + i\phi_1). \tag{7}$$

2.2 调谐元件

光脉冲穿过波长调谐元件后, 其频谱变为:

$$u_2(\omega - \omega_0) = H(\omega)u_1(\omega - \omega_0) \tag{8}$$

在考虑了假设条件(4)后, 调谐元件的传递函数表达式为:

$$H(\omega) = \exp\{- (\omega_0 T_R / 4Q) [1 + (\omega - \omega_0 / \omega_c^2)^2]\}, \tag{9}$$

其中, ω_c 为调谐元件的带宽, T_R 为光脉冲在腔内往返一周的时间, Q 为光学谐振腔的品质因数, $- (\omega_0 T_R / 4Q)$ 为单程线性损耗.

2.3 腔 镜

当腔镜是多层介质膜时, 反射波位相变化随膜系变化. 对于标准的多层介质膜镜(所有层厚均为 $\lambda_m / 4$, λ_m 为腔共振波长), 位相随频率的变化曲线如图 2 所示.

可以看出, 各元件的位相调制函数均为 ω 慢变函数, 可将其在中心频率 ω_0 处展开到二次项. 相应地, ϕ_1 的表达式可以写成:

$$\phi_1(\omega) = \phi(\omega_0) + (d\phi_1/d\omega)_0 (\omega - \omega_0) + [(d^2\phi_1/d\omega^2)/2] (\omega - \omega_0)^2 \tag{10}$$

位相调制函数中常数项只引入一个附加位相; 而一次项对光波场的影响是使时间变量有一个常数平移, 不影响光波场波形, 因此, 在推导中可不考虑. 上式成为:

$$\phi_1(\omega) = \phi_1^i (\omega - \omega_0)^2, \quad \phi_1^i = (d^2\phi_1/d\omega^2)/2.$$

二次色散率定义为:

$$\phi_1^i = - \frac{L_e}{2c_0} \left(2 \frac{dn}{d\omega} + \omega \frac{d^2n}{d\omega^2} \right),$$

Fig. 2 The dispersion of cavity mirror

其中, c_0 为光速, $n(\omega)$ 为材料折射率, L_e 为介质的有效长度, $L_e = L/\cos \theta$, L 为实际长度, θ 为折射角. 放大介质对光脉冲的作用包括正常色散及反常色散, 因此, $\phi_1^i = \phi_{\text{正}}^i + \phi_{\text{反}}^i$.

对于正常色散,

$$\phi_{\text{正}}^i = - [L_e \lambda^3 / (4\pi c_0^2)] \cdot d^2n/d\lambda^2.$$

对于反常色散,

$$\phi_{\text{反}}^i = \frac{\alpha \Delta\omega_0}{2\omega_0} \left\{ \frac{2[\Delta\omega_0^4 - 16(\omega - \omega_0)^4] + 8\omega(\omega - \omega_0)[3\Delta\omega_0^2 - 4(\omega - \omega_0)^2]}{[\Delta\omega_0^2 + 4(\omega - \omega_0)^2]^3} \right\},$$

其中, α 为传播峰值增益, $\Delta\omega_0$ 为线宽.

根据以上分析, 经过各元件后的光脉冲表示式为:

$$\begin{aligned}
 u_1(\omega - \omega_0) &= u(\omega - \omega - 0) \cdot \exp(A + i\phi_1) \\
 u_2(\omega - \omega_0) &= H(\omega) \cdot u_1(\omega - \omega_0) \\
 u_3(\omega - \omega_0) &= \exp(i\phi_2) u_2(\omega - \omega_0) \\
 u_4(\omega - \omega_0) &= H(\omega) \cdot u_3(\omega - \omega_0) \\
 u_5(\omega - \omega_0) &= \exp(A + i\phi_1) u_4(\omega - \omega_0) \\
 u_6(\omega - \omega_0) &= \exp(i\phi_2) \cdot \exp(A + i\phi_1) \cdot H^2(\omega) \cdot \exp(i\phi_2) \\
 &\quad \cdot \exp(A + i\phi_1) \cdot u(\omega - \omega_0)
 \end{aligned} \tag{11}$$

将 ϕ_1, ϕ_2, H 的具体形式代入, 上式可以写成:

$$\begin{aligned}
 u_6 = & \left\{ \exp\left(i\phi_2^* \frac{d^2}{dt^2}\right) \cdot \exp\left[A(t) - \frac{\omega_0 T_R}{4Q} - i\phi_1^* \frac{d^2}{dt^2}\right] \cdot \exp\left(\frac{\omega_0 T_R}{2Q} \frac{1}{\omega_c^2} \frac{d^2}{dt^2}\right) \right. \\
 & \left. \cdot \exp\left[A(t) - \frac{\omega_0 T_R}{4Q} - i\phi_1^* \frac{d^2}{dt^2}\right] \right\} u(t).
 \end{aligned} \tag{12}$$

$$G(t) = A(t) - \omega_0 T_R / 4Q,$$

$G(t)$ 即为放大介质单程净增益. 这样, 作用函数指数上的各项均为小量. 由假设条件(3), 可将各指数项展开至一次项, 可得:

$$\begin{aligned}
 u_6(t) = & \left(1 - i\phi_2^* \frac{d^2}{dt^2}\right) \left[1 + G(t) - i\phi_1^* \frac{d^2}{dt^2}\right] \left[1 + \left(\frac{1}{\omega_c^2} - i\phi_2^*\right) \frac{d^2}{dt^2}\right] \\
 & \cdot \left[1 + G(t) - i\phi_1^* \frac{d^2}{dt^2}\right] u(t).
 \end{aligned} \tag{13}$$

根据自洽模型, 欲得到稳定的脉冲输出, $u_6(t)$ 与 $u(t)$ 应是自洽的^[6]. 其物理意义是, $u_6(t)$ 相对 $u(t)$ 除有一时间平移 T_R 外, 其光场仅发生微小变化, 在数学上可用函数微分表示,

$$u_6(t) = u(t) - \delta T du(t)/dt, \tag{14}$$

其中, $\delta T = -2\delta L/c$, δL 为失谐量. 将(14)式代入(13)式, 可得:

$$\left[K + (D + \delta T) \frac{d}{dt} + T \frac{d^2}{dt^2}\right] u(t) = 0 \tag{15}$$

式中,

$$\begin{aligned}
 K &= (1 + G)^2 + [(1 + G)G'/\omega_c^2] - i[2(1 + G)G'\phi_2^* + 2G'\phi_2^* + G'(\phi_1^* + \phi_2^*G)], \\
 D &= [2(G + 1)/\omega_c^2]G' - i\{4G'(1 + G)\phi_2^* + [8G'G'\phi_2^*/(\omega_c^2)] + 2G'\phi_2^* + 2GG'\phi_2^*\}, \\
 T &= [(1 + G)^2/\omega_c^2] - i\{2(1 + G)\phi_2^* + (1 + G)G\phi_2^* + [G'\phi_2^*(1 + 2G)/\omega_c^2] \\
 &\quad + (6G'^2\phi_2^*/\omega_c^2) + (G'\phi_2^*/\omega_c^2)\}, \\
 G &= G(t), \quad G' = dG(t)/dt, \quad G'' = d^2G(t)/dt^2, \quad \phi^* = \phi_1^* + \phi_2^*.
 \end{aligned}$$

(15)式即为光波场的锁模基本方程.

3 锁模方程的解:

为求解自洽方程, 首先确定增益系数 $G(t)$ 的形式. 依然采用 Ausschitt 根据 Frigo 的实验

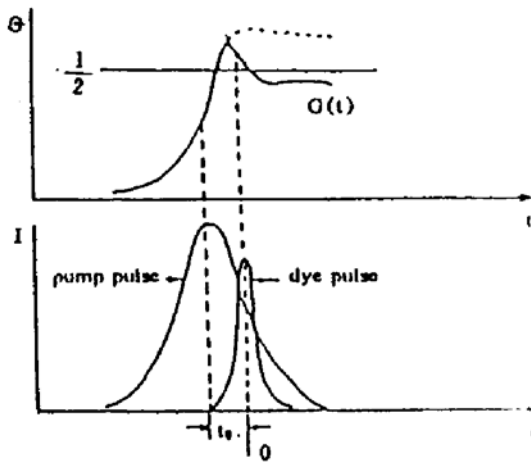


Fig. 3 Gain of the laser medium

事实^[7]所提出的模型^[8]. 由于泵浦光脉冲的激发, 增益系数 $G(t)$ 首先上升到阈值以上, 然后, 当脉冲到达时, 由于受激辐射, 使得增益系数急剧下降, 这种由染料脉冲造成的增益调制效应是产生窄脉冲的必要条件. 因此, 增益 $G(t)$ 是光脉冲强度 $I(t)$ 的函数, 如图 3 所示. 根据假设条件(3), 可将 $G(t)$ 展开到时间的二次项,

$$G(t) = g + Bt + ct^2 \quad (16)$$

其中, g 为由泵浦光及染料本身特性决定的常数. $G(t)$ 的一次项 Bt 是引起光脉冲产生非对称性的原因. 新近的实验事实表明^[9], 同步泵浦染料光脉冲的输出包络是介于非对称高斯型与双曲正割平方型之间, 并表明其非

对称性很小, 即 Bt 项是 $G(t)$ 中的小量. 另外, 高斯型与双曲正割平方型相差甚微, 为便于求解, 本文选取高斯型:

$$V(t) = V_0 \exp(-t^2/2\tau^2),$$

$$u(t) = V_0 \exp[-(t^2/2\tau^2) + i\beta t^2]. \quad (17)$$

将脉冲形式代入自洽方程, 比较实部与虚部的系数, 可得到下列两关系式:

$$\begin{aligned} -2c(g+1) + \frac{6c(g+1)}{\omega_c^2 \tau^2} + \frac{2\phi'_1(1+g)\beta}{\tau^2} - \frac{(1+g)^2}{\omega_c^2 \tau^2} &= c\beta \left[2\phi_2^2(1+2g) + 4\phi' - \frac{4\phi_2^2}{\omega_c^2 \tau^2} \right] \\ \frac{12(1+g)c\beta}{\omega_c^2} = \frac{2(1+g)^2\beta}{\omega_c^2 \tau^2} - \frac{(6\phi' + 10\phi_2^2 + 14g\phi_2^2)c}{\tau^2} + \frac{(1+g)(2\phi' + g\phi_2^2 + 4c\phi'/\omega_c^2)}{\tau^4} \end{aligned}$$

由此, 可以得到 $\beta \neq 0$ 时的解析式为:

$$\begin{aligned} \beta = & \frac{-\omega_c^2 \left(6\phi' + 10\phi_2^2 + 14g\phi_2^2 + \frac{4\phi'}{\omega_c^2 \tau^2} \right)}{12(1+g)\tau^2} + \frac{24(1+g)^2[\omega_c^2 \tau^2 + 3(1+g)]}{12\omega_c^2 \tau^2 \left\{ 6\tau^2 - (1+g) \left[2\phi_2^2(1+g) + 4\phi' - \frac{4\phi_2^2}{\omega_c^2 \tau^2} \right] \right\}} \\ & + \frac{\left[2\phi_2^2(1+g) + 4\phi' - \frac{4\phi_2^2}{\omega_c^2 \tau^2} \right] \left[6\phi_1^2(2g+1) + 2\phi_2^2(3g^2 + 2g - 2) - \frac{4\phi'}{\omega_c^2 \tau^2} \right]}{12\omega_c^2 \tau^2 \left\{ 6\tau^2 - (1+g) \left[2\phi_2^2(1+g) + 4\phi' - \frac{4\phi_2^2}{\omega_c^2 \tau^2} \right] \right\}} \quad (18) \end{aligned}$$

4 讨 论

β 的解析表达式可分成三项, 其中第三项是 ϕ' 的平方项, 与前两项相比是小量, 因此, 在以下的讨论中, 只考虑前两项的作用.

4.1 β 的正、负取值

由腔内各元件的色散情况可知, 对不同的激光波长, ϕ_1' 、 ϕ_2' 的取值有可能为正或负. 因此, β 表示式中第一项中的因子: $6\phi' + 10\phi_2^2 + 14g\phi_2^2 + 4\phi'/\omega_c^2 \tau^2$ 可正、可负, 这就可能使输出光脉冲具有正的或负的啁啾, 这在实验中已得到证实.

4.2 β 的极值

由 β 的表达式可知, 当染料激光脉冲参数选取适当值时, 在某一色散范围内, β 随二次色散率 ϕ_1' 、 ϕ_2' 的变化有一极小值. 如果, $\phi_1' = \text{常数}$ 则当:

$$\phi_2^* = \frac{1}{2(3+g-2/\omega_c^2\tau^2)} \left\{ \frac{1}{(1+g)} \left[6\tau^2 \pm \sqrt{\frac{2(1+g)(3+g-2/\omega_c^2\tau^2)b}{(16+14g+4/\omega_c^2\tau^2)a}} \right] - 4\phi_1^* \right\}$$

β 随 ϕ_2^* 取极小值 $\beta_{\min 1}$,

$$\beta_{\min 1} = -a \left\{ \left(6 + \frac{4}{\omega_c^2\tau^2} \right) \phi_1^* + \frac{(16+14g+4/\omega_c^2\tau^2)}{2(3+g-2/\omega_c^2\tau^2)} \cdot \frac{1}{(1+g)} \left[6\tau^2 \pm \sqrt{\frac{2(1+g)(3+g-2/\omega_c^2\tau^2)b}{(16+14g+4/\omega_c^2\tau^2)a}} - 4\phi_1^* \right] \mp b \left[\frac{2(1+g)(3+g-2/\omega_c^2\tau^2)b}{(16+14g+4/\omega_c^2\tau^2) \cdot a} \right]^{-1/2} \right\},$$

其中 $a = \omega_c^2/12(1+g)\tau^2$, $b = 24(1+g)^2[\omega_c^2\tau^2 + 3(1+g)]/12\omega_c^2\tau^2$

同理, 如果 $\phi_2^* = \text{常数}$

则当:

$$\phi_1^* = \frac{1}{4(1+g)} \left[\pm \sqrt{\frac{4(1+g)b}{(16+4/\omega_c^2\tau^2)a}} + 6\tau^2 \right] - \left(\frac{3+g}{2} - \frac{1}{\omega_c^2\tau^2} \right) \phi_2^*$$

β 随 ϕ_1^* 取极小值 $\beta_{\min 2}$

$$\beta_{\min 2} = -a \left\{ \left(6 + \frac{4}{\omega_c^2\tau^2} \right) \left[\frac{1}{4(1+g)} \left[6\tau^2 \pm \sqrt{\frac{4(1+g)b}{(16+4/\omega_c^2\tau^2)a}} \right] - \left(\frac{3+g}{2} - \frac{1}{\omega_c^2\tau^2} \right) \phi_2^* \right] + \left(16 + 14g + \frac{4}{\omega_c^2\tau^2} \right) \phi_2^* \mp b \left[\frac{4(1+g)b}{(16+4/\omega_c^2\tau^2)a} \right]^{-1/2} \right\}.$$

4.3 无色散时 β 的取值

当 $\phi_1^* = \phi_2^* = 0$ 时,

$$\beta = (1+g)^2[\omega_c^2\tau^2 + 3(1+g)]/3\omega_c^2\tau^4.$$

因此, 只要腔内有限制带宽的调谐元件(带宽限 ω_c), 则锁模染料激光器输出光脉冲必定具有频率啁啾 β , 无法通过减小腔内色散使 β 完全消除.

参 考 文 献

- [1] E. P. Ippen, C. V. Shank, Dynamic spectroscopy and subpicosecond pulse compression. *Appl. Phys. Lett.*, 1975, 27(11): 488~490
- [2] W. Dietel, E. Dopel, D. Kuhlke *et al.*, Pulses in the femtosecond range from cw dye ring laser in the colliding pulse mode-locking (CPM) regime with down chirp. *Opt. Commun.*, 1982, 43(6): 433~436
- [3] S. De Silvestri, P. Laporta, O. Svelto, The role of cavity dispersion in cw mode-locked lasers. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1984, QE-20(5): 533~539
- [4] A. Dienes, Generation of cw optical pulse with dye lasers. invited paper, ISLA' 87, Technical Digest 1987: 10
- [5] 关信安, 赵智虹, 同步泵浦-被动锁模染料激光器的基本方程及其解. *物理学报*, 1989, 38(1): 16~23
- [6] H. A. Haus, A theory of forced mode-locking. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1975, QE-11(7): 323~330
- [7] N. J. Frigo, T. Daly, H. Mahr, A study of forced mode locked CW dye laser. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1977, QE-13(4): 101~109
- [8] C. P. Ausschnitt, R. K. Jain, J. P. Heritage, Cavity length detuning characteristics of the synchronously mode-locked CW dye laser system. *Opt. Commun.*, 1979, 27(1): 123~123
- [9] G. J. Blanchard, M. J. Wirth, Transform-limited behavior from the synchronously pumped cw dye laser. *Opt. Commun.*, 1985, 53(6): 394~400

Calculation of Frequency Chirp in Synchronously Pumped Dye Laser

Lu Mingzhe Guan Xinan

(Institute of Modern Optics, Nankai University, Tianjin 300071)

Zhao Zhihong Xiong Guangnan Lou Suyun

(Institute of Material Physics, Tianjin Institute of Technology, Tianjin 300091)

(Received 19 May 1993; revised 20 September 1993)

Abstract Based on the self reproducing profile model, the basic equation for synchronously pumped mode-locked dye laser is derived, in which the frequency chirp of optical pulse is regarded as phase parameter. From this equation, the analytical expression of frequency chirp can be obtained to provide the evidence for reducing the chirp in practice and approaching the transformation limitation of optical pulse.

Key words frequency chirp, analytical expression.