

分析非轴对称腔的复光线数值迭代法

吕百达 冯国英 蔡邦维

(四川大学光电科学技术系, 成都 610064)

摘 要 将像散光束的复光线表示法用于分析非轴对称腔, 并对有复杂像散的折迭腔作了数值迭代计算以说明方法的应用.

关键词 复光线表示, 迭代计算, 非轴对称腔, 复杂像散.

1 引 言

早在 1968 年, Arnaud 就提出用复光线表示高斯光束的方法^[1]. 近年来, Herloski, Dejager 等人相继将它用于研究高斯激光束的传输和光学元件设计^[2,3]. 作者在文献[4、5]中将 Arnaud 方法推广用于分析有复杂像散光束^[6]通过非轴对称光学系统的传输变换, 并证明圆高斯光束、简单像散高斯光束的复光线表示仅是本文的特殊情况, 从而使这一方法更有普遍性意义. 本文的目的是研究复光线表示法的应用——分析非轴对称腔的模式特征, 这是用以改善板条固体激光器输出光束质量而采用的一类腔型, 包括交叉柱面—柱面(球面)镜腔和含有非轴对称光学元件(如柱透镜、双轴透镜)的光腔等. 文中以有复杂像散的折迭腔为例, 作了数值迭代计算和讨论. 最后, 与非轴对称腔的矩阵分析法^[7]作一简单比较, 说明本方法的优点.

2 复光线数值迭代法

复光线表示法^[1,4,5]的基本物理思想是在近轴近似下, 三维像散光束可用两条复光线

$$\begin{pmatrix} r_{jx} \\ r_{jy} \\ P_{jx} \\ P_{jy} \end{pmatrix} \quad (j = 1, 2, \text{下同}) \quad (1)$$

来表示, 式中 $r_x, r_y; P_x, P_y$ 分别表示光线在横平面(xy)上的坐标和方向, 或用矩阵写为

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} r_{1x} & r_{2x} \\ r_{1y} & r_{2y} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{pmatrix} P_{1x} & P_{2x} \\ P_{1y} & P_{2y} \end{pmatrix} \quad (2)$$

* 国家教委博士点基金资助课题.

收稿日期: 1993 年 5 月 4 日; 收到修改稿日期: 1994 年 4 月 25 日

亦可等价地用四条实光线表示, 它们分别是(1)式的实部(用下标 r 记)和虚部(用下标 i 记)

$$\begin{pmatrix} r_{jx} \\ r_{jy} \\ P_{jx} \\ P_{jy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{jrx} \\ r_{jry} \\ P_{jrx} \\ P_{jry} \end{pmatrix} + i \begin{pmatrix} r_{jix} \\ r_{jiy} \\ P_{jix} \\ P_{jiy} \end{pmatrix} \quad (3)$$

r 、 P 通过变换矩阵为 $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ 的非轴对称光学系统的传输变换服从一阶光学传输定律

$$\begin{pmatrix} r' \\ P' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ P \end{pmatrix} \quad (4)$$

式中 A 、 B 、 C 、 D 均为 2×2 矩阵, 不带撇和带撇量分别表示变换前后的参数(下同)。

如所周知, 像散光束可用复波前矩阵 Q^{-1} 描述. Q^{-1} 与 r 、 P 间有关系^[8]

$$P = Q^{-1} r \quad (5)$$

满足(5)式的复光线在近轴条件可有多种选取方法^[1,4,5]. 容易证明, 这些复光线经(4)式变换有

$$Q^{-1'} = P' r'^{-1} \quad (6)$$

求得的光束复波前矩阵 $Q^{-1'}$ 是唯一的. 故使用这一方法数学上是严格的, 也不会引出物理上的歧义. 现将这一方法用于研究非轴对称腔. 设以腔内某处为参考(对应复波前为 Q^{-1}),

往返一周矩阵为 $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$, 由广义 $ABCD$ 定律^[7,8]

$$Q^{-1'} = (C + DQ^{-1})(A + BQ^{-1})^{-1} \quad (7)$$

将(4)、(5)式代入(7)式, 并注意到在自再现条件下带撇量和不带撇量应无区别(统一用不带撇量表示). 取单位 r 矩阵光线^[4]

$$r = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (mm) \quad (8)$$

则得

$$C + DP = PA + PB P \quad (9)$$

$$\text{令 } A = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ B_3 & B_4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} C_1 & C_2 \\ C_3 & C_4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} D_1 & D_2 \\ D_3 & D_4 \end{pmatrix} \quad (10)$$

代入(9)式, 展开得

$$P_{1x}^2 B_1 + P_{2x}^2 B_4 + P_{1x} P_{2x} (B_2 + B_3) + P_{1x} (A_1 - D_1) + P_{2x} (A_3 - D_2) - C_1 = 0 \quad (11a)$$

$$P_{2x}^2 B_3 + P_{1x} P_{2x} B_1 + P_{1x} P_{2y} B_2 + P_{2x} P_{2y} B_4 + P_{1x} A_2 + P_{2x} (A_4 - D_1) - P_{2y} D_2 - C_2 = 0 \quad (11b)$$

$$P_{2x}^2 B_2 + P_{1x} P_{2x} B_1 + P_{1x} P_{2y} B_3 + P_{2x} P_{2y} B_4 - P_{1x} D_3 + P_{2x} (A_1 - D_4) + P_{2y} A_3 - C_3 = 0 \quad (11c)$$

$$P_{2x}^2 B_1 + P_{2y}^2 B_4 + P_{2x} P_{2y} (B_2 + B_3) + P_{2x} (A_2 - D_3) + P_{2y} (A_4 - D_4) - C_4 = 0 \quad (11d)$$

(11a)、(11d)式分别对 P_{1x} 、 P_{2y} 求解, 得

$$P_{1x} = (1/2B_1) \{ (D_1 - A_1) - (B_2 + B_3)P_{2x} \pm \sqrt{[(B_2 + B_3)P_{2x} + (A_1 - D_1)]^2 - 4B_1[B_4P_{2x}^2 + (A_3 - D_2)P_{2x} - C_1]} \} \quad (12)$$

$$P_{2y} = (1/2B_4) \{ (D_4 - A_4) - (B_2 + B_3)P_{2x} \pm \sqrt{[(B_2 + B_3)P_{2x} + (A_4 - D_4)]^2 - 4B_4[B_1P_{2x}^2 + (A_2 - D_3)P_{2x} - C_4]} \} \quad (13)$$

由 Q^{-1} 的转置对称性^[7,8], 可推知

$$P_{1y} = P_{2x} \tag{14}$$

显然，一旦 P_{2x} 求得，便可由(12)~(14)式解示 P_{1r} , P_{2y} , P_{1y} ，相应的 Q^{-1} 从(5)式求出，于是主要问题得以解决。 P_{2x} 可由数学上熟知的数值迭代法计算出来，步骤为

$$\text{令 } P_{2x} = a \exp(i\theta) \quad \begin{cases} 0 \leq a < +\infty \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases} \tag{15}$$

a 为某一初值，例如 a_0 ，将(15)式和(12)，(13)式代入(11c)式[(12)、(13)式中的 P_{2x} 用(15)式代入]，在 $\theta \in [0, 2\pi]$ 范围内，寻找出使(11c)式左端取绝对值最小的 θ 值，写为 θ_0 ，然后令 $a = a_0 + b$ (b 为步长，可根据实际情况选取)，重复上述迭代计算，直至找到终值 $P_{2xf} = a_f \exp(i\theta_f)$ 使(11c)式之左端为零时为止。

3 复杂像散折迭腔

本节以图 1 所示复杂像散三镜折迭腔为例(这类腔型可在二极管泵浦板条固体激光器中使用)。对方法的应用作进一步说明。图中，二个球面反射镜 M_1, M_2 曲率半径分别为 5 m, 2 m，输出镜 M_3 为平面镜，各分臂长 $L_1 = M_1M_2 = 0.5$ m, $L_2 = M_2M_3 = 0.6$ m, M_2 离轴放置 $\angle M_1M_2M_3 = 60^\circ$ ，复杂像散由在 M_1M_2 臂中距 M_1 镜 0.25 m 处放置的双轴透镜 F (二主方向焦距分别为 -2 m, -1 m) 引起，透镜~主轴与折迭腔光路所在平面(纸面)法线交角为 45° 。现将

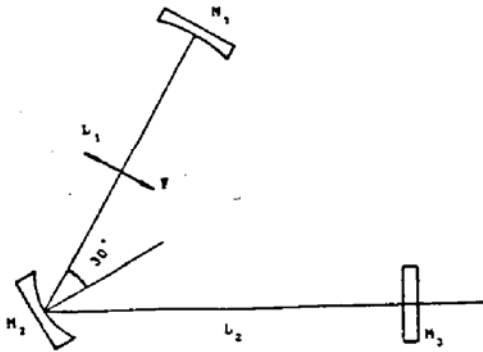


Fig. 1 A 3-mirror folded resonator with general astigmatism

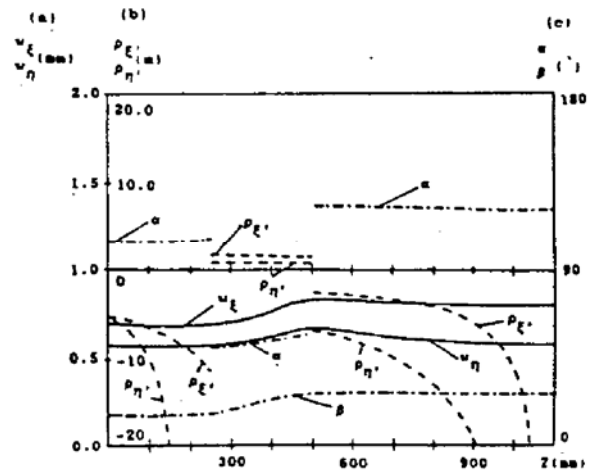


Fig. 2 (a) Spot sizes W_ζ, W_η (—); (b) wavefront curvature radii ρ_ζ, ρ_η (----) of the astigmatic beam and (c) diagonalized angles α, β (- · - · -) of the real and imaginary parts of Q^{-1} vs propagation distance Z . Parameters for the calculation are seen in the text

计算参考面取在镜 M_2 处，光腔往返一周矩阵 $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ 易由矩阵方法求出，其本征值为 $\lambda_{1,2} = 0.3236 \pm 0.9462i$, $\lambda_{3,4} = -0.4042 \pm 0.9147i$ 均为复数，故为约束稳定-稳定腔^[9]。按上节所述步骤，作复光线迭代计算，求出镜 M_2 处满足自再现条件的 r_2, P_2 和 Q_2^{-1} ，计算表明，当(11a)，(11c)和(11d)式满足时，(11b)式亦同时满足，这是因为受(14)式约束之缘故，这一结论也不难在一般情况下证明。当 Q_2^{-1} 求出后，作分离实、虚部和矩阵对角化运算，可求出 M_2 处的像散光束参数。腔内任意处的复光线和像散光束参数由(4)、(6)式求得。上述计算编程后在微

机上进行, 结果如图 2 所示, 图中分别给出了反镜 M_1 为作图原点, 腔内主对角化方向上基模光斑尺寸 W_c 、 W_n , 等相面曲率半径 ρ_c 、 ρ_n 和复波前矩阵 Q^{-1} 的实、虚部对角化角度 α 、 β 随传输距离 Z 的变化, 计算终点 $Z = 1.1 \text{ m}$ 为输出镜 M_3 处. 由图可见, 一般有 $W_c \neq W_n$, $\rho_c \neq \rho_n$, $\alpha \neq \beta$, 且 α 、 β 随 Z 变化, 这正是复杂像散高斯光束的主要物理特征.

小 结 用光线模拟光束的方法值得重视. 物理上, 这意味着满足(5)式的光线在传输变换中携带了对应光束参数(光斑尺寸、等相面曲率半径、复波前矩阵对角化角度等)的重要信息, 它可以简单地由光线参数直接得出. 本文的工作进一步表明, 复光线数值迭代法能成功地用于分析非轴对称腔的模式特性, 所编制软件有较强的功能, 它不仅能用以分析复杂像散高斯光束, 而且能用以研究非轴对称腔的其它本征模, 例如混合光束(高斯光束——球面波)和像散球面波, 而多模的结果不难由此推广得出^[8]. 与矩阵方法比较, 复光线数值迭代法的一个显著优点是计算参考面选择不受条件

$$B = B^T \text{ (T 表转置运算)} \quad (16)$$

的限制, 而矩阵表述的解析式[文献[7]中(32)式]则是以(16)式成立为前提的. 本文所揭示出复杂像散光束传输的物理特征, 如光斑旋转等现象在实验中都观察到^[9], 但对折迭复杂像散腔的计算结果, 则有待于进一步与实验作比较.

参 考 文 献

- [1] J. A. Arnaud, Representation of Gaussian beams by complex rays. *Appl. Opt.*, 1985, 24(4): 538~543
- [2] R. Herioski, S. Marshall, R. Antos, Gaussian beam ray-equivalent modeling and optical design. *Appl. Opt.*, 1983, 22(8): 1168~1174
- [3] D. Dejager, M. Noethen, Gaussian beam parameters that use Coddington-based Y-NU paraprincipal ray tracing. *Appl. Opt.*, 1992, 31(13): 2199~2205
- [4] B. Lü, G. Feng, B. Cai, Complex ray representation of the astigmatic Gaussian beam propagation. *Opt. & Quant. Electron.*, 1993, 25(2): 275~284
- [5] B. Lü, G. Feng, B. Cai, Analyzing astigmatic beam propagation by means of the complex-ray concept. (第十一届国际激光学术会议报告文集), *LASER '93*, München, Springer-Verlag, 1993: 60~65
- [6] J. A. Arnaud, H. Kogelnik, Gaussian light beams with general astigmatism. *Appl. Opt.*, 1969, 8(8): 1687~1693
- [7] 林 强, 王绍民, 吕百达, 非轴对称光腔的矩阵光学分析. *中国激光*, 1990, 17(3): 150~155
- [8] J. A. Arnaud, Nonorthogonal optical waveguides and resonators. *BSTJ*, 1970, 49(6): 2311~2348
- [9] 吕百达, 许世发, 胡玉芳等, 交叉柱面镜腔的研究. *光学学报*, 1992, 12(6): 516~521

Axis-Asymmetric Resonator Analysis Using an Iterative Computing Method of Complex Rays

Lü Baida Feng Guoying Cai Bangwei

(Department of Opto-Electronic Science & Technology, Sichuan University, Chengdu 610064)

(Received 1993; revised 1993)

Abstract A method of representing astigmatic beams by complex rays is used for analyzing axis-asymmetric resonators. Numerical iterative calculations were performed for a folded resonator with general astigmatism to show the application of the method.

Key words complex-ray representation, iterative computation, axis-asymmetric resonator, general astigmatism.