

用子波变换模拟视觉信息提取过程

王植恒 万海峰 陆剑林

(四川大学物理系信息与智能研究所, 成都 610064)

摘 要 利用逆变换研究了 DOG 子波变换在提取输入信号时的特性, 指出了尺度逐次变化的子波变换表现出的由粗到精的信息提取性质和局域特性与人类视觉系统对光学图像信息的提取过程的某些方面有相似性. 本文认为 DOG 子波变换将是研究人类视觉系统信息处理机制的重要工具.

关键词 视觉信息处理, 子波变换, DOG 函数.

1 引 言

脊椎动物视觉系统初级信息加工问题, Rodieck 用二个高斯函数之差 (Difference of Gaussians 简记为 DOG) 来描述视网膜和侧膝体上同心圆结构的感受野^[1]. Marcelja 把 Gabor 函数引入视觉用以描述非对称性感野^[2]. 汪云九等人提出用一族广义 Gabor 函数作为视觉系统初级信息加工的权函数, 对神经节细胞的空间频率调制曲线等特性进行了计算机模拟, 取得了良好的结果.

九十年代, 一种新的数学方法——子波变换 (Wavelet Transform) 引起了人们的兴趣, 由于子波变换使用了空间局域化的子波作为分析函数, 它特别适用于局域信号的分析与综合^[3]. Harold Szu 提出: 如果要分析一种在中心有高的分辨率, 在远离中心处有低的分辨率的一种特殊像机, 那么子波将是一种很好的基函数. 而在一定的噪声范围内, 人类的视网膜正好具有这种特性^[4]. 同时, 子波变换的尺度变换使它还具有“显微镜”的功能. 即它可以在不同的尺度范围内来分析一个图像或信息, 具有“多分辨分析”的性质, 这些性质与目前人们所知道的视觉系统光学信息加工中由粗到细尺度范围内的逐步扫描性质^[5] 具有很大的相似之处. 因而利用子波变换来研究人类的视觉系统的光学加工特性就成了一种新的探索途径.

本文介绍子波变换的基本性质; 讨论使用视觉系统初级信息加工中用于描述视网膜和侧膝体感受野的 DOG 函数作为子波函数的子波变换; 并用它模拟视觉信息提取过程. 为了说明各级次子波变换中所抽取的信息与原始输入图像之间的关系, 本文采用了分级次逐级逆变换求输出的方法, 利用一输入函数的实例讨论了输入函数与输出函数的关系.

* 国家自然科学基金“攀登计划”资助项目.

收稿日期: 1993年3月16日; 收到修改稿日期: 1993年5月24日

2 子波变换

子波变换是法国科学家 Morlet 于 1980 年在进行地震数据分析时首创的. 它是一种线性平方可积变换. 变换核由一系列被称作子波的函数所组成. 这些变换核是同一母函数核经位移和尺度变换而得到的一系列函数.

以 $h(x)$ 为母函数的一维子波变换的变换核或子波可表示为:

$$h_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}}h[(x - b)/a] \tag{1}$$

式中 a 为尺度因子, b 为位移量, \sqrt{a} 为归一化因子.

在实践中, 子波的选择应满足正则性, 即它们应当集中在某个有限的区域上, 并且是充分正则的. 正是这种要求使得子波变换特别适用于局域信号分析. 信号 $s(x)$ 的子波变换展开系数 $W_s(a,b)$ 定义为在 L^2 范数的希尔伯特空间中的内积^[3]

$$W_s(a,b) = (h_{a,b}, s) = \int h_{a,b}^*(x)s(x)dx = a^{-1/2} \int h^*\left(\frac{x-b}{a}\right)s(x)dx. \tag{2}$$

本文中的积分均为对无穷区域进行. 其反变换为

$$\bar{s}(x) = \frac{1}{c_a} \iint (h_{a,b}, s) h_{a,b}(x) \frac{da}{a^2} db, \tag{3}$$

c_a 为归一化常数. 在大量的实际应用中, 信号是被离散采样的. 因此, 对该信号进行分解的子波族的位移参数和尺度参数多为离散值. 现将尺度参数和位移参数分别表示为: $a_m = a_0^m$, $b_n = nb_0$, 其中 a_0, b_0 为常数; m 和 n 为整数. 则离散子波函数为: $h_{m,n}(x) = a_0^{-m/2}h[a_0^{-m}(x - nb_0)]$. 信号 $s(x)$ 的离散子波变换为:

$$W_s(m,n) = \int h_{m,n}^*(x)s(x)dx \quad \text{或} \quad W_s(m,n) = a_0^{-m/2} \sum_i s(x_i)h[a_0^{-m}(x_i - nb_0)] \tag{4}$$

对应的逆子波变换为:

$$\bar{s}(x) = \sum_m \sum_n a_0^{-m/2} W_s(m,n) h[a_0^{-m}(x - nb_0)] \tag{5}$$

3 DOG 子波变换

DOG 函数为二个高斯函数之差. D·马尔在分析视觉系统的零交叉检测特性时使用了 $\nabla^2 G$ 滤波算子^[6]. 其中 ∇^2 是拉普拉斯算子 $[(\partial^2/\partial x^2) + (\partial^2/\partial y^2)]$; G 代表二维高斯分布函数 $\exp[-(x^2 + y^2)/2\pi\sigma^2]$. 这种 $\nabla^2 G$ 滤波器可以用一个 DOG 函数很好地逼近. 在组成 DOG 函数的两个高斯分布函数的空间常数比为 1 : 1.6 或 0.625 : 1 时可以获得最佳逼近(图 1).

由于 DOG 函数满足子波条件, 所以我们以 DOG 来讨论视觉系统滤波算子的性质. 为简化讨论起见, 现只讨论一维的情况. 取母函数为

$$D(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \exp(-x^2/2\pi\sigma_2^2) - \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp(-x^2/2\pi\sigma_1^2)$$

式中 $\sigma_1 = \sigma_0, \sigma_2 = 0.625\sigma_0, \sigma_0$ 为一常数.

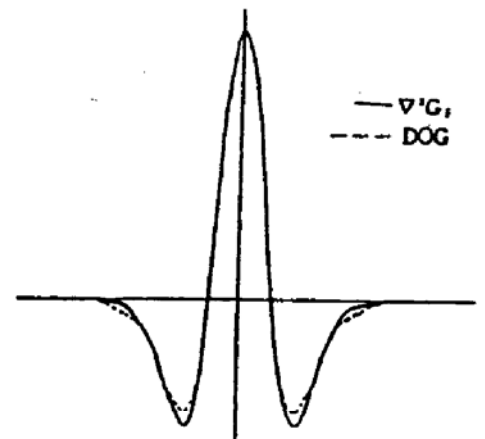


Fig. 1 DOG function obtained by difference of the two gaussian functions

根据目前普遍认为在视觉系统中存在六个离散频率通道的观点^[7], 可以选取尺度因子为离散值 $a_m = (0.625)^m$. 让位移因子 b 仍保持连续变化. 此时子波族为:

$$D_{m,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} (0.625)^{-m/2} \left\{ \frac{1}{\sigma_2} \exp \left[- (0.625)^{-2m} (x - b)^2 / 2\pi\sigma_2^2 \right] - \frac{1}{\sigma_1} \exp \left[- (0.625)^{-2m} (x - b)^2 / 2\pi\sigma_1^2 \right] \right\} \quad (6)$$

对 b 参数取积分, 对 m 参数求和, 则输入函数 $s(x)$ 的子波变换按(2)、(4)式为:

$$W_s(m,b) = \int D_{m,b}(x) s(x) dx$$

$$\text{令 } D_m(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} (0.625)^{-m/2} \left\{ \frac{1}{\sigma_2} \exp \left[- (0.625)^{-2m} x^2 / 2\pi\sigma_2^2 \right] - \frac{1}{\sigma_1} \exp \left[- (0.625)^{-2m} x^2 / 2\pi\sigma_1^2 \right] \right\},$$

则:

$$W_s(m,b) = D_m(b) * s(b) \quad (7)$$

其逆变换按(3)、(5)式应为:

$$\bar{s}(x) = \sum_m \int W_s(m,b) D_{m,b}(x) db \quad (8)$$

4 计算实例

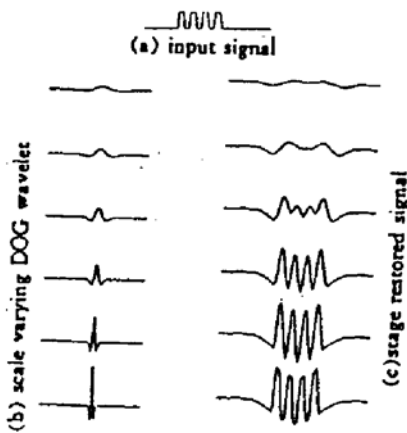


Fig. 2 Stage restoration of input signal by WT

方波的粗结构的包络分布. 当变换的项数逐步增加时, 输入信号中的细节在输出信号中逐步恢复出来. 但是, 子波逆变换与傅里叶变换存在明显的不同之处. 即尽管输入信号为正值, 输出信号中却出现负值, 而且输出信号正负部分在空间域中的积分面积相等. 这是由于子波变换核函数本身的零级谱为零而导致此核函数与输入函数相卷积后所得子波变换的零级谱也必然为零所引起.

讨 论 人类初级视觉信息处理中的感觉野函数可以用 DOG 函数来近似. 关于人类视觉系统在立体视觉与时空信息整合过程中的信息处理特性的研究表明: 人类视觉系统中存在独立的空间频率调谐通道, 视觉系统对输入图像的扫描过程是先提取出粗糙的特征, 然后再逐次

为了研究子波变换在信号传输中的性质, 尤其是当子波变换只取有限项时子波变换对原始信号中信息提取的性质, 本文利用逆子波变换, 将逐次增加子波变换项数时其逆变换所恢复出的信号 $\bar{s}(x)$ 与原始输入信号 $S(x)$ 进行了比较. 取输入信号 $s(x)$ 为局域区间的方波[图 2(a)], 当 m 取 $0, 1, \dots, 5$ 时 DOG 函数子波 $D_m(x)$ 的空间分布由图 2(b) 表示. $s(x)$ 的子波变换 $W_s(m,b)$ 随 m 从 0 增至 5 时, 对应的逆子波变换的再现函数 $\bar{s}(x)$ 的波形分布见图 2(c). 从此计算结果可以看出, 当子波变换项数很少时, 与傅里叶变换中只取低级项时的情况相似, 逆变换复原输出信号只是输入信号的低频部分的再现. 直观上只能看到输入

提取出精细的分辨率较高的特征. 由于不同尺度的 DOG 子波可以反应不同特征频率调谐通道的感受野函数, 所以将不同级次的逆子波变换所恢复出的信号与原始输入信号的比较可以分析不同特征频率调谐通道所提取的输入图像的信息特征. 本文的计算实例清楚地表明了不同尺度 DOG 子波变换在提取输入信号时从粗糙到精细的逐步变化过程. 这一过程与人类视觉系统的信息处理过程中表现的从粗糙到精细的过程具有某种相似性. 同时, 从生理学的角度分析已知, 视觉系统中对正值信号由 on—中心细胞携带, 对负值信号是由 off—中心细胞携带^[8]. 这种生物模型克服了非相干图像表示中的负值的困难. 视觉系统零交叉检测机制已经表明视觉系统是可以同时表示正负图像信号的.

由于目前传统光学方法在图像处理 and 模式识别中遇到的困难迫使人们把注意力转向生物视觉系统光学信息加工特性的研究. 本文由人类视觉系统感受野的 DOG 函数模型构造了 DOG 子波变换, 用离散尺度系统构造的 DOG 子波变换对输入图像进行处理, 并用分步复原逆变换分析了这种处理的特性与视觉系统的信息处理特性的相似之处. 由于子波变换具有的不同于傅里叶变换的局域性质更适合于描写视觉系统的信息处理特性, 这些说明 DOG 子波变换的研究将有助于进一步分析视觉信息处理过程, 并有助于光学图像识别新方法的探索.

参 考 文 献

- [1] R. W. Rodieck, Quantitative analysis of cat retinal ganglion cell response to visual stimuli. *Vision Res.*, 1965, 5 (5): 583~601
- [2] S. Marcelja, Mathematical description of the responses of simple cortical cells. *J. Opt. Soc. Am.*, 1980, 70(11): 1297~1300
- [3] Szu Harold, Sheng Yunlong, Chen Jing, The wavelet transform as a bank of the matched filters. *Appl. Opt.*, 1992, 31(17): 3267~3277
- [4] Szu Harold, H. John Caulfield, Wavelet transforms. *Opt. Engng.*, 1992, 31(9): 1823~1824
- [5] R. J. Watt, Scanning from coarse to fine spatial scales in the human visual system after the onset of a stimulus. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1987, 4(4): 2006~2021
- [6] D. Marr(姚国正, 刘磊, 汪云九译), 视觉计算理论, 北京, 科学出版社, 1988, 134
- [7] H. R. Wilson, D. R. McFarlane, G. C. Phillips, Spatial frequency tuning of orientation selective units estimated by oblique masking. *Vision Res.*, 1983, 23(9): 873~882
- [8] D. Marr(姚国正, 刘磊, 汪云九译), 视觉计算理论, 北京, 科学出版社, 1988, 63~65

Simulation of Visual Information Abstract by Wavelet Transform

Wang Zhiheng Wan Haifeng Lu Jianlin

(Information and Intelligence Group, Physics Department Sichuan University, Chengdu 610064)

(Received 16 March 1993; revised 24 May 1993)

Abstract The characteristics of the DOG wavelet transform by inverse transform (WT) is studied. The property of the spatial scale analysis from coarse to fine and localization properties expressed by WT were somehow similar to the information processing of the human vision system. It is indicated that the wavelet transform with DOG wavelets might be a powerful tool for researching the mechanism of the human visual information processing.

Key words visual information processing, wavelet transform, DOG function.