

偏轴两镜系统的设计

潘君骅 李新南

(南京天文仪器研制中心, 南京 210042)

摘 要 用解析方法求出消除中心视场球差、彗差及像散的偏轴两镜系统的结构及面形参数. 根据解出的参数进行光线追迹, 得到中心视场像斑尺寸在 $0.2''$ 以内. 要改善边缘视场的像质, 需要在双曲率面镜上加高次项, 并偏离解出的某些参数. 对于 $F/11$ 左右的系统, 可以得到 $\pm 0.6^\circ$ 视场边缘有 $1.5'' \sim 1.9''$ 的像斑角尺寸. 这种系统的子午与弧矢焦距不等, 相差在 1% 以内.

关键词 偏轴系统, 两镜系统.

1 引 言

Sasian 实现过一个口径为 $\phi 126$ mm 的偏轴两镜系统^[1], 在 $2\omega = 0.5^\circ$ 视场范围内有十分优良的像质, 但它没有给出求解这种系统的解析方法, 也没有给出修磨过的双曲率面副镜的面形方程. 偏轴两镜系统因没有中心遮拦故越来越受到光学设计的重视. 本文用解析方法求解这种系统的轮廓尺寸及消像差参数, 再用加高次项的方法改善边缘视场的像质, 从而给出了设计这种系统的理论指导.

2 轮廓尺寸的计算

设计两镜系统, 首先要确定其轮廓尺寸, 在正轴两镜系统的设计中^[2], 必须考虑到副镜遮拦比 α 不能太大, 也就是不能将主镜的焦距取得太长而用副镜来缩短. 但在偏轴两镜系统中 (参见图 1), 副镜已偏出入射光束, 从而没有遮拦问题, 故系统的光焦度应该合理地分配到主镜及副镜上. 像差及非球面镜的加工难度均随相对口径而增加, 降低主镜及副镜的相对口径对于设计及加工都是十分重要的, 这是偏轴两镜系统设计的一条重要原则.

在确定轮廓尺寸时, 可以将偏轴系统作为正轴系统来考虑. 如果将主镜及副镜作为相隔 d 的二个薄正透镜来看待, 则必须满足下面的光焦度方程:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 - d\varphi_1\varphi_2 \quad (1)$$

式中 φ 为系统的光焦度, φ_1 为主镜的光焦度, φ_2 为副镜的光焦度, d 为两镜间距离, φ_1 、 φ_2 、 d 均取正值.

对于实际问题, 焦点 F 在主镜之后的引出量 Δ , 牵涉到仪器的总体安排, 有一定的要求.

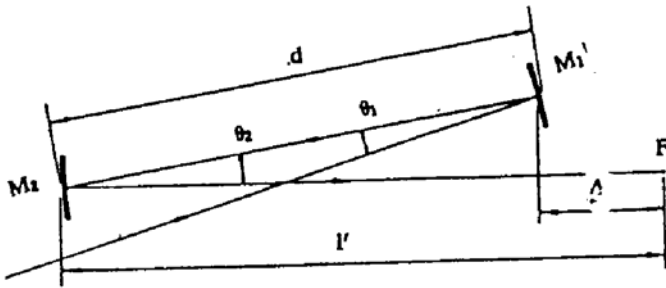


Fig. 1

在给定 Δ 的情况下, 用(1)式来求轮廓尺寸并不方便, 可以利用文献[2]中解正轴两镜系统的方法. 从(1)式可知, 主副镜光焦度之和应略大于系统的光焦度 φ . 解两镜系统的步骤如下: 1) 确定系统的通光口径和相对口径; 2) 选择主镜的相对口径, 即确定其光焦度 φ_1 ; 3) 确定焦点的伸出量 Δ ; 4) 算出 β 值, 在此 $\beta = -\varphi$; 5) 算出 α 值.

$$\alpha = (-f_1 + \Delta)/(f_1(\beta - 1)) \quad (2)$$

计算副镜顶点曲率半径 R_2 及两镜间距离 d :

$$R_2 = (\alpha\beta R_1)/(\beta + 1), \quad d = f_1(1 - \alpha) \quad (3)$$

至此偏轴两镜系统当作正轴系统考虑的轮廓尺寸完全确定. 下一步是主镜及副镜的偏角 θ_1 及 θ_2 , 从轮廓安排着眼, θ_1 及 θ_2 应尽量小, 以不挡住入射及反射光束为原则, 据此不难求出 θ_1 及 θ_2 的最小值约为:

$$\left. \begin{aligned} \theta_1 &= \arcsin [D_1(1 + \alpha)/2d] + \omega \\ \theta_2 &= \arcsin (D_1/2d) + \arctg(D_1\Delta/2fd) + \omega \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中 D_1 为主镜通光口径, f 为系统的焦距, ω 为半视场角. 实际上还要考虑到镜框尺寸, 偏角应适当大些, 可通过作图决定.

3 中心视场消像差

在偏轴情况下, 中心视场要出现很大的像散, 因此在两镜中必须有一镜是双曲率的, 才能补偿中心视场像散. 可以令主镜为双曲率镜, 也可以令副镜为双曲率镜. 在 $R_1, R_2, \theta_1, \theta_2, d$ 等参数均已确定后, 利用像散杨氏公式, 令 R_1 或 R_2 变成双曲率 (R, ρ), 其中 R 为子午曲率半径, ρ 为弧矢曲率半径, 不难使中心视场的细平行光束在焦点 F 处消像散. 若令主镜为双曲率面镜, 即 R_1 变为 R_1, ρ_1 , 则可导出主镜的弧矢曲率半径:

$$\rho_1 = \frac{R_2 \cos(\theta_1/2) \cos(\theta_2/2) [R_1 \cos(\theta_1/2) - 2d]}{[\cos^2(\theta_2/2) - 1] [R_1 \cos(\theta_1/2) - 2d] + R_2 \cos(\theta_2/2)} + 2d \cos(\theta_1/2) \quad (5)$$

若令副镜变为双曲率镜, 即 R_2 变为 R_2, ρ_2 则可得:

$$\rho_2 = \cos \frac{\theta_2}{2} \left/ \left(\frac{\cos(\theta_1/2)}{R_1 - 2d \cos(\theta_1/2)} - \frac{1}{R_1 \cos(\theta_1/2) - 2d} + \frac{1}{R_2 \cos(\theta_2/2)} \right) \right. \quad (6)$$

双曲率面镜可以看作是旋转椭球面的短轴顶点区域, 即所谓反转椭球面, 其表达式为:

$$x^2 - 2\rho x + (\rho/R)y^2 + z^2 = 0$$

式中 x 为光轴方向在镜面的子午及弧矢面内. 若在这个方程式上加 y, z 的高次项, 因 y 在子午面内, 故可以含 y 的奇次方, 即可以加 $y^3, yz^2, y^4, z^4, y^2z^2 \dots$ 等项.

根据光学设计理论, 轴外球差系数在视场角不大时与轴上球差系数一样, 所以可用文献[2]之公式消球差. 令主镜或副镜成为二次曲面, 双曲率面以其子午曲率半径当作球面对待, 即两镜系统中一个是球面, 一个是二次曲面. 定轮廓尺寸时已求出 α 及 β 之值, 在消球差条件中, 令 e_2^2 或 e_1^2 为零, 不难得到: 若主镜为二次曲面, 即 $e_2^2 = 0$, 则:

$$e_1^2 = 1 - \frac{\alpha(1-\beta)^2(1+\beta)}{\beta^3} \quad (7)$$

若副镜为二次曲面, 即 $e_1^2 = 0$, 则:

$$e_2^2 = \frac{-\beta^3 + \alpha(1-\beta)^2(1+\beta)}{\alpha(1+\beta)^3} \quad (8)$$

关于彗差, 用三级像差理论不难导出单个反射镜的子午彗差像斑大小的表达式为:

$$\delta g' = 3y^2\theta \frac{l'}{R} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{l} \right)$$

式中 y 为反射镜的半口径, θ 为主光线与光轴夹角, l 为物距, l' 为像距, R 为反射镜曲率半径。在本文的情况, 中心视场主光线与主镜光轴的夹角为 $(\theta_1/2)$, 与副镜光轴的夹角为 $(\theta_2/2)$, 因此对主镜有 $\delta g_1' = 3y_1^2(\theta_1/2) \frac{R_{1/2}}{R_1} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{3}{2}y_1^2(\theta_1/2)1/R_1$. 对于副镜, $l_2 = \alpha f_1 = \alpha R_1/2$, $l_2 = l_2\beta = \alpha\beta R_1/2$, $y_2 = \alpha y_1$, 故 $\delta g_2' = 3y_2^2(\theta_2/2) \frac{\alpha\beta R_1}{2R_2} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{2}{\alpha R_1} \right)$. 要求中心视场彗差为零, 因此令 $\beta\delta g_1' = \delta g_2'$, 从而得:

$$\theta_2 = \frac{R_2^2}{\alpha^2 R_1 (\alpha R_1 - 2R_2)} \theta_1 \quad (9)$$

利用(2)至(9)式, 消除中心视场球差, 彗差及像散的偏轴两镜系统即可解出。

在消像散条件下, 从副镜到焦点的距离, 由子午光束或弧矢光束算出的应完全相等, 当主镜为双曲率面时为:

$$\left. \begin{aligned} l_i &= \frac{R_2 \cos(\theta_2/2) [R_1 \cos(\theta_1/2) - 2d]}{2[R_1 \cos(\theta_1/2) - 2d - R_2 \cos(\theta_2/2)]} \\ l_s &= \frac{R_2[\rho_1 - 2d \cos(\theta_1/2)]}{2[\rho_1 \cos(\theta_2/2) - 2d \cos(\theta_1/2) \cos(\theta_2/2) - R_2 \cos(\theta_1/2)]} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

当副镜为双曲率面时为:

$$\left. \begin{aligned} l_i &= \frac{R_2 \cos(\theta_2/2) [R_1 \cos(\theta_1/2) - 2d]}{2[R_1 \cos(\theta_1/2) - 2d - R_2 \cos(\theta_2/2)]} \\ l_s &= \frac{\rho_2 [R_1 - 2d \cos(\theta_1/2)]}{2[R_1 \cos(\theta_2/2) - 2d \cos(\theta_1/2) \cos(\theta_2/2) - \rho_2 \cos(\theta_1/2)]} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

4 实际系统像斑计算及改善

根据上述理论, 解一个实际系统, 口径 $D_1 = 350$ mm, 焦距 $f = 4000$ mm 取 $R_1 = -15809.405$ mm, $\Delta = 340.5796$ mm, $\theta_1 = 10^\circ$ 得: $\alpha = 0.69245107$, $R_2 = 11304.535$, $\theta_2 = 5^\circ.02385974$, $\beta = -0.5051817$, $d = -2431.0828$, $l_2 = 2771.6624$. 若令副镜为双曲率面, 则: $\rho_2 = 11156.0833$, $e_1^2 = 7.02$, 追迹光线, 算得中心视场最大像斑尺寸在子午方向为 0.00216 mm, 约 $0.11''$. 但在 $\pm 0.6^\circ$ 边缘视场分别为 $9.5''$ 及 $11.5''$.

若在副镜上加高次项, 使面形方程为: $x^2 - 22099.31x + 0.9774533y^2 + z^2 - 1.705 \times 10^{-5}y^3 - 1.765 \times 10^{-5}yz^2 + 3.6 \times 10^{-8}y^4 + 3.522 \times 10^{-8}z^4 + 7.125 \times 10^{-8}y^2z^2 = 0$ 同时改变 θ_2 , ρ_2 , e_1^2 使 $e_1^2 = 1.88$, $\rho_2 = 11049.655$, $\theta_2 = 12.31^\circ$, 从而 $l_2 = 2765.105$, 并将像面倾斜 1.18° , 则可得到 $\pm 0.6^\circ$ 视场范围内最大像斑不超过 $1.9''$. 若令主镜为双曲率面, 则解出的结果为: $\rho_1 = -15669.2692$, $e_2^2 = 10.79$. 按这组数据算光线, 得到中心视场最大像斑为 $0.17''$,

但 $\pm 0.6^\circ$ 视场像斑子午方向为 $9.38''$ 及 $10.52''$ ，弧矢方向略小，为 $7.3''$ 。

改善边缘视场像质，首先是在加高次项的同时，改变 θ_2 ，但 θ_2 与中心像散有关，所以必须同时改变 ρ_1 ，从而 l_2 也变。以本例来看，当 $\theta_2 = 20^\circ$ 时，加高次项修改，得到弧矢方向最小的边缘视场像斑为 $2.48''$ 。将像面倾斜 4.5° 后， $\pm 0.6^\circ$ 视场的子午方向像斑为 $2.68''$ 及 $2.50''$ 。此时， $\rho_1 = -15378.6572$ ， $\theta_2 = 20^\circ$ ， $l_2 = 2752.1415$ 。主镜面形方程为：

$$x^2 + 30757.3144x + 0.972753699y^2 + z^2 - 1.646 \times 10^{-5}y^3 - 1.558 \times 10^{-5}yz^2 - 1.2 \times 10^{-9}y^4 - 4 \times 10^{-10}z^4 - 2 \times 10^{-9}y^2z^2 = 0$$

偏角关系确定后，主镜方程中 y 奇次项的系数基本确定。高于二次的偶次项系数与副镜偏心率有关，当改变到 $e_2^2 = 12.29$ 时，去掉四次以上项时有最佳结果，全视场内像斑小于 $2.82''$ ，而中心视场为 $0.19''$ 。若副镜偏心率向减小方向变化，同时加上四次项，则整个视场像质还能有所改善。当副镜变成球面，即 $e_2^2 = 0$ 时，子午方向 $\pm 0.6^\circ$ 视场像质为 $1.97''$ 及 $1.93''$ 弧矢方向 $\pm 0.6^\circ$ 视场为 $1.87''$ ，中心视场为 $0.062''$ 。这时主镜的面形方程为：

$$x^2 + 30757.3144 + 0.972753699y^2 + z^2 - 1.65 \times 10^{-5}y^3 - 1.565 \times 10^{-5}yz^2 - 8.0 \times 10^{-9}y^4 - 6.7 \times 10^{-9}z^4 - 1.47 \times 10^{-8}y^2z^2 = 0$$

像面倾斜角为 4.42° 。

再减小 e_2^2 值，到 $e_2^2 = -12$ 时，有最佳结果，这时主镜方程为

$$x^2 + 3.0757.3144x + 0.972753699y^2 + z^2 - 1.656 \times 10^{-5}y^3 - 1.575 \times 10^{-5}yz^2 - 1.565 \times 10^{-8}y^4 - 1.39 \times 10^{-8}z^4 - 2.955 \times 10^{-8}y^2z^2 = 0$$

在像面倾角为 4.4° 时，全视场像质情况如下表 1 所示

$e_2^2 = 0$ 用 $e_2^2 = -12$ 时的计算机点图示于图 2 及图 3。以 $\lambda = 0.55 \mu\text{m}$ 算， $D_1 = 350 \text{ mm}$ 的衍射极限像斑角直径为 $0.79''$ ，故当 $e_2^2 = -12$ 时，在 $\pm 0.42^\circ$ 视场内基本上已达到衍射极限像质。这个系统的子午焦距 $f_t = 3981.2468 \text{ mm}$ ，弧矢焦距 $f_s = 4017.4908 \text{ mm}$ 。应该指出的是，若副镜为双曲率面时，子午焦距值大于弧矢焦距值。

Table 1

viewing field direction	0.6°	0.42°	0.3°	0.18°	0	-0.18°	-0.3°	-0.42°	-0.6°
meridional	$1.47''$	$0.80''$	$0.46''$	$0.26''$	$0.067''$	$0.22''$	$0.47''$	$0.83''$	$1.56''$
sagittal	$1.48''$	$0.78''$	$0.44''$	$0.19''$	$0.067''$	$0.19''$	$0.44''$	$0.78''$	$1.48''$

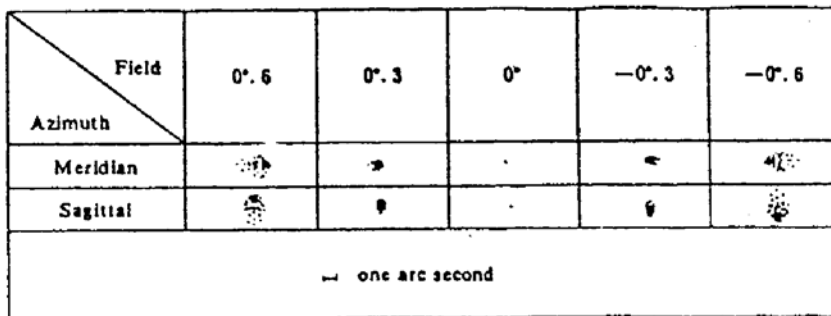


Fig. 2

本例副镜为双曲率镜的系统是作者为某研究所实际加工的系统。由于是初次尝试，工艺不太

Field Azimuth	$0^{\circ}.6$	$0^{\circ}.3$	0°	$-0^{\circ}.3$	$-0^{\circ}.6$
Meridian	↖	·	·	·	↗
Sagittal	↑	·	·	·	↓
— one arc second					

Fig. 3

成熟, 实际做到的像质是: 中心视场为 $1.8''$, 边缘视场约 $4.2''$, 但完全满足使用要求.

结 论 偏轴两镜系统比其它无中心遮拦两镜系统有很大的优点, 在红外光学工程中有重要的实用价值. 利用本文的公式可以解出较小视场的这种系统的结构, 其中心视场像质已远远优于衍射斑尺寸. 如在解出的数据的基础上在双曲率镜面上加高次项, 并调整某些参数, 则可以得到较大视场内具有相当优良的像质.

参 考 文 献

- [1] J. M. Sasian, A practical YOLO telescope. *Sky and Telescope*, 1988, 198~201
 [2] 潘君骅, 郝沛明, 具有两个二次曲面反射镜的光学系统的一般研究. *天文学报*, 1965, 13(1): 38

Design of a Tilted Two-Mirror Optical System

Pan Junhua Li Xinnan

(*Nanjing Astronomical Instruments Research Center, Nanjing 210042*)

(Received 5 April 1993)

Abstract The constructional data and surface parameters of a tilted two-mirror optical system with eliminated spherical aberration, coma and astigmatism at the center of the field may be solved by analytic method. By ray tracing with those solved data, the image size at the center of the field is less than 0.2 arc second. For reducing the image at the outer part of the field, it is necessary to add higher order terms in the equation of the bi-curvature mirror, and at the same time deviate some parameters solved by equations. For an $F/11$ system, we may expect $1.5''$ to $1.9''$ image spot size at $\pm 0.6^{\circ}$ field. The meridional and sagittal focal lengths of such a system are not equal, the difference being less than 1% .

Key words tilted optical system, two-mirror system.