

利用莫尔条纹的准正弦特性的三维轮廓术

赵 宏 陈文艺 谭玉山

(西安交通大学机械系激光红外应用研究室, 西安 710049)

摘 要 分析了两个矩形光栅迭合产生的莫尔条纹的光强分布特性, 通过选择适当的光栅参数, 可得到一个近似的正弦分划板, 并把它用于三维面形测量中. 实验结果表明, 这种方法简单, 易于自动处理, 有广泛的实用价值.

关键词 正弦分划板, 莫尔条纹, 相移, 三维面形测量.

1 引 言

三维物体面形的测量在实际中有着广泛的应用, 由于相移技术具有高精度、受背景噪声影响小等特点, 因而被大量用于相位解调中. Maurice Halioua 等人提出了一种使用相移技术的三维面形自动测量方法^[1]. 要利用相移技术, 首先需要有一个正弦光场, 本文提出了利用两个矩形光栅产生莫尔条纹而得到一个十分近似的正弦光场, 采用相移技术对被测光场进行解调, 从而获得三维物体面形高度分布信息的方法. 文中详细地论证了这一近似过程, 并用此方法建立了一个三维面形光电测量系统, 通过对牙模型的三维面形测量结果表明, 此方法具有简单、快速和抗干扰性强等特点, 易于实用化.

2 测量原理

当一正弦光场投影到被测物体表面上时, 这一光场就被物体表面形状所调制, 这一变形光场的数学表达式为:

$$I(x, y) = R(x, y) \{A(x, y) + B(x, y) \cos [(2\pi/p)x + \varphi(x, y)]\}, \quad (1)$$

式中 $R(x, y)$ 为一个与物体表面光学特性有关的物理量, $A(x, y)$ 为背景光强, $B(x, y)/A(x, y)$ 为条纹的对比度, P 为正弦载波条纹间距, $\varphi(x, y)$ 为相位调制函数, 它包含了三维物体面形的高度信息, 是被测物表面高度 $z = h(x, y)$ 的函数. 对(1)式引入相移量 $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ 后, 可分别得到:

$$I_0(x, y) = R(x, y) \{A(x, y) + B(x, y) \cos [(2\pi/p)x + \varphi(x, y)]\}, \quad (2)$$

$$I_1(x, y) = R(x, y) \{A(x, y) - B(x, y) \sin [(2\pi/p)x + \varphi(x, y)]\}, \quad (3)$$

$$I_2(x, y) = R(x, y) \{A(x, y) - B(x, y) \cos [(2\pi/p)x + \varphi(x, y)]\}, \quad (4)$$

$$I_4(x, y) = R(x, y) \{A(x, y) + B(x, y) \sin [(2\pi/p)x + \varphi(x, y)]\}, \quad (5)$$

由(2), (3), (4), (5)式可得:

$$\varphi(x, y) = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{I_3 - I_1}{I_0 - I_2} \right) - \frac{2\pi}{p} x \quad (6)$$

通过(6)式可以得到由物面高度调制产生的相位分布值,但这些值是在 $-\pi$ 到 π 范围内,最后通过去相位包裹处理后,就可得到其真实的相位分布值,从而计算出物面的高度分布数据.

3 莫尔条纹的透射特性分析

设两个矩形光栅 G_1 、 G_2 , 空间频率分别为 P_1 、 P_2 , 两个光栅栅线都与 x 轴平行, 则它们的透射特性的傅里叶表达式分别为:

$$T_1(y) = \sum_n A_n \exp(2\pi i n P_1 y), \quad T_2(y) = \sum_m B_m \exp(2\pi i m P_2 y). \quad (7)$$

$$A_n = \alpha \operatorname{sinc}(n\alpha), \quad B_m = \beta \operatorname{sinc}(m\beta) \quad (8)$$

式中 α 为光栅 G_1 的孔栅比, β 为光栅 G_2 的孔栅比. 把两个光栅分别绕同一点 $(0, 0)$ 在 x - y 平面内转动 φ 角, 但方向相反, 有:

$$T_1(x, y) = \sum_n A_n \exp[2\pi i n P_1 (x \cos \varphi + y \sin \varphi)], \quad (9)$$

$$T_2(x, y) = \sum_m B_m \exp[2\pi i m P_2 (x \cos \varphi - y \sin \varphi)]$$

因此光栅的总透射率为:

$$\begin{aligned} T(x, y) &= T_1(x, y) \cdot T_2(x, y) \\ &= \sum_n \sum_m A_n B_m \exp\{2\pi i [(nP_1 + mP_2)x \cos \varphi + (nP_1 - mP_2)y \sin \varphi]\} \end{aligned} \quad (10)$$

两光栅迭合在一起产生的莫尔条纹, 是由两个光栅之间拍现象所产生的最低频率量所组成的. 因此由拍现象所产生的最低频率及谐波组成的莫尔花样的一般表达式, 由(10)式中抽取 $m = -n$ 项而得到. 即

$$T(x, y) = \sum_n A_n B_{-n} \exp\{2\pi i n [(P_1 - P_2)x \cos \varphi + (P_1 + P_2)y \sin \varphi]\} \quad (11)$$

设两个光栅有相同的空间周期 d , 但有不同的亮缝宽分别为 a 和 b , 则

$$\alpha = a/d, \quad A_n = \alpha \operatorname{sinc}(n\alpha), \quad (12)$$

$$\beta = b/d, \quad B_{-n} = \beta \operatorname{sinc}(-n\beta), \quad (13)$$

$$P_1 = P_2 = \rho = 1/d \quad (14)$$

把(12)~(14)式代入(11)式得

$$T(y) = \sum_{-\infty}^{\infty} A_n B_{-n} \exp[2\pi i n (2\rho \sin \varphi) y] \quad (15)$$

从(14)式中可以看出基频为 $2\rho \sin \varphi$, 且莫尔条纹平行 x 轴, 为了使 $T(y)$ 能近似为一个正弦分划板, 希望 $n = 0$ 和 $n = \pm 1$ 项的系数 $A_0 B_0$ 、 $A_{-1} B_1$ 和 $A_1 B_{-1}$ 尽量大, 由于 $\operatorname{sinc}(z)$ 函数的特征是当 $z = 0$ 时 $\operatorname{sinc}(0) = 1$, 其余当 z 为整数时 $\operatorname{sinc}(z) = 0$. 因此从上式可以看出当 $\alpha = 1/2$ 时, n 为偶数的各项为零; 同样再选择 $\beta = 1/3$, 这时所有以 3 为倍数的各项也为零, 这样除 $n = 0$, $n = \pm 1$ 项外, $\operatorname{sinc}(n\alpha) \operatorname{sinc}(n\beta)$ 不为零的第一项就是 $n = \pm 5$, 但这一项是相当小, 因为 $\operatorname{sinc}(z)$ 函数像 n^{-1} 函数一样递减. 在 $T(y)$ 的系数中第五项与第一项之比为:

$$\frac{\operatorname{sinc}(5\alpha) \operatorname{sinc}(5\beta)}{\operatorname{sinc}(\alpha) \operatorname{sinc}(\beta)} = \frac{\sin(5\pi/2) \sin(5\pi/3)}{25 \sin(\pi/2) \sin(\pi/3)} = -\frac{1}{25} \quad (16)$$

实际上, 由于一般光栅的边缘不是理想的那么锐利, 这就相当于光栅中高次谐波分量的降低, 故第五项谐波和基波之比会更小^[2].

4 实验系统及结果

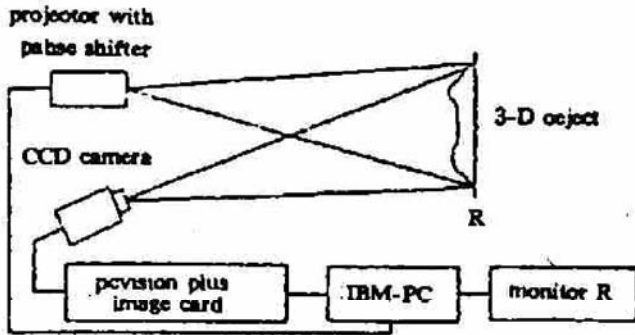


Fig. 1 General block diagram for a shape measurement system

实验系统如图 1 所示, 产生莫尔条纹的两个光栅的参数分别为 $\alpha = \beta = 1/2$, $\rho = 5 \text{ mm}^{-1}$. 产生的莫尔条纹由投影仪投影到物体表面上, 然后把这一被物面形状调制的光场由 CCD 摄像机摄入, 经 Pcvision/plus 图像卡转换为数字图像. 在计算机控制下, 用相移技术把变形光场的相位分布解调出来. 由于图像卡有两帧 $512 \times 512 \times 8 \text{ bit}$ 存储空间, 所有的计算, 数据传递, 存储等都在内存和帧存之间进行, 使处理速度非常快, 整个测量过程仅需 5 分钟左右.

间进行, 使处理速度非常快, 整个测量过程仅需 5 分钟左右.

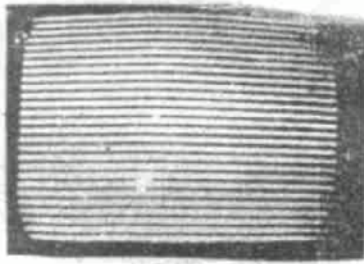


Fig. 2 Moire fringe pattern on the reference plane

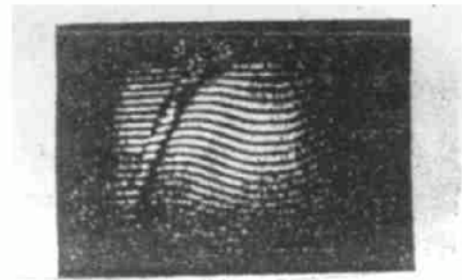


Fig. 3 Deformed moire fringe pattern on the object's surface

本文实验中待测物为一牙模型. 实测步骤是: 先求出参考平面 R 的相位分布 $\varphi_0(x, y)$. 莫尔条纹投影到参考平面的条纹图被显示如图 2 所示. 然后, 再把被测物体放在参考平面 R 上, 其变形莫尔条纹图如图 3 所示, 通过相移技术求出变形光场的相位分布 $\varphi(x, y)$. 最后, 就可得到由牙模表面相对于参考平面 R 的高度产生的相位分布:

$$\Delta\varphi(x, y) = \varphi(x, y) - \varphi_0(x, y) \quad (17)$$

图 4 是 $\Delta\varphi(x, y)$ 的三维显示.

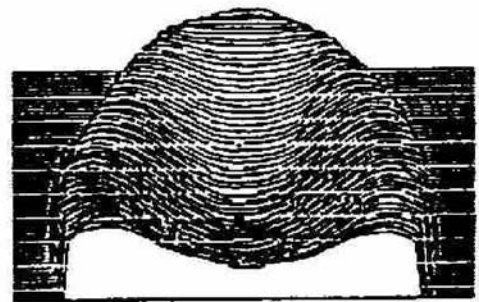


Fig. 4 Measurement of tooth mold

5 测量精度及参数选择

为了考查系统的测量精度, 本文对高度 $z = 1 \text{ mm}$ 到 $z = 20 \text{ mm}$ 进行了测量, 测量结果以及误差列于表 1 中.

Table 1.

practical height (mm)	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
measured height (mm)	2.000	3.967	5.967	7.967	9.967	11.933	14.023	16.013	18.040	20.033
relature error (%)	0	0.82	0.55	0.41	0.33	0.55	0.17	0.081	0.22	0.16

由上列结果可以看出: 相对误差小于 1%, 随着测量高度的增加相对误差减小, 而且它们的绝对误差比较稳定, 基本上是 ± 0.04 mm. 因此可以看出, 系统具有较大的测量范围, 这一点与系统采用准直平行光投影光栅是一致的. 另外, 还可以选择 $\alpha=1/2$ 和 $\beta=1/3$ 的光栅来产生莫尔条纹, 以得到更好的测量精度.

参 考 文 献

- [1] Maurice Halioua and Hsin-Chu Liu, Optical three-dimensional sensing by phase measuring profilometry. *Optics and Laser in Engineering*, 1989, 11(3): 185~215
- [2] 虞祖良, 金国藩译, 光学信息处理. 北京: 清华大学出版社, 1987
- [3] Donald J. Bone, Fourier fringe analysis: two-dimensional phase unwrapping problem. *Appl. Opt.*, 1991, 30(25): 3627~3632

Three-Dimensional Contouring by Using Quasi-Sine Characteristic of Moire Pattern

Zhao Hong Chen Wenyi Tan Yushan

(Department of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

(Received May 1993; revised 26 July 1993)

Abstract This paper analyzes optical transmission characteristic of moire fringes that appeared when two Ronchi gratings of the same frequencies are superimposed. A quasi-sine divided block can be obtained by selected the proper grating constant and be used in 3-D shape measurement. The experiment result shows that the method is simple and practical, and easy to realize automatid processing.

Key words quasi-sine divided block, moire fringe; phase shift, 3-D shape measurement.