

# 类克尔媒质中多光子 J-C 模型场的反聚束效应

刘惠恩 方卯发 贾兆平

(湖南师范大学物理系, 长沙 410081)

**摘 要** 使用类克尔(Kerr)媒质中多光子 J-C 模型的有效哈密顿, 求解该系统的波函数, 并研究类克尔媒质与腔场的非线性相互作用对场模的反聚束效应的影响.

**关键词** 二阶关联函数, 反聚束效应, 多光子 J-C 模型.

## 1 引 言

经典光场光子间呈现聚束效应, 而光场的反聚束效应(ABE)显示了辐射场的一种特殊的量子特性, 即光子在时域中倾向于均匀分离的一种趋势. 它不仅在理论上具有重要意义, 而且在微弱信号测量、人类视觉研究以及检测光场压缩态等方面也有着潜在的应用前景. 因此人们对各种场模的聚束和反聚束效应进行了大量研究<sup>[1~5]</sup>. 最近 Buzex 和 Jex 提出了类克尔媒质中单光子 J-C 模型<sup>[6]</sup>. 本文将此模型推广到类克尔媒质中多光子 J-C 模型, 求出了该系统的波函数和零延迟二阶关联函数  $g^{(2)}(0)$  表达式, 并对  $k=1, 2, 3, 4$  进行了数值解, 研究了类克尔媒质与腔场非线性相互作用和多光子跃迁对腔场反聚束效应的影响.

## 2 模型及其解

单模腔中一个两能级原子被类克尔媒质包围, 由于类克尔媒质可以模拟成一个频率为  $\omega$  的非简谐振子, 两能级原子通过多光子跃迁与单模场耦合, 腔模同时与类克尔媒质相互作用, 在旋波近似下, 系统总的哈密顿可表为:

$$H = \omega_0 a^+ a + \omega b^+ b + \omega_0 S_z + q b^{+2} b^2 + p(a^+ b + b^- a) + \lambda(a^{+k} S_- + a^k S_+) \quad (1)$$

式中  $a$  和  $a^+$  为腔模场消灭和产生算符,  $b$  和  $b^+$  为非线性谐振子消灭和产生算符,  $S_z, S_-, S_+$  是原子算符,  $\omega_0$  为场模频率,  $\omega$  为非线性谐振子频率,  $\omega_0$  为二能级原子跃迁频率,  $\lambda$  为原子与场模的耦合常数,  $q$  为非谐振子的非简谐参量,  $P$  为非谐振子与腔场的耦合常数. 在绝热极限下, 系统的哈密顿可转化为仅包含光子和原子算符的有效哈密顿  $H_{eff}$ .

$$H_{eff} = \omega_0 a^+ a + \omega_0 S_z + \lambda a^{+2} a^2 + \lambda(a^{+k} S_- + a^k S_+) \quad (2)$$

式中  $\lambda = qP^2/(\omega - \omega_0)^2$  为类克尔媒质第三阶极化率, 它给出了类克尔媒质第三阶非线性的色

散部分, 而  $\omega_c = [\omega_0 - P^2/(\omega - \omega_0)]$  为新的频率. 系统的薛定谔(Schrödinger) 方程为

$$i(d/dt)|\psi(t)\rangle = H_{eff}|\psi(t)\rangle \quad (3)$$

设初始时, 原子处于激发态  $|e\rangle$ , 腔场为相干态:

$$|\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} F_n |n\rangle \quad F_n = \exp(-n_c/2) n_c^{n/2} / \sqrt{n!} \quad (4)$$

式中  $n_c$  为腔场初始平均光子数, 因此系统的初始条件为

$$|\psi(0)\rangle = |\alpha\rangle \otimes |e\rangle \quad (5)$$

利用初始条件和态矢的正交性, 并考虑到  $\omega_a = k\omega_c$  共振下, 可得(3)式的解为:

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-i\{\omega_c(n+1) + x[n^2 + (k-1)(n+1)]t\}) \\ \cdot [C_n(t)|n, e\rangle + D_n(t)|n+k, g\rangle] \quad (6)$$

$$C_n(t) = F_n [\cos \beta_n t + \frac{i\chi(kn+k-1)}{\beta_n} \sin \beta_n t], \quad D_n(t) = -iF_n \left\{ \lambda \left[ \frac{(n+k)!}{n!} \right]^{1/2} \frac{\sin \beta_n t}{\beta_n} \right\}$$

拉比(Rabi)频率定义为:

$$\beta_n^2 = \lambda^2 \frac{(n+k)!}{n!} + \chi^2(kn+k-1)^2 \quad (7)$$

(6)式中态矢  $|g\rangle$  表示原子的基态. 显然, 当  $k=1$  时, (6)式与文献[6]态矢相同.

### 3 腔场光子零延迟二阶关联函数

腔场光子零延迟二阶关联函数  $g^{(2)}(0)$  可表为:

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle a^+ a^+ a a \rangle}{\langle a^+ a \rangle^2} \quad (8)$$

若  $g^{(2)}(0) > 1$ , 光子间为正关联, 光子是聚束的, 光场呈现经典态; 若  $g^{(2)}(0) = 1$ , 光子间零关联, 为相干光场; 若  $g^{(2)}(0) < 1$ , 光子间为负关联, 光子是反聚束的, 光场呈现非经典态.

根据态矢不难求出如下算符的平均值:

$$\langle a^+ a \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} P_n \left\{ n [\cos^2 \beta_n t + \frac{\chi^2(k_n+k-1)^2}{\beta_n^2} \sin^2 \beta_n t] \right. \\ \left. + [(n+k) \frac{g^2(n+k)!}{n! \beta_n^2} \sin^2 \beta_n t] \right\} \quad (9)$$

$$\langle a^{-2} a^2 \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} P_n \left\{ n(n-1) [\cos^2 \beta_n t + \frac{\chi^2(k_n+k-1)^2}{\beta_n^2} \sin^2 \beta_n t] \right. \\ \left. + [(n+k)(n+k-1) \frac{g^2(n+k)!}{n! \beta_n^2} \sin^2 \beta_n t] \right\} \quad (10)$$

$$\langle (a^- a)^2 \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} P_n \left\{ n^2 [\cos^2 \beta_n t + \frac{\chi^2(k_n+k-1)^2}{\beta_n^2} \sin^2 \beta_n t] \right. \\ \left. + [(n+k)^2 \frac{g^2(n+k)!}{n! \beta_n^2} \sin^2 \beta_n t] \right\} \quad (11)$$

式中

$$P_n = |F_n|^2 = e^{-n_c} n_c^n / n! \quad (12)$$

## 4 数值解和讨论

取  $k = 1, 2, 3, 4$  分别就弱场(初始光子数  $n_c = 1$ )、强场( $n_c = 10$ )对  $g^{(2)}(0)$  进行了数值计算.

### 4.1 弱场 ( $n_c = 1$ )

$g^{(2)}(0)$  对  $\chi/\lambda$  不敏感, 当  $k = 1, \chi/\lambda$  从  $0 \sim 4$  范围内  $g^{(2)}(0) \sim t$  曲线变化不大, 大部分时间内  $g^{(2)}(0) < 1$ , 光子间呈反聚束; 当  $\chi/\lambda \geq 5, g^{(2)}(0) \leq 1$ , 并为周期振荡, 几乎全部时间呈现完全反聚束, 如图 1 中曲线(a)、(b)、(c)所示. 这一结果是不难理解的, 因初始光子数少, 虽然原子可能受激发射, 但从图 1 中曲线(d)可以看出  $t$  不为零的平均光子数  $\langle n \rangle$  比初始光子数只略有增加, 因此表示两个光子同时到达观察点的几率 [ $g^{(2)}(0)$ ] 小, 腔场反聚束效应强.

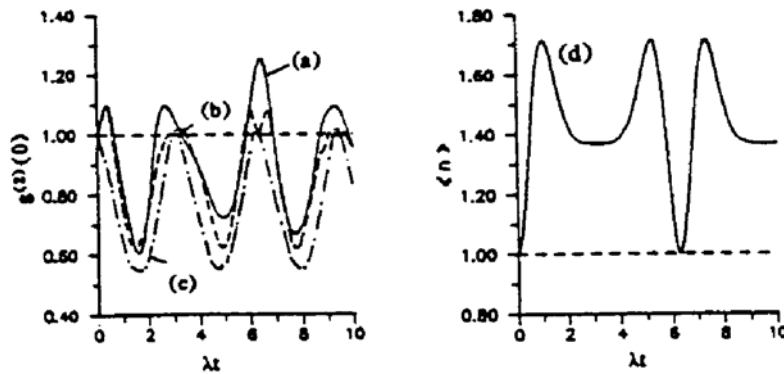


Fig. 1  $g^{(2)}(0)$  and  $\langle n \rangle$  vs  $\lambda t$  for  $k = 1, n_c = 1$  (a)  $\chi/\lambda = 0.0$ , (b)  $\chi/\lambda = 0.5$ , (c)  $\chi/\lambda = 5$ , (d)  $\chi/\lambda = 0.5$

若固定  $\chi/\lambda = 0.5$ , 当  $k = 2$ , 呈现反聚束的时间约占一半, 如图 2 所示, 当  $k = 3$  和  $4$ ,  $g^{(2)}(0) \sim t$  曲线不规则, 腔场为反聚束时间愈来愈少, 这是由于多光子跃迁, 造成两光子同时到达观察点的几率  $g^{(2)}(0)$  增加, 从而减少了反聚束效应.

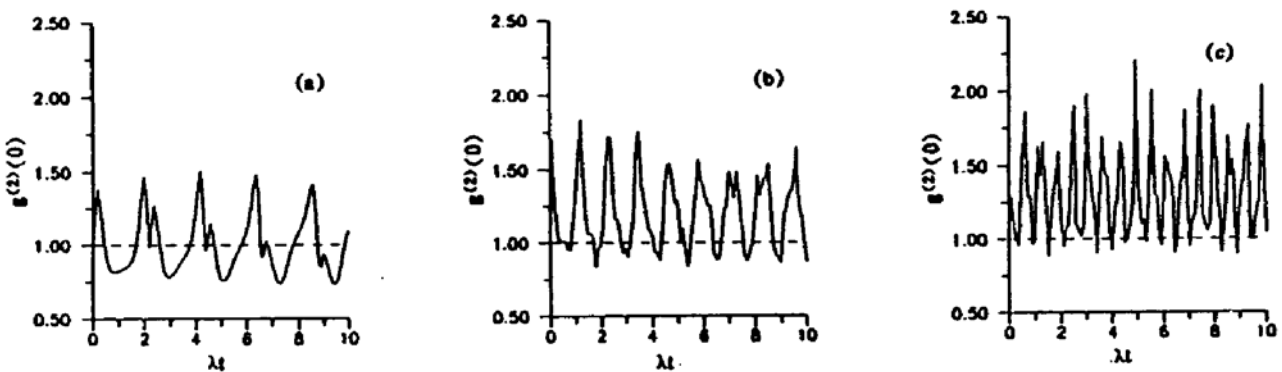


Fig. 2  $g^{(2)}(0)$  vs  $\lambda t$  for  $n_c = 1, \chi/\lambda = 0.5$  (a)  $k = 2$ , (b)  $k = 3$ , (c)  $k = 4$

### 4.2 强场 ( $n_c = 10$ )

$k = 1$ , 从图 3 可见, 当  $\chi/\lambda = 0, g^{(2)}(0)$  出现崩溃和回复现象, 大部份时间腔场具有反聚束效应. 如图 3(a) 所示. 当  $\chi/\lambda$  增加, 崩溃和回复频率增加, 而幅度逐渐减弱, 当  $\chi/\lambda = 5, g^{(2)}(0) = 1$ , 这表明非线性耦合因子  $\chi$  对原子和腔场的相互作用产生了退耦效应, 腔场回到初始相干态[见图 3(b), (c), (d)].

当  $n_c = 10, \chi/\lambda = 0.5$  不变, 取  $k = 2, 4$  如图 4 所示. 双光子跃迁( $k = 2$ ) 同样有崩溃和

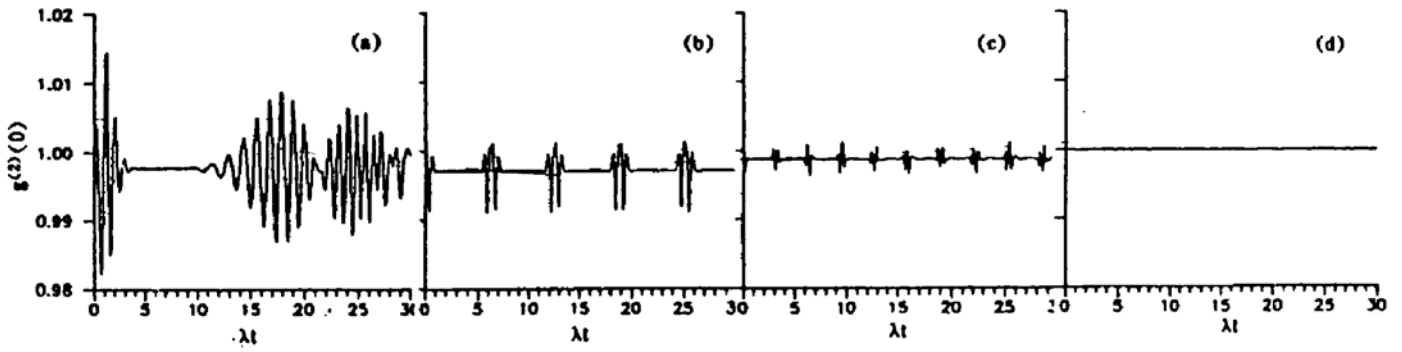


Fig. 3  $g^{(2)}(0)$  vs  $\lambda t$  for  $k=1, n_c=0$ , (a)  $\chi/\lambda=0.0$ , (b)  $\chi/\lambda=0.5$ , (c)  $\chi/\lambda=1$ , (d)  $\chi/\lambda=5$

回复现象[见图 4(a)], 与图 3(b) 单光子跃迁( $k=1$ ) 的情况比较, 两者参数相同, 但双光子跃迁  $g^{(2)}(0)$  崩溃和回复频率比单光子跃迁大, 光子反聚效应双光子跃迁比单光子跃迁弱, 且反聚束效应发生在回复区域. 随着  $k$  的增加,  $g^{(2)}(0) \sim t$  曲线呈不规则, 反聚束效应减弱, 如图 4(c) 所示

### 4.3 光子数的统计分布

光子数的统计分布一般由 Mandel 因子

$$Q = \langle (\Delta N)^2 \rangle / \langle N \rangle \quad \langle (\Delta N)^2 \rangle = \langle N^2 \rangle - \langle N \rangle^2, N = a^+ a. \quad (13)$$

来判断. 当  $Q=1$ , 光场为相干场, 光子数的分布为泊松分布;  $Q>1$ , 光子数的分布为超泊松分布;  $Q<1$ , 则为亚泊松分布. 光场呈现非经典态.

利用(9)和(11)式, 取  $n_c=10, k=2, \chi/\lambda=0.5$ , 对(13)式所示的  $Q$  值进行数值计算, 其结果如图 4(b) 所示, 可见图 4(b) 所示的  $Q \sim t$  曲线与图 4(a) 所示的  $g^{(2)}(0) \sim t$  曲线形状完全一致, 这表明: 亚泊松分布-反聚束效应、超泊松分布-聚束效应总是共存的. 虽然腔单模场与原子和类克尔媒质相互作用, 但仍保持单模场反聚束效应与亚泊松分布的等价性.

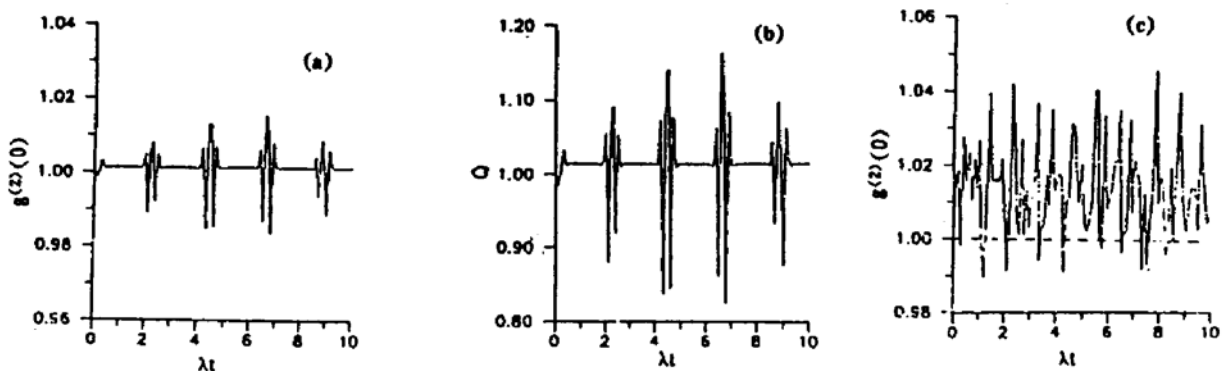


Fig. 4  $g^{(2)}(0)$  and  $Q$  vs  $\lambda t$  for  $n_c=10, \chi/\lambda=0.5$  (a)  $k=1$ , (b)  $k=2$  (c)  $k=4$

**结 论** 通过对类克尔媒质中多光子 J-C 模型腔场的零延迟二阶关联函数  $g^{(2)}(0)$  的数值计算, 得结论:

- 1) 在弱场下, 腔场反聚束效应较强, 且随非线性因子  $\chi/\lambda$  的增加而加强;
- 2) 在强场下, 当  $k=1, 2$ ,  $g^{(2)}(0)$  产生崩溃和回复现象, 频率随  $\chi/\lambda$  增大而增大, 幅度随  $\chi/\lambda$  增大而减弱, 且光子反聚束效应发生在回复区域. 当  $\chi/\lambda \gg 1$  时,  $\chi$  对原子和腔场的相互

作用起了退耦效应, 腔场回到初始相干态;

3) 当  $k \geq 3$ , 不论强场或弱场, 随  $k$  的增加,  $g^{(2)}(0) \sim t$  曲线无序度增加, 反聚束效应减弱;

4) 腔场仍保持单模场的反聚束效应和亚泊松分布的等价性.

### 参 考 文 献

- [1] 何林生, 郭光灿, 光子反聚束效应. 量子电子学, 1985, 2(4): 375
- [2] 郭光灿, 王善祥, 范洪义, 光场的非经典效应及其相互关系. 量子电子学, 1987, 4(1): 1~7
- [3] 刘正东, 级联型三能级原子受激辐射中的反聚束效应. 物理学报, 1987, 36(12): 1645~1651
- [4] 周鹏, 彭金生, 多光子 Jaynes-Cummings 模型的演化. 光学学报, 1990, 10(9): 837~844
- [5] 李宏, 刘堂昆, 三能级原子 J-C 模型中的反聚束效应. 量子电子学, 1992, 9(1): 19~20
- [6] Vladimir Buzek, Igor Jex, Dynamics of a two-level atom in a Kerr-like medium. *Opt. Commun.*, 1990, 78(5/6): 425~435

## Antibunching of the Field of the Multiphoton J-C model in a Kerr-Like Medium

Liu Huien      Fang Maofa      Jia Zhaoping

(Department of Physics, Hunan Normal University, Changsha, 410081)

(Received 11 May 1993; revised 16 August 1993)

**Abstract** The wave functions of the multiphoton J-C model in a Kerr-like medium have been solved by using of the effective Hamiltonian. The effects of nonlinearity interaction of the Kerr-like medium on antibunching of the field are discussed.

**Key words** second-order correlation function, antibunching effect, multiphoton J-C model.