

多变量自适应光学谐振腔系统 动态特性的研究*

康健

叶嘉雄

(华中理工大学光学工程系,
武汉 430074)

(华中理工大学光学工程系,
激光技术国家重点实验室, 武汉 430074)

摘 要 针对自适应高功率激光非稳腔, 在建立整个自适应激光谐振腔系统的数学模型基础上, 首次运用现代控制理论中的多变量频域分析法进行系统的动态特性研究, 分析了闭环系统的稳定性、动态特性及关联性, 同时提出了系统的重要参数之一——系统开环增益选择的限制条件。

关键词 多变量, 自适应激光谐振腔, 动态特性。

1 引 言

在高能气体激光器中, 以流动的气体作为增益介质, 介质的折射率和密度受到振动、内部热量释放等因素的影响而发生变化, 从而产生特殊的与光强有关的像差^[1]。在激光器输出功率高时, 反射镜的热变形对激光谐振腔参数的影响是不可忽视的。反射镜吸收光能后, 其前后表面产生温差, 导致入射光的光程不同, 其像差同样也与光强有关^[2]。试图采用预先补偿的设计是难以消除的。

在激光谐振腔中引入可变形反射镜, 与自适应控制系统构成一个闭环, 就成为一个自适应光学谐振腔。它包括可变形反射镜的光学谐振腔、波前测量装置和伺服控制系统。在这个闭环系统中, 可变形反射镜在控制信号作用下, 实时地实施波面的修正, 最终使被控参数达到最佳值。根据对激光器输出光束特性的不同要求, 自适应激光谐振腔有强度最大多路高频振动(IMMD)系统、相位均匀化多路高频振动(PUMD)系统、强度均匀化(IUMD)和相位共轭(PC)系统^[1,3]。由于自适应光学谐振腔是按空间分布的多回路多参量互相关联的系统, 所以, 这是一种典型的多个时空变量光学波面自适应控制系统。

自1978年Freeman等人首次报道^[4]闭环自适应激光谐振腔的可行性实验研究以来, 国外在校正腔内动态波面像差方面已做了大量的工作^[3,5]。本文进行系统动态特性研究可使自适应激光谐振腔系统从理论上得到验证, 并且为进一步的闭环试验和系统设计提供理论依据。鉴于目前国内外在光学系统自适应控制理论方面仍停留在采用搜索式自寻极值的方法和

* 国家自然科学基金资助项目

收稿日期: 1993年4月16日; 收到修改稿日期: 1993年7月12日

将多回路简化为单回路单变量的稳定性分析等初级应用阶段, 本文在分析建立系统的数学模型基础上, 开辟了多变量频域分析理论在光学领域中的应用。

2 多变量自适应光学谐振腔系统传递函数

采用强度最大多路高频振动技术的自适应激光谐振腔系统的环路框图如图 1 所示。系统由谐振腔、可变形反射镜和伺服控制系统组成。为了决定系统的传递函数, 下面对系统的各环节分别讨论。

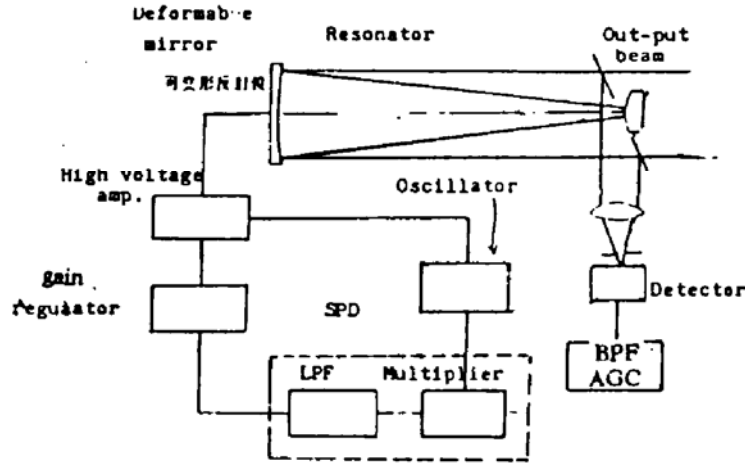


Fig. 1 Schematic diagram of adaptive optical resonator system

2.1 自适应激光谐振腔

自适应激光谐振腔是系统的中心环节。本文讨论的是正支共焦望远镜型非稳腔, 由于系统采用强度最大多路高频振动技术, 被控参量是激光器输出的焦面功率, 控制量为 N 个致动器所施加的相位补偿量。运用矩阵传输光学与衍射积分方程相结合的谐振腔分析方法, 可以获得谐振腔的传递函数 H_R 为

$$H_R(s) = \frac{\Delta I \sin \omega_1 t(s)}{\Delta \phi_j(s)} \quad (1)$$

式中 $\Delta I \sin \omega_1 t(s)$ 为经过高频振动激光谐振腔输出焦面的光强中的高频振动基频分量振幅的拉普拉斯变换; $\Delta \phi_j(s)$ 为 N 元致动器所施加的相位的拉普拉斯变换。本文采用 Collins 公式, 导出谐振腔的传递函数为^[6]:

$$H_R(s) = -4J_1(\alpha) \frac{c^2 k^2 n^2}{4\pi^2 L^2 g_m} \quad (2)$$

式中 $J_1(\alpha)$ 为贝塞耳函数、 c 为光速, k 为波数, nL 为光程, g_m 为文献[6]中(11)式。

若谐振腔参数给定, 则 g_m 中的每一个元素均可用计算机数值积分方法求出。

2.2 伺服控制系统

伺服控制系统采用多路高频振动的原理, 将多个空间变量变换为时间变量系统, 由探测器、增益调整器、相乘器和低通滤波器、增益控制器和高压放大器组成。

1) 探测器 探测器为一个光电转换装置。当探测器的带宽比谐振腔扰动信号的带宽宽得多时, 可以把探测器看成一个比例系数为 k_i 的线性变换装置。对于高功率 CO_2 激光器, 探测器可以采用高响应频率的热释电探测器, 则其传递函数为:

$$H_T(s) = k_i \quad (3)$$

2) 增益调整器 它由一个倍率可调的放大器和一个带通滤波器组成. 放大器的传递函数 K_c 为一个比例常数; 带通滤波器的传递函数则由其频率特性 $B(s)$ 表示. 所以增益调整器的传递函数为

$$H_c(s) = K_c B(s), \tag{4}$$

由于带通滤波器的作用是滤除直流和高频噪声成份、根据多路高频振荡原理, 被探测信号只需保留扰动信号的基频, 即在带通滤波器的通频带内, 对基频信号来说可简化为 $B(s) = 1$.

3) 相乘器和低通滤波器这个环节通常当作一个传递函数单元来处理, 也称为同步检相器, 其作用是分离出基频分量, 是一个非线性环节, 它是谐振腔对 N 个基频分量的综合过程的逆过程, 所以这里不必考虑乘法器的移频作用, 而把它作为一个线性环节处理, 只考虑其延时作用及比例放大作用. 其传递函数一般形式为

$$H_c(s) = K_c e^{-s t_1} \tag{5}$$

t_1 为延迟时间, K_c 为传递系数. 低通滤波器传递函数 H_L 为

$$H_L(s) = K_L F(s) \tag{6}$$

4) 增益控制器和高压放大器如果可变形反射镜的致动器采用压电陶瓷晶体, 则需要高压放大器作为驱动级. 这两个环节均为比例放大环节, 所以传递函数为

$$H_i(s) = K_c K_a \tag{7}$$

式中 K_c 为增益控制器传递系数, K_a 为高压放大器传递函数.

5) 可变形反射镜 在谐振腔的传递函数分析中, 已考虑了可变形反射镜的空域特性——影响函数. 现在要考虑的是可变形反射镜的时域特性. 根据反射镜的校正功能, 可看成是空域的高通滤波器, 而作为电信号的响应元件, 它在时域却具有低通滤波器的特性. 此外, 变形镜的模型还包括一个滞后环节. 其动态特性的动力学模型为

$$H_j(s) = L(s) H \cdot K_f(2\pi/\lambda) \tag{8}$$

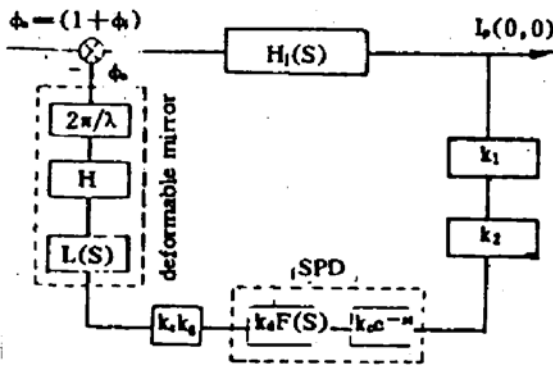


Fig. 2 Block diagram of system

式中 $L(s)$ 表示低通特性, K_f 为增益系数, H 代表位移与施加电压的关系(它是非线性函数, 但在小扰动情况下, 可以进行线性化处理).

令系统的开环传递系数 K_H 为所有比例常数之积

$$K_H = K_c K_a K_c K_c K_c K_c K_c K_f H(2\pi/\lambda) \tag{9}$$

K_H 也称为系统的开环增益. 系统的环路框图如图 2 所示. 经简化后系统的开环传递函数为

$$G_{\text{开}}(s) = K_H g_m L(s) F(s) e^{-s t_1} R \tag{10}$$

其中
$$R = -4J_1(\alpha) \frac{c^2 k^2}{4\pi^2 n^2 L^2} \tag{11}$$

3. 多变量频域理论与系统动态特性分析

70 年代以 Rosenbrock 为代表的英国学派在古典控制理论中频率响应方法的基础上^[7], 利用多项式矩阵理论, 创立了多变量频域法, 把古典控制理论中的频率响应法及奈奎斯特稳定性判据推广到多变量系统, 用多项式矩阵理论和复变函数理论中把 M 个输入- M 个输出回路间强关联的多变量系统化为 M 个单变量系统, 进而用古典控制理论设计系统. 因此它继承了

单变量频域设计法的一系列优点.

在多变量频域理论中, 描述一个多变量动力学系统的性能指标是系统的稳定性、动态响应及关联性. 研究的起点仍然是建立系统的传递函数模型.

多变量系统的稳定性分析以奈奎斯特稳定判据为核心. 该判据的突出优点是可以利用系统的开环频率特性来判断系统闭环的稳定性, 而且能给出稳定裕量的信息和直观地表示出系统的主要参数与系统稳定性的关系. 多变量反馈系统渐近稳定的必要与充分条件为:

$$\text{enc } D(s) + n_0 = 0$$

如果开环系统是不稳定的即 $n_0 \neq 0$, 那么只要 $\det D(s)$ 的奈氏轨迹以逆时针方向包围原点 n_0 次, 闭环系统才是稳定的; 如果开环系统是稳定的, 即 $n_0 = 0$, 则闭环系统稳定的必要与充分条件是 $\det D(s)$ 的奈氏轨迹不包围 s 平面的原点. 其中 $\text{enc } D(s)$ 为标量函数 $\det D(s)$ 包围原点的周数. $D(s)$ 为非奇异方阵, $\det D(s)$ 为其行列式, 即系统的回差矩阵行列式. 进一步证明可以得到这样的结论^[8]: 函数 $\det D(s)$ 包围原点的周数等于函数 $q_i(s)$ ($1 \leq i \leq m$) 包围临界点 $(-1, j_0)$ 的周数之和. 其中 q_i 为开环传递函数矩阵的特征值. 所以判断多变量闭环系统和稳定性判据是: 若开环系统是稳定的, m 条特征轨迹包围 $(-1, j_0)$ 点的次数总和为 0, 则系统稳定, 否则不稳定. 这个分析方法也就是多变量频域理论中最常见的分析方法之一——特性征轨迹法.

多变量系统的重要特征之一是关联性, 它反映了多变量系统的本质. 由于系统各回路间存在相互关联, 系统的稳定性和动态响应比单变量系统复杂得多. 当多变量系统用传递函数矩阵 $G(s) = [g_{ij}(s)]$ 描述时, 矩阵 $G(s)$ 的主对角元 $g_{ij}(s)$ 描述了系统第 i 个输入 ($i = 1 \cdots m$) 到相应的输出动态特性. 而那些不为零的非对角元素表示系统各通道间的关联作用. 如果 $G(s)$ 的非对角元素全为零, 即 $G(s)$ 为对角阵, 表明各通道间不存在关联. 如果 $G(s)$ 为对角优势阵, 此时, 系统是弱关联的. 于是可把多变量系统近似地化为多个单变量系统, 每个系统都可以单变量系统理论进行分析和设计, 这已成为多变量频域法设计、分析系统的基本原则.

多变量系统的瞬态特性和稳态特性的分析方法, 如同单变量系统一样, 考察闭环系统对单位阶跃向量的输出响应, 其输出响应包括两部分: 第一部分是第 i 个输入端的单位阶跃信号所引起的响应; 第二部分是其它各输入端的单位阶跃信号引起的响应之和.

根据多变量频域理论, 可以进行自适应光学谐振腔动态特性的分析. 前面分析已得到了系统环路的线性化模型以及系统的开环传递函数表达式(10). 很显然, 多变量环节为谐振腔(包含可变形反射镜), 其它部分实际上为多路独立的单变量环节. 谐振腔传递函数中 g_m 是 N 个致动器分别对 N 个高频振动基频分量的影响矩阵, 设可变形反射镜有 5 个致动器, 其形式如图 3 所示. 则 g_m 为 5×5 矩阵, 且为对角线对称阵. 针对一个实际系统^[6], 作者作了计算, 求出了 5 个特征值 q_i ($i = 1 \cdots 5$), 绘制出的如图 4 所示的 $K_H = 1$ 时的 5 条特征轨迹. 此时所得到的特征方程为

$$Q_i = q_i K_H F(s) L(s) e^{-s\tau} \quad (i = 1 \cdots 5) \quad (12)$$

图 4 中的曲线为 $q_i(s)$ ($s = j\omega$, $0 \leq \omega \leq \infty$). 其中对应 q_3 、 q_4 、 q_5 的三条曲线基本重合.

已知开环系统是稳定的, 即 $n_0 = 0$, 分析图 4 的特征轨迹, 可以得到闭环系统的稳定性与开环增益 K_H 的关系. 1) 当 $0 \leq K_H \leq 3.3$ 时, 五条特征轨迹都不包围 $(-1/K_H, j_0)$ 点, 即 $\sum_{j=1}^5 n_j$

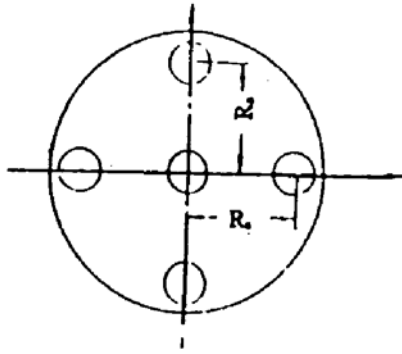


Fig. 3 Actuators distribution schematic

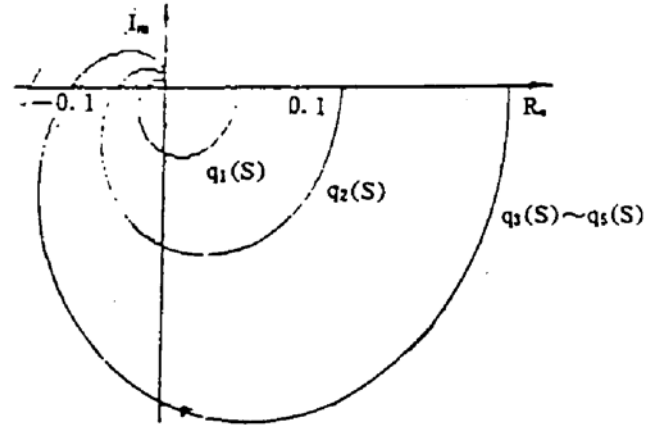


Fig. 4 $Q(s)$ ($i=1, \text{ to } 5$) characteristic locus ($K=1$)

$= 0$, 故闭环系统是稳定的; 2) 当 $K_H > 3.3$ 时, 有三条特性轨迹顺时针包围 $(-1/K_H, j0)$, 即 $\sum_{j=1}^5 = 3$, 故此时闭环系统不稳定.

在分析系统的动态响应与关联性时, 由于五个致动器的作用类似, 可以一个致动器(如用 2# 致动器)作用的情况为例进行分析, 绘制出如图 5 所示的多环路单位阶跃响应曲线. 图 5(a)、(b)、(c)、(d)、(e)分别对应于 g_{21} 、 g_{22} 、 g_{23} 、 g_{24} 、 g_{25} . 可见系统具有良好的瞬态特性和弱的关联性. 由图 5(b)可知, 动态响应时间约为 12 ms, 静态误差趋于零. 对于 $K_H = 2$ 、 $K_H = 3$ 的闭环阶跃响应见图, 当 K_H 越大, 动态特性越趋不稳定. 可以预见, 当 $K_H = 3.3$ 时, 系统将出现等幅振荡的不稳定状况.

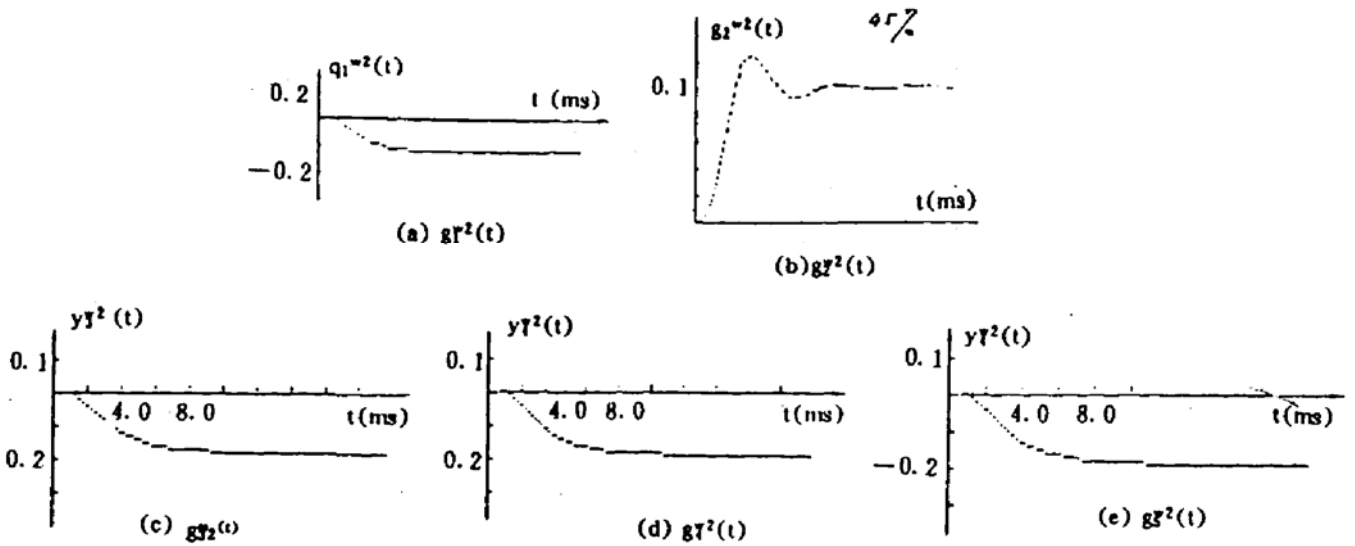


Fig. 5 Step response of close system ($K_H=1$)

应该指出的是, 图 5 是单位阶跃脉冲只作用在 2# 致动器上, 图 5(a)、(c)、(d)、(e)分别表示 2# 致动器对 1#、3#、4#、5# 致动器所处的空域的关联作用. 可见这是一个多变量弱关联系统.

改变系统的开环增益 K_H , 对闭环系统的动态特性产生极大的影响. 适当增大 K_H , 可以减少系统的过渡过程时间, 改善自适应光学系统的收敛过程. 但 K_H 过大, 会使系统的不稳定性增加, 延长收敛时间, 甚至使系统不稳定. 因此上述分析方法也可用于系统的参数选择.

结 论 本文在建立自适应激光谐振腔系统的数学模型的基础上, 首次运用现代控制理论中的多变量频域分析法来研究闭环系统的稳定性、动态特性及关联性, 实践证明这种分析方法

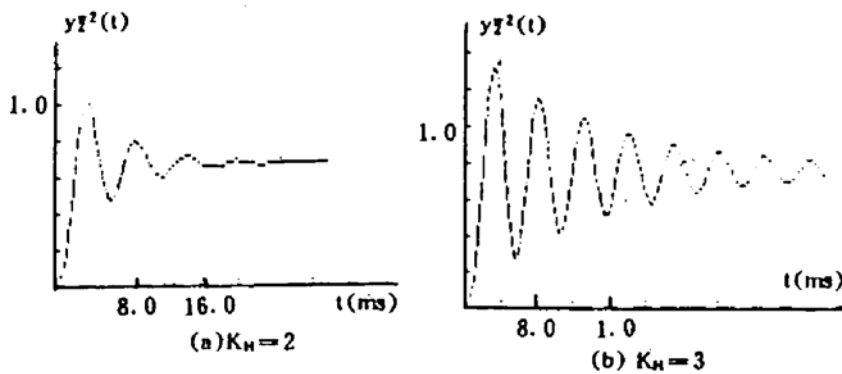


Fig. 6 Step response of close system (a) $K_H = 2$, (b) $K_H = 3$

是成功的, 并具有普遍的实用价值.

参 考 文 献

- [1] 叶嘉雄, 余永林, 自适应光学. 华中理工大学出版社, 1992
- [2] Jacobs S. F., *Adaptive Optics and Short Wavelength Sources*, New York, Addison-Wesley Publishing Company 1978
- [3] Remo J. L., Phase perturbation and laser resonator beam quality. *Appl. Opt.*, 1984, **23**(11): 1881~1885
- [4] R. H. Freeman et al., Adaptive laser resonator. *Opt. Lett.*, 1978, **2**(3): 61
- [5] Robert B. Asher, The multidither principle in adaptive optics. *J. O. S. A*, 1977, **67**(3): 306~314
- [6] 叶嘉雄, 康健, 多个时空变量高能激光自适应谐振腔传递函数模型的研究. *光学学报*, 1994, **14**(6): 568~573
- [7] 洪仰三, A. G. J. 麦克法兰, 多变量反馈的准传统方法. 北京, 科学出版社, 1987
- [8] 白方周, 庞国仲, 多变量频域理论与设计技术. 北京, 国防工业出版社 1988, 2

Dynamic Characteristics Study of Multivariable Adaptive Optical Resonator System

Kang Jian Ye Jiexiong

(National Laboratory of Laser Technology, Department of Optical Engineering
Huazhong University of Science and Technology Wuhan, Hubei 430074)

(Received 16 April 1993; revised 12 July 1993)

Abstract In the paper, aimed at adaptive unstable laser resonator of high power laser, the mathematical model of the whole adaptive laser resonator system is set up. The computer simulation is made and the dynamic characteristics and stability of the closed loop system are analyzed by using the method of multivariable analysis in the frequency domain. Meanwhile, the limited condition of systematic gain which is one of the important parameters of the system are put forward.

Key words multivariable, adaptive optical resonator, dynamic characteristics.