

原子间偶极相互作用对辐射场 非经典性的影响

宋同强 冯 健 王文正

(聊城师范学院光通信研究所, 聊城 252059)

摘 要 研究了原子间的偶极-偶极相互作用力对相干态 Tavis-Cummings (T-C) 模型中辐射场的压缩、振幅平方压缩和光子的反聚束效应的影响。

关键词 T-C 模型, 偶极-偶极相互作用, 非经典效应。

1 引 言

作为 J-C 模型的一个推广, 近年来描述两个全同二能级原子与量子化光场相互作用的 T-C 模型^[1]得到了广泛的讨论。一些重要的非经典特性, 如原子反转的崩溃与回复^[2]、辐射场的压缩和高阶压缩^[3,4], 真空场拉比(Rabi)振荡特性^[5]等都得到了较为深入的研究。但是, 以上研究都忽略了原子间的相互作用。实际上, 当原子相距很近时, 其间相互作用是不容忽略的, 例如通过交换虚光子产生的偶极-偶极力。最近, Joshi 等人^[6]的研究表明原子间的偶极作用明显地影响了原子反转的崩溃与回复现象。文献^[7~9]研究了两原子间偶极-偶极力对共振荧光谱的影响, 结果表明原子间的偶极-偶极力导致靠近共振频率且左右对称的两峰的峰值降低, 而使得远离共振频率的两个对称峰的峰值加强。徐磊等人^[10]的研究表明原子间的偶极力使辐射谱偏离关于中心频率的对称性, 在真空场中原子辐射谱的结构发生明显的变化。受以上研究的启发, 本文将研究原子间的偶极-偶极力对辐射场的压缩和振幅平方压缩效应, 以及光子的反聚束效应的影响。

2 理论模型

当考虑原子间的偶极-偶极相互作用时, “两原子-场”系统的哈密顿量可写为^[10]

$$H = H_0 + H_I$$

$$H_0 = \omega_f a^\dagger a + \frac{\omega_a}{2} \sum_{i=1}^2 \delta_{z,i}, \quad H_I = g \sum_{i=1}^2 (a^\dagger \sigma_i + a \sigma_i^\dagger) + g_a (\sigma_1^\dagger \sigma_2 + \sigma_2^\dagger \sigma_1) \quad (2)$$

式中 a^\dagger, a 为光场的产生和湮灭算子, ω_f, ω_a 分别为光子和原子跃迁的频率, $\sigma_i^\dagger, \sigma_i, \sigma_{g,t}$ 为第 i 个原子的赝自旋算子, g 和 g_a 分别为原子与场之间和原子与原子之间相互作用的耦合常数。假

定初始时刻两个原子均处于基态而光场为相干态 $|\alpha\rangle$.

$$|\alpha\rangle = \exp(-|\alpha|^2/2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad (3)$$

式中 $\alpha = |\alpha| e^{i\phi}$, $|\alpha|^2$ 为平均光子数, ϕ 为 α 的位相角, 则系统的初态为

$$|\psi(0)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} F_n |gg, n\rangle$$

$$F_n = e^{-|\alpha|^2/2} \alpha^n / \sqrt{n!} \quad (5)$$

那么, 在相互作用表象中, 共振情况下 ($\omega_f = \omega_a = \omega$), 任意时刻系统的态矢为

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} F_n [C_1(n, t) |gg, n\rangle + C_2(n, t) |eg, n-1\rangle + C_3(n, t) |ge, n-1\rangle + C_4(n, t) |ee, n-2\rangle] \quad (6)$$

$$C_1(n, t) = \frac{n-1}{2n-1} + \frac{4n}{A(n)[A(n)-\delta]} e^{-i[\delta-A(n)]T/2} + \frac{4n}{A(n)[A(n)+\delta]} e^{-i[\delta+A(n)]T/2}$$

$$C_2(n, t) = C_3(n, t) = -i \frac{2\sqrt{n}}{A(n)} e^{-i\delta T/2} \sin A(n)T/2$$

$$C_4(n, t) = -\frac{\sqrt{n(n-1)}}{2n-1} + \frac{4\sqrt{n(n-1)}}{A(n)[A(n)-\delta]} e^{-i[\delta-A(n)]T/2} + \frac{4\sqrt{n(n-1)}}{A(n)[A(n)+\delta]} e^{-i[\delta+A(n)]T/2} \quad (7)$$

式中 $\delta = g_a/g$, $A(n) = \sqrt{\delta^2 + 8(2n-1)}$, $T = gt$. 相应地, 体系中场算符的期待值为

$$\langle a^{+l} \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} F_n F_{n+l}^* [\sqrt{\frac{(n+l)!}{n!}} C_1(n, t) C_1^*(n+l, t) + \sqrt{\frac{(n+l-1)!}{(n-1)!}} C_2(n, t) C_2^*(n+l, t) + \sqrt{\frac{(n+l-1)!}{(n-1)!}} C_3(n, t) C_3^*(n+l, t) + \sqrt{\frac{(n+l-2)!}{(n-2)!}} C_4(n, t) C_4^*(n+l, t)] \quad (8)$$

$$\langle a^{+l} a^l \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} |F_n|^2 [\frac{n!}{(n-l)!} |C_1(n, t)|^2 + \frac{(n-1)!}{(n-1-l)!} |C_2(n, t)|^2 + \frac{(n-1)!}{(n-1-l)!} |C_3(n, t)|^2 + \frac{(n-2)!}{(n-2-l)!} |C_4(n, t)|^2] \quad (9)$$

3 辐射场的压缩性质

Zhang 等人^[11]依据光场复振幅的 N 次幂, 引入两个厄米算符 $Z_1(N)$ 和 $Z_2(N)$

$$Z_1(N) = (a^{+N} + a^N)/2, \quad Z_2(N) = i(a^{+N} - a^N)/2 \quad (10)$$

它们分别表示光场复振幅 N 次幂的实部和虚部, 根据 Zhang 等人的定义, 若

$$S_i = \frac{4\Delta Z_i^2 - \langle [a^N, a^{+N}] \rangle}{\langle [a^N, a^{+N}] \rangle} < 0, \quad (i = 1, 2) \quad (11)$$

则称光场存在 N 阶压缩, S_i 的大小反映了 N 阶压缩的程度. $N = 1$ 对应于通常意义下压缩的定义, $N = 2$ 对应于 Hillary^[12] 定义的振幅平方压缩. 下面以 Z_1 分量为例, S_1 可以表示为

$$S_1 = \frac{\langle a^{+2N} \rangle + \langle a^{2N} \rangle + 2\langle a^{+N} a^N \rangle - \langle a^{+N} + a^N \rangle^2}{\langle a^N a^{+N} \rangle - \langle a^{+N} a^N \rangle} \quad (12)$$

图 1 是 $N = 1$ 时由 (7) ~ (9) 式和 (12) 式通过数值计算所得 S_1 的演化规律, 其中 $|\alpha|^2 = 1$, $\phi = 0$, δ 分别等于 0, 0.5 和 1, 不难看出, 原子间的偶极-偶极相互作用使得辐射场的 Z_1 分量的压缩减弱. 当 $\delta = 0$ 时, 初始压缩的压缩程度约为 10%, 在随后的某些时刻压缩重新出现,

其最大压缩程度约为 15%，当 $\delta = 0.5$ 和 1 时，初始压缩程度分别为 7% 和 4%，而在以后没有压缩出现。

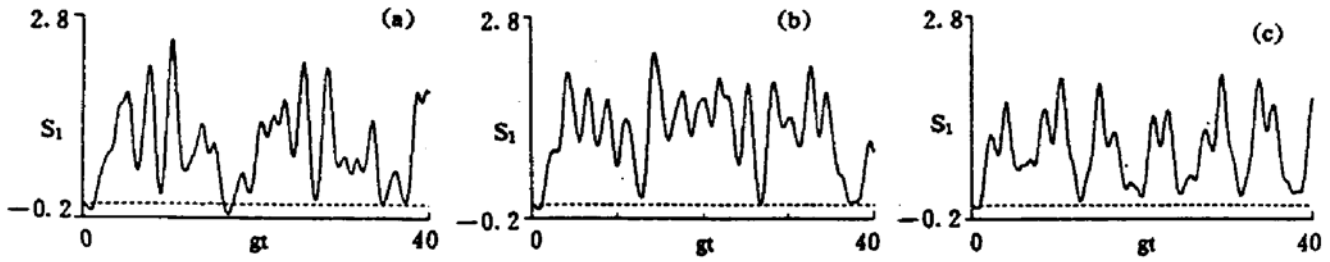


Fig. 1 S_1 vs. gt with $N = 1$, $|\alpha|^2 = 1$, $\phi = 0$, (a) $\delta = 0$, (b) $\delta = 0.5$, (c) $\delta = 1$

由(7)至(9)式和(12)式，通过数值计算得 $N = 2$ 时 S_1 的时间演化如图 2 所示，其中 $|\alpha|^2 = 1$, $\phi = 0$. δ 分别取 0, 0.5 和 1. 由此可以看出，原子间的偶极-偶极作用导致辐射场 Z_1 分量的振幅平方压缩的程度逐渐减弱，分别为 5%、4% 和 2%。但在随后时刻出现的振幅平方压缩的幅度并不随 δ 的变化而单调地变化。当 $\delta = 0$ 和 1 时，随后时刻出现的振幅平方压缩的最大幅度分别为 9% 和 8%。当 $\delta = 0.5$ 时，随后时刻没有振幅平方压缩出现。

4 光子的反聚束效应

对于单模光场，其二阶相干度 $g^{(2)}(0)$ 可表示为

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle a^{+2} \rangle a^2}{\langle a^+ a \rangle^2} \quad (13)$$

若 $g^{(2)}(0) < 1$ ，光子是反聚束的，光场呈现非经典态。由(7)至(9)式和(13)式，通过数值计算得 $g^{(2)}(0)$ 的时间演化如图 3 所示，其中 $|\alpha|^2 = 1$, $\phi = 0$, δ 分别取 0, 0.5 和 1. 不难看出，原子间的偶极-偶极相互作用使得光子的反聚束效应增强，当 δ 从 0 到 1 变化时，光子呈现反聚束效应的次数依次增加。

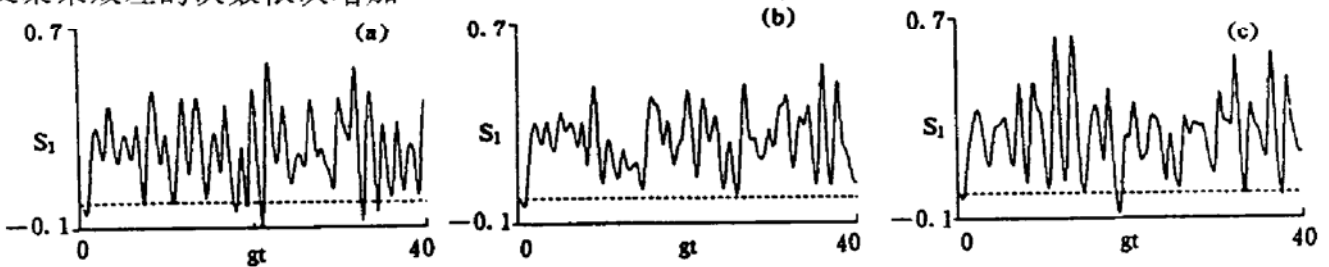


Fig. 2 S_1 vs. gt with $N = 2$, $|\alpha|^2 = 1$, $\phi = 0$ (a) $\delta = 0$, (b) $\delta = 0.5$, (c) $\delta = 1$

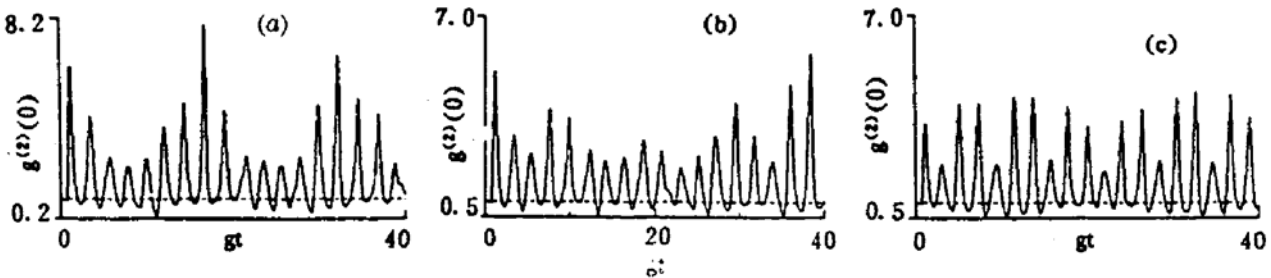


Fig. 3 $g^{(2)}(0)$ vs. gt with $|\alpha|^2 = 1$, $\phi = 0$ (a) $\delta = 0$, (b) $\delta = 0.5$, (c) $\delta = 1$

结果与讨论 本文研究了原子间的偶极-偶极相互作用对相干态 T-C 模型中辐射场非经典性的影响。结果表明，在两个二能级原子与单模相干光场的相互作用过程中，两原子间的偶极-偶极相互作用力使得辐射场的压缩和振幅平方压缩效应减弱，要使射场呈现更为有效的压

缩,更好地抑制噪声,原则上可以通过增加原子间的距离来减少原子间偶极-偶极相互作用的影响,因为原子间的偶极-偶极力随原子间距离的增大而迅速减小^[6,8]。但是,原子间的距离与场的波长相比是一个小量,这是模型所要求的^[1]。对光子反聚束效应的分析表明:原子间的偶极-偶极相互作用使得光子的反聚束效应增强,光子呈现反聚束效应的次数增加。

参 考 文 献

- [1] M. Tavis, F. W. Cummings, Exact solution for an N-molecule-radiation-field Hamiltonian. *Phys. Rev.*, 1968, **170**(2): 379~384;
M. Tavis, F. W. Cummings, Approximate solutions for an N-molecule-radiation-field Hamiltonian. *Phys. Rev.*, 1969, **188**(2): 692~695
- [2] 郭红, 彭金生, 双光子 T-C 模型中双原子算符的压缩及其崩溃与回复效应. *量子电子学*, 1991, **8**(3): 311~315
- [3] S. M. Barnett, M. A. Dupertuis, Multiatom squeezed states; a new class of collective atomic state. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1987, **B4**(4): 505~511
- [4] 柴晋临, 张智明, 李福利, 双光子 T-C 模型中场的压缩性质. *量子电子学*, 1990, **7**(2): 103~108
- [5] G. S. Agarwal, Vacuum-field Rabi oscillations of atoms in a cavity. *J. Opt. Soc. Am.*, 1985, **B2**: 480~485
- [6] A. Joshi, R. P. Puri, S. V. Lawande, Effect of dipole interaction and phase-interrupting collisions on the collapse-and-revival phenomenon in the Jaynes-Cummings model. *Phys. Rev. (A)*, 1991, **A44**: 2135~2140
- [7] G. S. Agarwal, Effects of dispersion forces in optical resonance phenomena. *Opt. Commun.*, 1981, **36**(4): 285~290
- [8] R. D. Griffin, S. M. Harris, Two-atom resonance fluorescence including dipole-dipole interaction. *Phys. Rev. (A)*, 1982, **A25**(3): 1528~1534
- [9] Z. Ficek, B. C. Sanders, Two-atom resonance fluorescence spectrum in a squeezed vacuum including dipole-dipole interaction. *Quant. Opt.*, 1990, **2**(4): 269~286
- [10] 徐磊, 罗振飞, 徐至展等, 原子间的偶极相互作用对其在腔场中辐射谱的影响. *光学学报*, 1992, **12**(12): 1089~1093
- [11] Zhi-ming Zhang, Lei Xu, Jin-lin Chai *et al.*, A new kind of higher-order squeezing of radiation field. *Phys. Lett. (A)*, 1990, **A150**(1): 27~30
- [12] M. Hillery, Amplitude-squared squeezing of the electromagnetic field. *Phys. Rev. (A)*, 1987, **A36**(8): 3796~3902

Influence of Dipole-Dipole Interaction on the Nonclassical Effects of the Field

Song Tongqiang Feng Jian Wang Wenzheng

(Institute of Optical Communication, Liaocheng Teachers' College, 252059)

(Received 26 July 1993; revised 11 October 1993)

Abstract The influence of dipole-dipole interaction on the nonclassical effects, such as antibunching, squeezing and amplitude-squared squeezing of the field in the coherent Tavis-Cummings model is investigated.

Key words Tavis-Cummings model, dipole-dipole interaction, nonclassical effects.