

二次多项式型平面光波导模式

石邦任 刘 骥

(长春光学精密机械学院光学物理系, 长春 130022)

摘 要 用一级微扰理论, 对二次多项式折射率分布平面光波导, 进行了波方程的解析求解, 推得用 Airy 函数表示的场解和色散方程. 用一级微扰近似计算了传播常数, 并与实验值进行了比较, 其结果是符合的.

关键词 光波导, 传播常数, 模场.

1 引 言

离子交换玻璃光波导是实用性的低损耗光波导, 其特性进行过多方面的研究. Stewart 等^[1]报道的二次多项式折射率分布的平面光波导, 更具有普遍的意义. 关于解析求解二次多项式型光波导的色散特性和场解一直受人重视^[2,3], 但尚需在解析、简便方面作进一步探讨.

本文用一级微扰近似方法, 对二次多项式折射率分布光波导, 进行了波方程的解析求解, 推得用 Airy 函数表示的模场分布和色散方程, 给出简捷的模场表达式的传播常数计算公式. 结合实际光波导样品, 计算了传播常数 $(\beta/k)_m$, 并与文献^[4]实测值进行了比较, 其结果也是符合的. 通过数值计算绘制了归一化色散曲线和模场分布曲线.

2 理论描述

考虑文献^[1]的非对称离子交换玻璃光波导. 导波沿 X 方向传播, 其折射率分布为 y 函数的二次多项式形式:

$$n^2(y) = \begin{cases} n_c^2, & y < 0 \\ n_0^2 - \Delta n^2 [y/d + \alpha(y/d)^2], & y \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中 n_c 为空气包层的折射率, $\Delta n^2 = n_0^2 - n_b^2$, n_0 和 n_b 分别为光波导表面和衬底的折射率, d 为扩散深度, α 为一适当常数. 折射率分布函数 $n^2(y)$ 如图 1 所示.

由麦克斯韦方程可知, 平面光波导 TE 模场分量只有 E_x 、 H_z 和 H_y . 电场 z 分量 $E(y)$ 满足方程

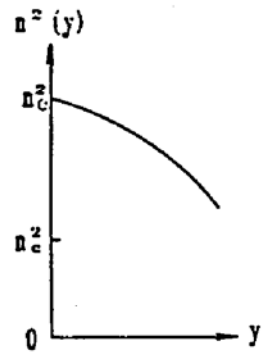


Fig. 1 Index profile of second order polynomial variation

* 此处比之文献^[1]原形作了一点修正, 即不考虑衬底影响, 使得 $y > 0$ 区域满足二次多项式型分布.

收稿日期: 1992年11月11日; 收到修改稿日期: 1992年12月31日

$$\frac{d^2 E(y)}{dy^2} + [k^2 n^2(y) - \beta^2] E(y) = 0, \quad (2)$$

式中 k 为真空中波数, β 为传播常数. 对于强非对称光波导, 一级近似下, 包层区 $y < 0$, 光场 $E(y) = 0$, 而导模区光场 $E(y) \rightarrow 0$, 从而得场边界条件为:

$$E(0) = 0, \quad E(\infty) \rightarrow 0. \quad (3)$$

考虑折射率分布如(1)式所描述的光波导, 取折射率的线性项 $-\Delta n^2(y/d)$ 作为微扰方法的零级近似, 二次方项 $\alpha \Delta n^2(y/d)^2$ 作为微扰元. 则有零级近似下的 TE 模波方程

$$\left(\frac{1}{k^2}\right) \frac{d^2 E}{dy^2} + \left(n_0^2 - \frac{\Delta n^2 y}{d}\right) E = \left(\frac{\beta}{k}\right)^2 E. \quad (4)$$

(4)式与自由落体问题的 Schrödinger 方程^[5]类似, 引入参量

$$n_0^2 k^2 - \beta^2 = \lambda/L^2, \quad \Delta n^2 k^2/d = 1/L^3, \quad (5)$$

和变量

$$\xi = y/L - \lambda, \quad (6)$$

则方程(4)化为

$$\frac{d^2 E}{d\xi^2} - \xi E = 0, \quad (7)$$

边界条件(3)改写为

$$E(-\lambda) = 0, \quad E(\infty) \rightarrow 0. \quad (8)$$

满足边界条件(8)、方程(7)的解用 Airy 函数表示为:

$$E(\xi) = \begin{cases} \sqrt{\xi} K_{1/3}(2\xi^{3/2}/3), & \xi > 0 \\ \sqrt{|\xi|/3} [J_{1/3}(2|\xi|^{3/2}/3) + J_{-1/3}(2|\xi|^{3/2}/3)], & \xi < 0 \end{cases} \quad (9)$$

式中 $K_{1/3}$ 为第二类变形贝塞耳函数, $J_{1/3}$ 和 $J_{-1/3}$ 为 $1/3$ 阶贝塞耳函数. 由场 $\xi = -\lambda$ 处边界条件, 可得本征方程为:

$$J_{1/3}(2/3 \lambda_m^{3/2}) + J_{-1/3}(2/3 \lambda_m^{3/2}) = 0. \quad (10)$$

本征值 λ_m , 即 Airy 函数零点值(可从有关数学手册中查出). 从而可得零级微扰近似下的传播常数为:

$$(\beta/k)_m^2 = n_0^2 - \lambda_m/k^2 L^2, \quad (11)$$

一级微扰近似下的传播常数为:

$$(\beta^{(1)}/k)_m^2 = n_0^2 - \lambda_m/k^2 L^2 + \langle m | H' | m \rangle, \quad (12)$$

式中 $|m\rangle$ 表示第 m 阶模归一化模场函数, $\langle m | H' | m \rangle$ 为微扰矩阵元. 由(6)式得

$$\langle m | H' | m \rangle = -\alpha \Delta n^2 L^2/d^2 \langle m | \xi^2 + 2\xi \lambda_m + \lambda_m^2 | m \rangle, \quad (13)$$

经过合理数值运算, (12)式化成为

$$(\beta^{(1)}/k)_m^2 = n_0^2 - \lambda_m/k^2 L^2 - \alpha \Delta n^2 L^2 A \lambda_m^2/d^2, \quad (14)$$

其中 A 为 1.84.

由量子力学微扰理论, 一级微扰近似的模场为

$$E_m^{(1)} = E_m(\xi) + \sum_{m \neq n} \frac{H_{mn}}{\beta_m^2 - \beta_n^2} E_n(\xi), \quad (15)$$

式中 H_{mn} 表示非对角微扰矩阵元.

3 结果与讨论

在折射率分布形状因子 α 数值的选取上, 受光波导理论扩散深度 d_1 限制*, 从而限制 α 的取值范围. 取文献[4]给出的离子交换玻璃光波导 3 号样品数据, 表面折射率 $n_0 = 1.5930$, 衬底折射率 $n_b = 1.5146$, 扩散深度 $d = 13.3 \mu\text{m}$, 光波长 $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$. 由公式(11)和(14), 可以分别计算零级近似和一级近似的传播常数 $(\beta/k)_m$ 值, α 作为拟合常数取 0.166, 并与文献[4]模折射率实验测量值进行了比较, 其结果列表 1.

Table 1 Calculated values of propagation constant $(\beta/k)_m$
for $n_0 = 1.5930$, $n_b = 1.5146$, $d = 13.3 \mu\text{m}$, $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$

Mode m	Zeroth order approximation	First order approximation	Exprement measurement values ^[4]
0	1.5819	1.5815	1.5819
1	1.5736	1.5720	1.5715
2	1.5667	1.5638	1.5635
3	1.5606	1.5567	1.5565
4	1.5550	1.5495	1.5498
5	1.5498	1.5424	1.5431
6	1.5449	1.5356	1.5361
7	1.5401	1.5290	1.5294
8	1.5356	1.5224	1.5223
9	(III) 5312	1.5159	1.5154

由表 1 传播常数的理论计算值可见, 本文的一级近似结果与实验值相比较是好的. 这表明对二次多项式折射率分布离子交换玻璃光波导, 在理论处理上选用微扰理论方法, 并以 Airy 函数描述场解和色散方程是合理的. 其方法实用、简捷, 结果也是准确的.

另外值得指出的是, 由对表 1 传播常数 $(\beta/k)_m$ 的计算数值分析中可见, 对于一个二次多项式型折射率分布光波导, 在低阶模情况下, 线性项起主导作用, 在高阶模情况下, 二次项的贡献才显著增强. 这个模谱计算图象也正符合光波导 m 线测量谱的图示, 对若干低阶模, m 线间距, 随着模阶数 m 的增加, 由大变小, 对高阶模几乎相等的事实.

应用归一化参数, 相应零级与一级近似的传播数表示式(11)和(14)可改写成:

$$b_m = (N_m^2 - n_b^2)/(n_0^2 - n_b^2) = 1 - (\lambda_m/V^{2/3})$$

$$b_m^{(1)} = 1 - (\lambda_m/V^{2/3}) - (\alpha A \lambda_m^2/V^{2/3}) \quad (16)$$

式中 $N_m = (\beta/k)_m$, $V^{2/3} = (\Delta n^2 k^2 d^2)^{1/3}$ 通过数值计算可以绘出归一化色散曲线, 如图 2 所示. 结合前面的光波导样品, 同样可以做出相应的模场分布, 如图 3 所示.

本文结果适用于线性近似的一类光波导模式分析, 包括折射率分布为线性、二次多项式型和指数型等光波导的模式色散和模场分布的理论计算和器件设计分析.

* d_1 满足条件 $[y/d + \alpha(y/d)^2]_{y=d_1} = 1$, 即有 $n^2(d_1) = n_b^2$

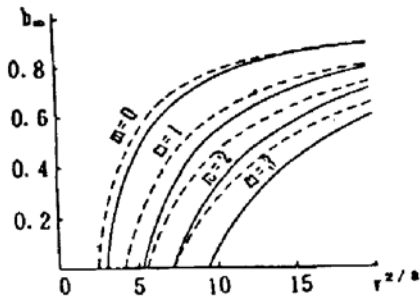


Fig. 2 Mode dispersion curves of second order polynomial waveguide. First order perturbational approximate (full line). Zero order perturbational approximate (dashe line)

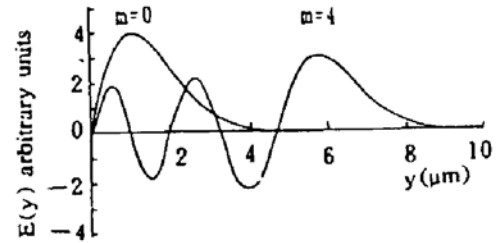


Fig. 3 Mode field distributions of first order perturbational approximate of the waveguide

参 考 文 献

- [1] G. Stewart, C. A. Millar, P. J. Laybourn *et al.*, Planar optical waveguides formed by silver-iron migration in glass. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1977, QE-13(4): 197~200
- [2] 于德金, 石邦任, 陈雅符, 微扰法求解离子交换平面光波导的传播常数. 长春光学精密机械学院学报, 1990, 13(1): 28~32
- [3] 范俊清, 二次多项式折射率分布平面光波导的模式. 光学学报, 1989, 9(2): 135~139
- [4] 任秉复, 金 锋, 徐 迈, 离子交换玻璃波导折射率分布的确定. 光学学报, 1982, 2(4): 323~329
- [5] S. 福里格著, 宋孝同, 高 琴, 梁仙翠译, 实用量子力学(上册), 人民教育出版社, 1982, 104~108

Modes in Planar Optical Waveguide with Second Order Polynomial Models

Shi Bangren Liu Ji

(Department of Optical Physics, Changchun College of Optics and Fine Mechanics, Changchun 130022)

(Received 11 November 1992; revised 31 December 1992)

Abstract For the planar optical waveguide with second order polynomial index profile, the wave equation is solved by means of first order perturbational method in this paper, and analytical solution of mode field and mode dispersion equations are obtained in terms of Airy functions. The propagation constants are calculated by the first order perturbational approximation and compared to experimental values. The calculated propagation constants agree quite well with measured ones.

Key words optical waveguide, propagation constant, mode field.