

# 螺旋光纤的导模

陈冠三

(上海科学技术大学, 光纤研究所, 上海 201800)

**摘 要** 从波动方程出发, 直接在本地坐标系(Serret-Frenet 框架)中研究了任何各向同性折射率分布的圆形芯弱导螺旋光纤导模的特性, 得到两个重要的结论: (1) 螺旋光纤的导模只能是右旋或左旋圆偏振模; (2) 螺旋光纤不能传输 TE 模和 TM 模. 这两个理论结果和已知的实验结果很好地一致.

**关键词** 螺旋光纤, 圆偏振模.

## 1 引 言

圆双折射光纤在光纤传输和光纤传感器件方面有重要的应用. 可以有几种方法制造该种光纤<sup>[1~4]</sup>, 其中螺旋光纤是最容易实现且最有吸引力的圆双折射光纤之一. 螺旋光纤的实验研究<sup>[5~7]</sup>和理论研究<sup>[8,9]</sup>都取得了一些进展. 但是, 由于螺旋光纤的本地坐标系是非正交坐标系, 使得直接研究螺旋光纤导模的性质变得比较复杂, 文献上至今没有直接从本地坐标系研究螺旋光纤导模传播性质的理论研究. 本文就是在螺旋光纤的本地坐标系中直接研究其传导模性质, 特别强调了螺旋光纤的偏振特性.

由于螺旋光纤有很小的弯曲, 严格地说螺旋光纤只能传输辐射模<sup>[10]</sup>; 但是因为螺旋光纤的弯曲很小, 辐射损耗可以忽略不计, 因而可以认为螺旋光纤能够传输导模, 本文研究的就是这种导模.

## 2 理论分析

螺旋光纤的几何形状及有关参数如图 1 所示.  $Q$  为光纤芯对光纤柱轴的偏距,  $\rho$  为光纤芯的半径, 螺旋光纤的节距  $P = 2\pi B$ , 由螺旋光纤的曲率  $\chi$  和挠度  $\tau$  分别是:

$$\chi = Q/(Q^2 + B^2), \quad \tau = B/(Q^2 + B^2) \quad (1)$$

沿着螺旋光纤芯轴上的某一点  $o'$  的切线方向为  $a_t$ , 主法向方向为  $a_n$  和副法向方向为  $a_b$  构成螺旋

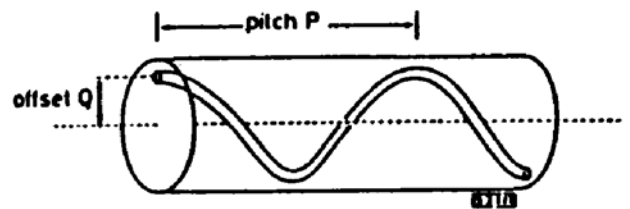


Fig. 1 Schematic diagram of helical fiber

光纤的本地坐标系  $(t, n, b)$ ; 该坐标系是非正交坐标系, 各单位矢量的导数是<sup>[11]</sup>:

$$da_t/dt = \chi a_n, \quad da_n/dt = -\chi a_t + \tau a_b, \quad da_b/dt = -\tau a_n, \quad (2)$$

单位矢量对坐标  $n$  和  $b$  的导数都为零. 设螺旋光纤的折射率分布为  $n_0$ , 这里研究的是弱导光纤, 有  $\nabla n_0 \approx 0$ ; 电场强度满足的波动方程为:

$$\nabla^2 E + k^2 n_0^2 E = 0, \quad (3)$$

式中  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  为真空中的光波长. 设在本地坐标系中电场的分布为:

$$E(n, b, t) = [E_n(n, b)a_n + E_b(n, b)a_b + E_t(n, b)a_t] \exp(-i\beta t), \quad (4)$$

把(4)式代入(3)式, 经过直接而复杂的计算, 最后让  $a_t$ ,  $a_n$ ,  $a_b$  各分量分别等于零, 可以得到螺旋光纤电场各分量满足下列耦合方程:

$$\begin{aligned} & \left[1 + \frac{\tau^2 b^2}{(1 - \chi n)^2}\right] \frac{\partial^2 E_b}{\partial n^2} + \left[1 + \frac{\tau^2 n^2}{(1 - \chi n)^2}\right] \frac{\partial^2 E_b}{\partial b^2} - \frac{(\beta^2 + \tau^2)}{(1 - \chi n)^2} E_b \\ & + \left[\frac{\tau^2 b^2 \chi}{(1 - \chi n)^3} - \frac{\chi}{1 - \chi n} - \frac{\tau^2 n}{(1 - \chi n)^2}\right] \frac{\partial E_b}{\partial n} - \left[\frac{\tau^2 b n \chi}{(1 - \chi n)^3} + \frac{\tau^2 b}{(1 - \chi n)^2}\right] \\ & \cdot \frac{\partial E_b}{\partial b} - \frac{i \tau b \chi \beta}{(1 - \chi n)^3} E_b - \frac{2\tau^2 b n}{(1 - \chi n)^2} \frac{\partial^2 E_b}{\partial n \partial b} - \frac{i 2\tau b \beta}{(1 - \chi n)^2} \frac{\partial E_b}{\partial n} \\ & + \frac{i 2\tau n \beta}{(1 - \chi n)^2} \frac{\partial E_b}{\partial b} + \frac{\tau \chi}{(1 - \chi n)^2} E_t - \frac{i 2\beta \tau}{(1 - \chi n)^2} E_n + \frac{\tau^2 b \chi}{(1 - \chi n)^3} E_n \\ & + \frac{2\tau^2 b}{(1 - \chi n)^2} \frac{\partial E_n}{\partial n} - \frac{2\tau^2 n}{(1 - \chi n)^2} \frac{\partial E_n}{\partial b} + k^2 n_0^2 E_b = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \left[1 + \frac{\tau^2 b^2}{(1 - \chi n)^2}\right] \frac{\partial^2 E_n}{\partial n^2} + \left[1 + \frac{\tau^2 n^2}{(1 - \chi n)^2}\right] \frac{\partial^2 E_n}{\partial b^2} - \frac{\chi^2 + \tau^2 + \beta^2}{(1 - \chi n)^2} E_n \\ & + \left[\frac{\tau^2 b^2 \chi}{(1 - \chi n)^3} - \frac{\chi}{1 - \chi n} - \frac{\tau^2 n}{(1 - \chi n)^2}\right] \frac{\partial E_n}{\partial n} - \left[\frac{\tau^2 b n \chi}{(1 - \chi n)^3} + \frac{\tau^2 b}{(1 - \chi n)^2}\right] \\ & \cdot \frac{\partial E_n}{\partial b} - \frac{i \tau b \chi \beta}{(1 - \chi n)^3} E_n - \frac{2\tau^2 b n}{(1 - \chi n)^2} \frac{\partial^2 E_n}{\partial n \partial b} - \frac{i 2\tau b \beta}{(1 - \chi n)^2} \frac{\partial E_n}{\partial n} \\ & + \frac{i 2\tau n \beta}{(1 - \chi n)^2} \frac{\partial E_n}{\partial b} + \frac{i 2\beta \tau}{(1 - \chi n)^2} E_b - \frac{\tau^2 b \chi}{(1 - \chi n)^3} E_b - \frac{2\tau^2 b}{(1 - \chi n)^2} \frac{\partial E_b}{\partial n} \\ & + \frac{2\tau^2 n}{(1 - \chi n)^2} \frac{\partial E_b}{\partial b} - \frac{i 2\beta \chi}{(1 - \chi n)^2} E_t + \frac{\tau b \chi^2}{(1 - \chi n)^3} E_t + \frac{2\tau b \chi}{(1 - \chi n)^2} \frac{\partial E_t}{\partial n} \\ & - \frac{2\tau n \chi}{(1 - \chi n)^2} \frac{\partial E_t}{\partial b} + k^2 n_0^2 E_n = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

在弱导近似下, 由  $\nabla \cdot E = 0$ , 可以得到

$$\frac{\partial E_n}{\partial n} + \frac{\partial E_b}{\partial b} + \frac{1}{1 - \chi n} [-\chi E_n + \tau b \frac{\partial E_t}{\partial n} - \tau n \frac{\partial E_t}{\partial b} - i\beta E_t] = 0 \quad (7)$$

根据(5)式和(6)式的表达关系, 引入算子  $D_1$  和  $D_2$  为

$$\begin{aligned} D_1 = & \left[1 + \frac{\tau^2 b^2}{(1 - \chi n)^2}\right] \frac{\partial^2}{\partial n^2} + \left[1 + \frac{\tau^2 n^2}{(1 - \chi n)^2}\right] \frac{\partial^2}{\partial b^2} - \frac{(\beta^2 + \tau^2)}{(1 - \chi n)^2} \\ & + \left[\frac{\tau^2 b^2 \chi}{(1 - \chi n)^3} - \frac{\chi}{1 - \chi n} - \frac{\tau^2 n}{(1 - \chi n)^2}\right] \frac{\partial}{\partial n} - \left[\frac{\tau^2 b n \chi}{(1 - \chi n)^3} + \frac{\tau^2 b}{(1 - \chi n)^2}\right] \frac{\partial}{\partial b} \end{aligned}$$

$$-\frac{i\tau b \chi \beta}{(1-\chi n)^3} - \frac{2\tau^2 b n}{(1-\chi n)^2} \frac{\partial}{\partial n} \frac{\partial}{\partial b} - \frac{i2\tau b \beta}{(1-\chi n)^2} \frac{\partial}{\partial n} + \frac{i2\tau n \beta}{(1-\chi n)^2} \frac{\partial}{\partial b} + k^2 n_0^2 \quad (8)$$

$$D_2 = -\frac{i2\beta\tau}{(1-\chi n)^2} + \frac{\tau^2 b \chi}{(1-\chi n)^3} + \frac{2\tau^2 b}{(1-\chi n)^2} \frac{\partial}{\partial n} - \frac{2\tau^2 n}{(1-\chi n)^2} \frac{\partial}{\partial b} \quad (9)$$

对于实际有用的螺旋光纤, 必须保证传输模为准导模, 即螺旋光纤的弯曲效应引起的光场的辐射损耗可以忽略, 由此必须满足  $\tau^2 + \beta^2 \gg \chi^2$ , 如果  $E_i$  恒等于零, 即  $E_i \equiv 0$ , 则把(5)式和(6)式中的  $E_a$  和  $E_b$  项分别移动到等式的两边, 再利用(8)式和(9)式可以把(5)式和(6)式简写为

$$D_1 E_a = D_2 E_b, \quad (10)$$

$$D_1 E_b = -D_2 E_a. \quad (11)$$

(10)式和(11)式的联立解只能有如下的两种形式

$$E_a = \Psi(n, b), \quad E_b = i\Psi(n, b), \quad (12)$$

或 
$$E_a = \Psi(n, b), \quad E_b = -i\Psi(n, b). \quad (13)$$

当  $E_i \equiv 0$  时, (12)式和(13)式形式的解不被(7)式所满足, 所以螺旋光纤的纵场分量  $E_i(n, b)$  不可能等于零, 即螺旋光纤的导模中不存在 TE 模. 对螺旋光纤磁场分量进行类似的分析, 可以得到螺旋光纤的导模中不存在 TM 模. 该理论结果和已知的实验结果一致<sup>[7]</sup>.

由于研究的是弱导光场, 电场的纵向分量  $E_i$  和横向分量  $E_a$ 、 $E_b$  相比是很小的, 因而螺旋光纤电场横向分布的近似解具有(12)式和(13)式的形式, 即螺旋光纤的导模只能是圆偏振模. 该理论结果和已知的实验结果一致<sup>[5,6]</sup>.

根据上述的结果, 可以得到两个重要的结论: 1) 螺旋光纤的导模只能是右旋或者左旋圆偏振模; 2) 螺旋光纤不能传输 TE 模和 TM 模. 这两个理论结果已经被实验所证实<sup>[5,7]</sup>.

**结束语** 本文研究了任何各向同性折射率分布的圆形芯螺旋光纤导模的性质, 得到的两个理论结果和已知的实验结果一致. 对于具体折射率分布的螺旋光纤, 其场分布的解析表达式有待于进一步研究得出.

### 参 考 文 献

- [1] R. Ulrich, A. Simon, Polarization optics of twisted single-mode fibers. *Appl. Opt.*, 1979, **18**(13): 2241~2251
- [2] R. D. Birch, Fabrication and characterisation of circularly birefringent helical fibers. *Electron. Lett.*, 1987, **23**(1): 50~52
- [3] I. J. Lalov, A. P. Shivarova, P. P. Todorov, Circularly-birefringent optical fibers. *Inter. J. Optoelectronics*, 1992, **7**(4): 479~489
- [4] Y. Fujii, C. D. Hussey, Design considerations for circularly form-birefringent optical fibers. *Proc. IEEE*, 1986, **133**(Pt. J, 4): 249~255
- [5] A. Papp, H. Harma, Polarization optics of liquid-core optical fibers. *Appl. Opt.*, 1977, **16**(5): 1315~1319
- [6] J. N. Ross, The rotation of the polarization in low birefringent monomode optical fibers due to geometric effects. *Opt. and Quantum Electron.*, 1984, **16**: 455~461
- [7] M. P. Varnham, R. D. Birch, D. N. Payne, Design of helical-core circularly birefringent fibers. *Proc.*

*OFC/IGWO*, 1986, Atlanta, 68~69

- [8] Xisheng Fang, Zongqi Lin, Field in single-mode helically-wound optical fibers. *IEEE Trans. Microwave Tech. & Theory*, 1985, **MTT-33**(11) : 1150~1154
- [9] Jingren Qian, Coupled-mode theory for helical fibers. *Proc. IEEE*, 1988, **135**(Pt. J, 2) : 178~182
- [10] J. D. Love, A. W. Snyder, Radiation from single-mode helical fibers. *Electron. Lett.*, 1987, **23**(21) : 1109~1110
- [11] L. Lewin, D. C. Chang, E. F. Kuester, *Electromagnetic waves and curved structures*, England, Southgate House, 1977, 15

## Guided Modes in a Helical Fiber

Chen Guansan

(*Institute of Fiber Optics, Shanghai University of Science and Technology, Shanghai 201800*)

(Received 24 May 1993; revised 13 July 1993)

**Abstract** Based on the wave equation, we directly analysis the guided modes in a helical fiber with circular cross-section and arbitrary profile of the refractive index in local coordinate system. Two important results are obtained; (1) The guided modes in a helical fiber are right-rotated or left-rotated circularly polarised modes. (2) There don't exist TE and TM modes in a helical fiber. The theoretical results agree with that of the available experimental measurements.

**Key words** helical fiber, circularly polarised modes.