

# 榕树网络的互连矩阵与模拟研究

艾 军

(广东工学院计算机系, 广州 510090)

曹明翠 李再光 李洪谱 罗风光

(华中理工大学激光技术国家重点实验室, 武汉 430074)

**摘 要** 本文导出了榕树网络的互连矩阵, 并进行了模拟计算, 结果与实验吻合. 从而为理论上研究榕树网络的互连函数提供了一种有效的分析方法.

**关键词** 光学互连, 榕树网络.

## 1 引 言

光子交换技术是解决高速的光纤传输系统与低速的电子交换系统之间速度失配的根本出路<sup>[1]</sup>. 光子交换系统一般由交换(互连)网络、控制单元、输入/输出接口三大部分组成. (互连网络可采用混洗交换 Omega 网络、全交叉网络或榕树网络等拓扑结构; 网络的结点即开关元件由控制单元控制, 用来选通信号传输的路径;) 输入/输出接口完成信号的对准及高效的耦合<sup>[2]</sup>. 开关元件采用对称自电光效应器件(S-SEED), 这种器件对输入的光信号具有时序增益作用, 便于器件的级联<sup>[3]</sup>. 互连网络的拓扑结构可采用在第三维自由空间传播的二维平面成像光学系统实现<sup>[4,5]</sup>. 与 Omega、全交叉网络相比, 榕树网络的光学实现更简单、成本更低、能量损失更小<sup>[6,7]</sup>. 此外, 榕树网络与 Omega 网络、全交叉网络还具有图同构(拓扑等价)的性质<sup>[8]</sup>, 即榕树网络的光学硬件也可实现 Omega 网络和全交叉网络的互连函数. 因此采用自由空间光互连技术实现的榕树网络在光子交换系统以及并行多处理计算机系统有着广泛的应用前景<sup>[7,9]</sup>.

本文提出了榕树网络的互连矩阵, 并进行了模拟计算, 结果与实验吻合. 从而为理论上研究榕树网络的互连函数提供了一种有效的分析方法.

## 2 榕树网络的互连函数与互连矩阵

通道数为  $2N$  的榕树网络由  $(n+1)$  级结点和  $n$  级链路组成,  $n = \log_2 N$ . 每一结节点有  $N$  个结点 ( $2 \times 2$  开关元件), 每一链路级有  $2N$  条通道(下称链路).  $2N = 16$  的榕树网络如图 1 所

\* 本课题得到国家自然科学基金和 863 基金的资助.

收稿日期: 1993 年 6 月 21 日; 收到修改稿日期: 1993 年 8 月 10 日

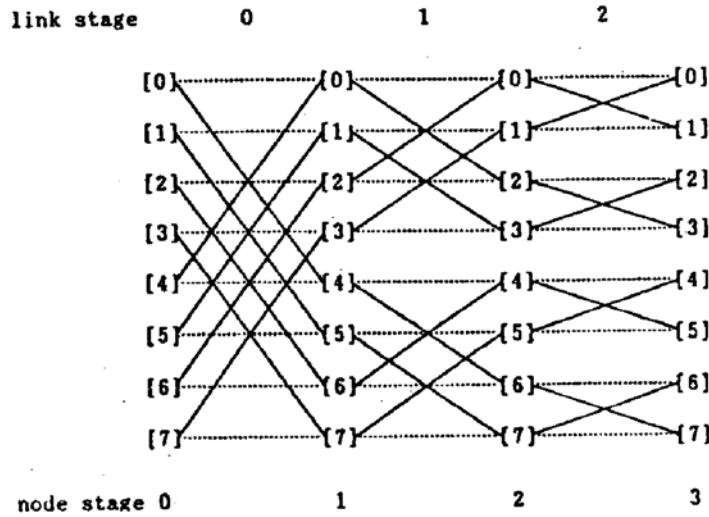


Fig. 1  $N = 8$  banyan network (vertical shifts)

示，每一链路级的  $2N$  条链路通过直通(虚线表示)和蝶式互连(实线表示)两种互连函数将相邻两级结点互连起来，并且通常以相邻两级结点地址的二进制编码形式表示如下：

$$\alpha^{(i)} [(P_{n-1}P_{n-2}\cdots P_1P_0)_i] = (P_{n-1}P_{n-2}\cdots P_1P_0)_{i+1} \quad (1)$$

$$\beta^{(i)} [(P_{n-1}P_{n-2}\cdots P_1P_0)_i] = (P_{n-1}P_{n-2}\cdots P_{n-i}\bar{P}_{n-i-1}P_{n-i-2}\cdots P_1P_0)_{i+1} \quad (2)$$

$(i = 0, 1, \dots, n - 2, n - 1; n = \log_2 N)$

式中直通互连函数  $\alpha^{(i)}$  将第  $i$  级结点中二进制地址为  $(P_{n-1}P_{n-2}\cdots P_1P_0)_i$  的结点连接至  $(i + 1)$  级结点中地址为  $(P_{n-1}P_{n-2}\cdots P_1P_0)_{i+1}$  的结点；蝶式互连函数  $\beta^{(i)}$  将  $i$  级结点中地址为  $(P_{n-1}P_{n-2}\cdots P_1P_0)_i$  的结点连接至  $(i + 1)$  级结点中地址为  $(P_{n-1}P_{n-2}\cdots P_{n-i}\bar{P}_{n-i-1}P_{n-i-2}\cdots P_1P_0)_{i+1}$  的结点。

互连函数的上述表达方式与相邻两级结点的地址及其二进制编码形式密切相关，难以解释以数字编码形式的二维平面图象作为输入的榕树网络的光学实验研究结果，具有较大局限性。

文献[10]提出用互连矩阵表示网络的互连函数并导出了 Omega 网络 and 全交叉网络互连矩阵的具体形式。采用互连矩阵的表达方式，第  $i$  级链路的输入(对应第  $i$  级结点的输出)便可采用一般的  $(N \times M)$  维的矩阵表示，

$$X_{N,M}^{(i)} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1M} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{N1} & X_{N2} & \cdots & X_{NM} \end{bmatrix} \quad (3)$$

第  $i$  级链路的输出矩阵  $Y_{N,M}^{(i)}$  可通过下式求得：

$$Y_{N,M}^{(i)} = F_N^{(i)} X_{N,M}^{(i)} \quad (4)$$

式中  $F_N^{(i)}$  是所讨论网络的第  $i$  级链路的互连矩阵。对于榕树网络的直通互连，据(1)式容易求得其互连矩阵是一个  $(N \times N)$  维单位方阵；对于榕树网络的蝶式互连，据(2)式可求得蝶式互连矩阵为：

$$F_N^{(i)} = \begin{bmatrix} I_i & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & I_i & \cdots & \vdots \\ \vdots & & I_i & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & I_i \end{bmatrix}_{2^i}, \quad I_i = \begin{bmatrix} 0 & E_i \\ E_i & 0 \end{bmatrix}, \quad E_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & & \vdots \\ \vdots & & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}_{2^{i-1}} \quad (5)$$

(i = 0, 1, \dots, n - 2, n - 1; n = \log\_2 N)

式中右下角标  $2^i, 2^{i-1}$  分别表示矩阵  $F_N^{(i)}, E_i$  是一个行或列维数分别为  $2^i, 2^{i-1}$  的方阵；分块矩阵  $I_i$  视为  $F_N^{(i)}$  的矩阵元。显然，(5) 式所示的蝶式互连矩阵是一个具有  $(N \times N)$  个元素的对称方阵，即：

$$[F_N^{(i)}]^T = F_N^{(i)} \quad (6)$$

对于  $N = 4$  的榕树网络，据(5)式不难求得各级蝶式互连的互连矩阵分别为：

$$F_4^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad F_4^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

### 3 榕树网络蝶式互连的模拟

(3) 式表示的输入矩阵从广义上可理解为具有  $(N \times M)$  个像素的二维平面图象<sup>[11]</sup>。当  $M = 1$  时，它可用来表示第  $i$  级结点的地址。当  $M = N$  时，可将输入矩阵简记为  $X_N^{(i)}$ ，并将(4)式简写为：

$$Y_N^{(i)} = F_N^{(i)} X_N^{(i)} \quad (8)$$

(4) 式和(8)式是对应于图 1 所示的垂直方向蝶式互连得到的结果。对于图 2 所示水平方向的蝶式互连 ( $N = 4$ )，输入、输出矩阵应以各自的转置矩阵表示，即(8)式应改写为：

$$[\bar{Y}_N^{(i)}]^T = F_N^{(i)} [X_N^{(i)}]^T \quad (9)$$

对(9)式的两边取转置运算，并注意(6)式，可得水平蝶互连的输出矩阵为：

$$\bar{Y}_N^{(i)} = X_N^{(i)} F_N^{(i)} \quad (10)$$

若取图 2 中  $i = 0$  级链路的输入矩阵为：

$$X_4^{(0)} = [0 \quad 1 \quad 2 \quad 3] \quad (11)$$

由(7)、(10)两式可求得输出矩阵为，

$$\bar{Y}_4^{(0)} = X_4^{(0)} F_4^{(0)} = [0 \quad 1 \quad 2 \quad 3] \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = [2 \quad 3 \quad 0 \quad 1] \quad (12)$$

这与文献[6]中图 4 所示的实验结果一致。若取输入矩阵为，

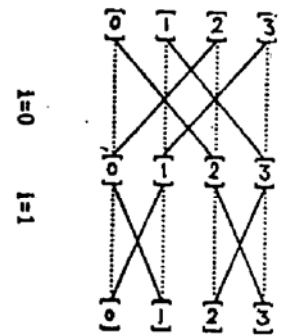


Fig. 2  $N = 4$  banyan network (horizontal shifts)

$$X_4^{(0)} = X_4^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 \\ 17 & 18 & 19 & 20 & 21 & 22 & 23 & 24 \\ 25 & 26 & 27 & 28 & 29 & 30 & 31 & 32 \\ 33 & 34 & 35 & 36 & 37 & 38 & 39 & 40 \\ 41 & 42 & 43 & 44 & 45 & 46 & 47 & 48 \\ 49 & 50 & 51 & 52 & 53 & 54 & 55 & 56 \\ 57 & 58 & 59 & 60 & 61 & 62 & 63 & 64 \end{bmatrix} \quad (13)$$

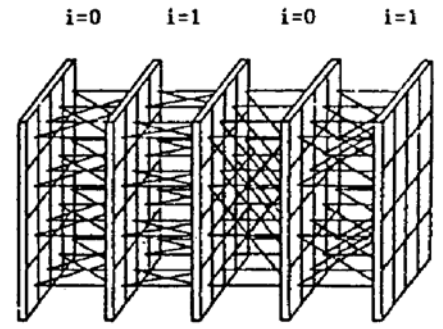


Fig. 3 Three dimensional banyan network (consists of two stages of vertical shifts and two stages of horizontal shifts)

对于图 3 所示的三维榕树网络(由两级  $N = 4$  的垂直方向的蝶式互连和两级  $N = 4$  的水平方向的蝶式互连函数组成), 可由(7)、(8)、(10)三式分别求得  $i = 0, 1$  水平方向蝶式互连链路的输出图象和  $i = 1$  垂直方向蝶式互连链路的输出图象:(虚线表示输入、输出矩阵的分块矩阵划分方式)

$$\bar{Y}_4^{(0)} = X_4^{(0)} F_4^{(0)}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 \\ 17 & 18 & 19 & 20 & 21 & 22 & 23 & 24 \\ 25 & 26 & 27 & 28 & 29 & 30 & 31 & 32 \\ 33 & 34 & 35 & 36 & 37 & 38 & 39 & 40 \\ 41 & 42 & 43 & 44 & 45 & 46 & 47 & 48 \\ 49 & 50 & 51 & 52 & 53 & 54 & 55 & 56 \\ 57 & 58 & 59 & 60 & 61 & 62 & 63 & 64 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 13 & 14 & 15 & 16 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 21 & 22 & 23 & 24 & 17 & 18 & 19 & 20 \\ 29 & 30 & 31 & 32 & 25 & 26 & 27 & 28 \\ 37 & 38 & 39 & 40 & 33 & 34 & 35 & 36 \\ 45 & 46 & 47 & 48 & 41 & 42 & 43 & 44 \\ 53 & 54 & 55 & 56 & 49 & 50 & 51 & 52 \\ 61 & 62 & 63 & 64 & 57 & 58 & 59 & 60 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\bar{Y}_4^{(1)} = X_4^{(1)} F_4^{(1)}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 \\ 17 & 18 & 19 & 20 & 21 & 22 & 23 & 24 \\ 25 & 26 & 27 & 28 & 29 & 30 & 31 & 32 \\ 33 & 34 & 35 & 36 & 37 & 38 & 39 & 40 \\ 41 & 42 & 43 & 44 & 45 & 46 & 47 & 48 \\ 49 & 50 & 51 & 52 & 53 & 54 & 55 & 56 \\ 57 & 58 & 59 & 60 & 61 & 62 & 63 & 64 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 & 2 & 7 & 8 & 5 & 6 \\ 11 & 12 & 9 & 10 & 15 & 16 & 13 & 14 \\ 19 & 20 & 17 & 18 & 23 & 24 & 21 & 22 \\ 27 & 28 & 25 & 26 & 31 & 32 & 29 & 30 \\ 35 & 36 & 33 & 34 & 39 & 40 & 37 & 38 \\ 43 & 44 & 41 & 42 & 47 & 48 & 45 & 46 \\ 51 & 52 & 49 & 50 & 55 & 56 & 53 & 54 \\ 59 & 60 & 57 & 58 & 63 & 64 & 61 & 62 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$Y_4^{(1)} = F_4^{(1)} X_4^{(1)}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 \\ 17 & 18 & 19 & 20 & 21 & 22 & 23 & 24 \\ 25 & 26 & 27 & 28 & 29 & 30 & 31 & 32 \\ 33 & 34 & 35 & 36 & 37 & 38 & 39 & 40 \\ 41 & 42 & 43 & 44 & 45 & 46 & 47 & 48 \\ 49 & 50 & 51 & 52 & 53 & 54 & 55 & 56 \\ 57 & 58 & 59 & 60 & 61 & 62 & 63 & 64 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 & 18 & 19 & 20 & 21 & 22 & 23 & 24 \\ 25 & 26 & 27 & 28 & 29 & 30 & 31 & 32 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 \\ 49 & 50 & 51 & 52 & 53 & 54 & 55 & 56 \\ 57 & 58 & 59 & 60 & 61 & 62 & 63 & 64 \\ 33 & 34 & 35 & 36 & 37 & 38 & 39 & 40 \\ 41 & 42 & 43 & 44 & 45 & 46 & 47 & 48 \end{bmatrix} \quad (16)$$

显然, (14)、(15)、(16)式分别与文献[7]中图 5(a)、(c)、(d)所示的关于三维榕树网络的光学实验研究结果是一致的. 对于榕树网络的直通互连, 其互连矩阵为单位方阵, 故输出矩阵与输入矩阵相等, 或者说榕树网络直通互连函数的输出图象与输入图象一致.

**结 语** 互连矩阵作为榕树网络互连函数和一般表示方法, 不仅可以描述相邻两级结点之间的连接性质, 而且可以解释或验证榕树网络的光学实验研究结果, 亦可以直接对榕树网络的互连情况进行模拟计算, 这一点对于尚不具备实验研究条件的情形尤为重要.

### 参 考 文 献

- [1] H. S. Hinton, Photonic switching fabrics. *IEEE Trans Commun. Magazine*, 1990, April (1): 71~89
- [2] F. B. McCormick, F. A. P. Tooley *et al.*, Experimental investigation of a free-space optical switching network by using symmetric self-electro-optic-effect devices. *Appl. Opt.*, 1992, **31**(26): 5431~46
- [3] A. L. Lentine, H. S. Hinton, D. A. B. Miller *et al.*, Symmetric self-electro-optic-effect devices: optical set-reset latch, differential logical gate, and differential modulator/detector. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1989, **QE-25**(8): 1928~36
- [4] 曹明翠, 李洪谱等 全混洗交换 Omega 互连网络的光学实现. *光学学报*, 1992, **12**(12): 1129~33
- [5] J. Jahns, M. J. Murdocca, Crossover networks and their optical implementation. *Appl. Opt.*, 1988, **27**(15): 3155~60
- [6] J. Jahns, Optical implementation of the banyan network. *Opt. Commun.*, 1990, **76**(5/6): 321~324
- [7] D. Miyazaki, J. Tanida, Y. Ichioka, Optical implementation of the banyan network using a sagnac inverter with a patterned mirror. *Opt. Commun.*, 1992, **93**(5/6): 283~288
- [8] 艾 军, 曹明翠, 李再光, 互连网络拓扑等价的图分析法. *计算机研究与发展*, 1994, **31**(3): 29~33  
艾 军, 曹明翠, 李再光, 光互连 Omega 网络与榕树网络拓扑等价的多样性. *光学学报*, 拟刊 1994, **14**(6)
- [9] F. E. Kiamiler, P. Marchand *et al.*, Performance comparison between optoelectronic and VLSI multistage interconnection networks. *J. Lightwave Technol.*, 1991, **9**(12): 1674~92
- [10] Ai Jun, M. C. Cao *et al.*, Study on free-space optical interconnection networks. *Proc. Sino-Japan Symposium on Engineering Optics (SJSEO' 92)*, Edited and published by Acta Optica Sinica, Beijing, 1992, Oct. 309~312
- [11] 艾 军, 曹明翠, 李再光等, 光学全混洗网络互连函数的矩阵描述及其应用. *光子学报*, 拟刊 1994, **23**(3)

## Interconnection Matrix of the Banyan Network and Its Simulation Study

Ai Jun

(Guangdong Institute of Technology, Computer Department, Guangzhou 510090)

Cao Mingcui Li Zaiguang Li Hongpu Luo Fengguang

(National Laboratory of Laser Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

(Received 21 June 1993; revised 10 August 1993)

**Abstract** The interconnection matrix of the banyan network was obtained and simulation calculation was carried out, which accords with experimental results. It provides an efficient analysis method for theoretical study on interconnection functions of the banyan networks.

**Key words** optical interconnection, banyan network.