

# 矩形槽光栅矢量模式理论的数值计算\*

严 瑗 朱文勇 陈 晖 高 景

(上海交通大学应用物理系, 上海 200030)

**摘 要** 本文根据矩形槽光栅的矢量模式理论进行了数值计算, 对于任意入射方向及任意偏振态的入射场, 计算了其衍射效率和偏振特性变化, 并详细研究了光栅结构参数(周期、槽宽、槽深等)对衍射场的影响.

**关键词** 矩型槽光栅, 矢量模式理论, 衍射.

## 1 引 言

以往有关光栅衍射场问题的讨论, 大都采用电磁场的标量理论,<sup>[1,2]</sup>即求解标量亥姆霍茨方程, 分别考虑 p 偏振和 s 偏振两种情况. 随着光栅实际应用的日益扩展, 对于任意入射方向和偏振态的情况, 传统的标量理论就显得极为困难. 为此, 人们尝试采用矢量模式理论来处理光栅的衍射问题<sup>[3]</sup>. 该方法由满足均匀标量亥姆霍茨(Helmholtz)方程的一组完备标量基出发, 生成一组满足矢量亥姆霍茨方程的完备矢量基<sup>[4][5]</sup>, 空间电、磁场就用这组基矢来展开, 该方法已被用于处理理想导体的矩形槽光栅<sup>[3]</sup>和对称型闪耀光栅<sup>[6]</sup>的衍射问题, 但都只给出其形式解, 并未进行数值运算, 即未给出具体结果.

本文在此基础上, 通过对理想导体矩形槽光栅的数值计算, 验证了采用矢量模式理论计算光栅衍射问题的实际可行性; 并在光栅周期  $d$  与入射波长  $\lambda$  大致相当的范围内具体给出了不同的入射方向和偏振态, 空间衍射场分布和偏振特性的变化, 并详细研究了光栅结构参数(光栅周期、槽宽、槽深)对衍射效率、偏振态变化的影响.

## 2 数值计算结果

矩形槽光栅如图 1 所示, 根据文献[3]中的振幅方程, 对于入射光为线偏振光和圆偏振光, 分别计算了在

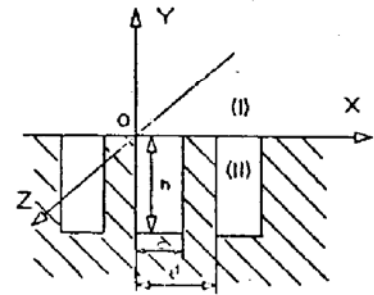


Fig. 1 The model of the grating. The grating parameters  $d$ ,  $c$  and  $h$  are grating period, groove width and groove depth respectively

\* 国家 863 项目

收稿日期: 1992 年 5 月 11 日

不同情况下，各级衍射光的衍射效率和偏振特性的变化. 文献[3]中给出的振幅方程是无限阶的，而数值计算的关键就是根据数值解的收敛情况，选定有限的阶次进行合理的截断；具体收敛的速度则由所选的基矢决定. 在实际计算中发现，阶次从  $n = 10$  到  $n = 100$ ，其结果相差不到 1%. 这就表明所选基矢较为合理；以下计算结果均取  $n = 10$ . 此外，下列计算，各级衍射效率之和都能很好归一；当衍射光与入射光互易后，计算结果也同原来的完全相同(光路可逆).

### 2.1 衍射效率

当入射光为线偏振光时，图 2 给出了各级衍射效率随入射方向  $\theta$  的变化. 这里取入射光 Z 方向偏振分量为 0，入射方向在与主平面成  $60^\circ$  的垂直平面内变化.

图 3 是圆偏光入射时，各级衍射效率随入射方向  $\theta$  的变化情况.

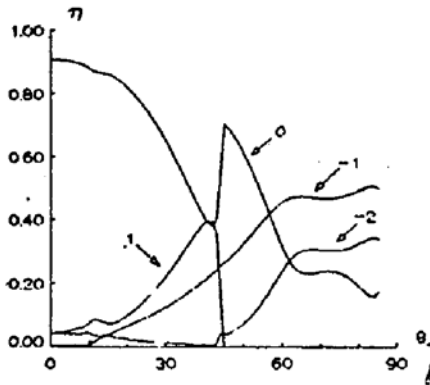


Fig. 2 Irradiance distribution into various orders as a function of angle of incidence  $\theta$   
( $c = 0.5, \lambda = 0.45, h = 0.2, \varphi = 60^\circ, I_z = 0$ )

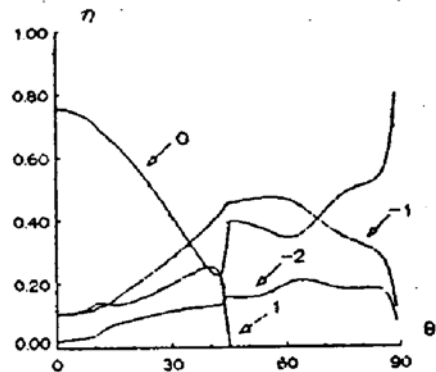


Fig. 3 Irradiance distribution into various orders as a function of angle of incidence  $\theta$   
( $c = 0.5, \lambda = 0.45, h = 0.2, \varphi = 60^\circ$ )

图 4 是在整个空间取不同入射方向 ( $\theta, \varphi$ ) 时 ( $\varphi$  为入射平面与 x 轴的夹角)，-1 级衍射效率变化情况. 结果表明，不同的入射方向，其衍射效率变化极大，最大值近 1，最小值近 0.

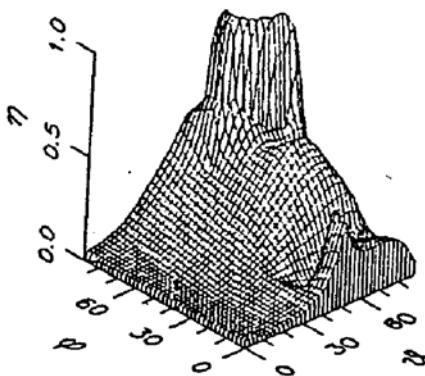


Fig. 4 Irradiance distribution of order -1 as a function of incident direction ( $\theta, \varphi$ )  
( $c = 0.5, \lambda = 0.45, h = 0.2, I_z = 0$ )

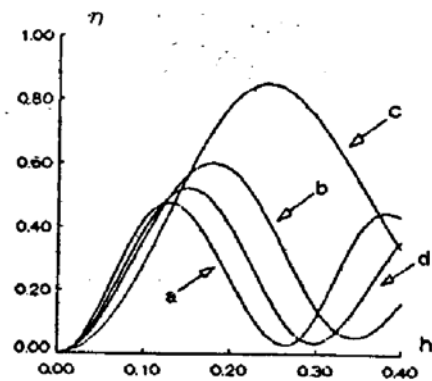


Fig. 5 Irradiance distribution of order -1 as a function of the groove depth  $h$   
a)  $c = 0.5, \lambda = 0.5, \theta = 30^\circ, \varphi = 30^\circ, \alpha = 0$   
b)  $c = 0.5, \lambda = 0.5, \theta = 30^\circ, \varphi = 70^\circ, \alpha = 0$   
c)  $c = 0.5, \lambda = 1.0, \theta = 30^\circ, \varphi = 30^\circ, \alpha = 0$   
d)  $c = 0.5, \lambda = 0.5, \theta = 30^\circ, \varphi = 30^\circ, \alpha = 90$

图 5 为线偏光入射时 ( $\alpha$  表示偏振方向与入射平面的夹角),  $-1$  级衍射效率随光栅深度  $h$  的变化. 作者发现, 衍射效率呈有规律的周期性变化, 且与入射波长有关波长愈大, 周期愈大; 同时, 周期的大小还同入射方向有关, 而入射光的偏振方向仅对衍射效率的大小有影响, 对周期基本没有什么影响.

图 6 给出了  $-1$  级衍射效率对其他光栅结构参数 (光栅周期  $d$ 、占空比  $c/d$ ) 的依赖关系. 可以看出, 不同的结构参数对衍射场的分布有很大的影响其最大值近 1, 最小值接近 0.

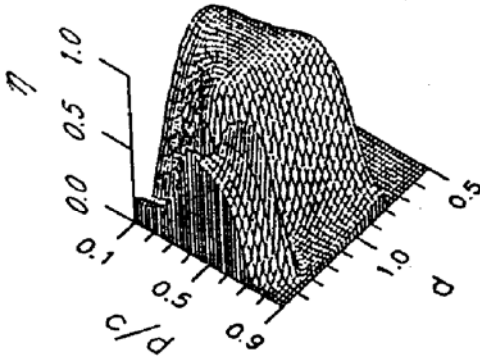


Fig. 6 Irradiance distribution of order  $-1$  as a function of the grating parameters

( $\lambda = 0.9, h = 0.2, \theta = 30^\circ, \varphi = 60^\circ, I_s = 0$ )

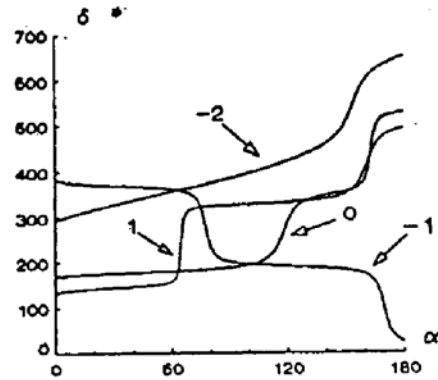


Fig. 7 Polarization distribution into various orders as a function direction of polarization  $\alpha$

( $c = 0.5, h = 0.1, \lambda = 0.5, \theta = 30^\circ, \varphi = 30^\circ$ )

### 2.2 偏振特性

根据文献[3], 各级衍射波的偏振特性, 可由复振幅的相位差  $\delta$  来表示. 当入射波为线偏光时, 图 7 给出了各级衍射光的偏振特性  $\delta$  随入射光偏振方向  $\alpha$  的变化. 在大多数情况下, 其变化相当缓慢, 仅在某些情况变化较剧. 图 8 是以不同的偏振方向和不同的波长入射时,  $-1$  级衍射光偏振特性  $\delta$  随光栅槽深  $h$  的变化. 图 9 为不同偏振态入射情况下,  $-1$  级衍射光偏振特性  $\delta$  随入射方向  $\theta$  的变化, 入射方向在与主平面成  $30^\circ$  的竖直平面内变化. 其中 a) 为线偏振, b) 为圆偏振光入射.

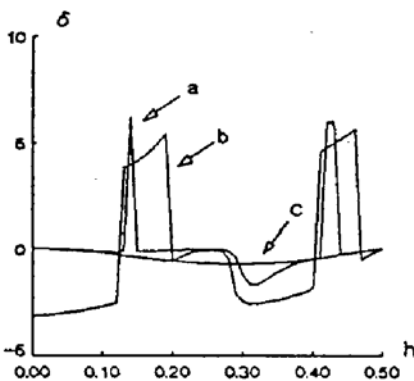


Fig. 8 Polarization distribution of order  $-1$  as a function of the groove depth  $h$

- a)  $c = 0.5, \lambda = 0.45, \theta = 30^\circ, \varphi = 60^\circ, \alpha = 45^\circ$
- b)  $c = 0.5, \lambda = 0.45, \theta = 30^\circ, \varphi = 60^\circ, \alpha = 70^\circ$
- c)  $c = 0.5, \lambda = 0.90, \theta = 30^\circ, \varphi = 60^\circ, \alpha = 45^\circ$

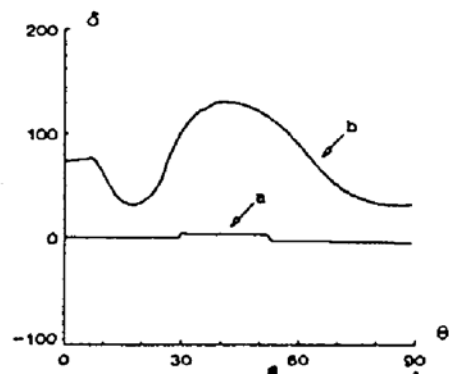


Fig. 9 Polarization distribution of order  $-1$  as a function of angle of incidence  $\theta$

- a)  $c = 0.5, h = 0.2, \lambda = 0.45, \varphi = 30^\circ, \alpha = 70^\circ$
- b)  $c = 0.5, h = 0.2, \lambda = 0.45, \varphi = 30^\circ$

由图中不难发现, 线偏振光入射时, 衍射光的位相变化均较小, 且偏振方向对其影响也

很小, 这一点与圆偏振光入射有较大差异; 同时光栅结构参数的影响也较为明显.

### 3 结 论

通过数值计算, 可以发现, 在入射方向和偏振态任意的情况下, 采用电磁场的矢量模式理论, 能够简便、有效地直接处理有关矩形槽光栅衍射场的各种问题. 计算结果表明, 衍射场强度和偏振态的分布, 不仅同入射光的方向和偏振特性有关, 而且同光栅的结构参数—槽深、周期和占空比有关, 且随之变化相当灵敏, 变化范围也相当大. 对于具体的计算结果, 初步同实验测量的数据进行了比较, 得到了较为满意的结果; 如  $\lambda$  在  $h \sim 2h$  的范围内, 实验测量所得的衍射效率随光栅深度的变化规律, 与计算结果是基本吻合的.

### 参 考 文 献

- [1] S. Jovicevic, S. Sesnic, Diffraction of a parallel-and perpendicular-polarization wave from an echelette Grating. *J. Opt. Soc. Am.*, 1972, **62**(7): 865~877
- [2] J. R. Andrewartha, J. R. Fox, I. J. Wilson, Resonance anomalies in the lamellar grating. *Optica Acta*, 1979, **26**(1): 69~89
- [3] 杨宝成, 周学松, 庄松林, 矩形槽光栅矢量模式理论. *光学学报*, 1989, **9**(3): 270~277
- [4] W. W. Hansen, New type of expansion in radiation problems. *Phys. Rev.*, 1935, **47**(1): 139~143
- [5] Zhou Xuesong, Normal and abnormal vector wave function and their conversion relations. *Scientia Sinica (A)*, 1984, **27**(11): 1226~1232
- [6] 林维德, 庄松林, 周学松, 金属闪耀光栅矢量模式理论. *光学学报*, 1991, **11**(7): 624~629

## The Numerical Calculation of the Vector Modal Theory for Rectangular-Groove Grating

Yan Yuan      Wenyong Zhu      Chen Hui      Gao Jing

(Department of Physics, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

(Received 11 May 1992)

**Abstract** According to the vector modal theory for rectangular-groove grating, the results of numerical calculation is given. We calculate the diffraction efficiency and polarization distribution of incident plane wave with arbitrary incident direction and polarization, and also study the effect of grating structural parameters (period, groove width, depth) on the diffraction field.

**Key words** diffraction, rectangular-groove grating, vector modal theory