

无曲率奇点的光波导短程透镜的设计

刘 骥 胡燮荣

石邦任

(山东大学光学系, 济南 250100) (长春光学精密机械学院光学物理系, 长春 130022)

摘 要 在 Sottini 等人提出的求解非球面光波导短程透镜一般解析方法的基础上, 研究了卷边函数对透镜旋转母线曲率的影响. 指出具有连续二阶导数的母线, 可有效地消除曲率奇点, 从而在理论上能够减小由于波导弯曲造成的导光损耗. 基于这种观点, 提出了一种新的卷边函数, 求得了透镜轮廓的表达式, 进而求得了透镜深度, 并与 Sottini 等人的解进行了比较.

关键词 集成光学, 光波导, 短程透镜.

1 引 言

1979年 Sottini、Russo、Righini 最早给出了求解非球面光波导短程透镜问题的解析方法并求得了透镜旋转母线的解析表达式(简称透镜旋转母线解也称 SRR 解)^[1]. 透镜旋转母线解不但通过引入卷边使透镜与平面波导光滑连接, 而且由于采用了非球面的面型消除了球差. 1987年 Sottini 指出旋转母线解所表征的透镜旋转母线, 其曲率半径在卷边的两端为零, 即这些点为大的曲率奇点, 将导致导波光的损耗增大^[2]. 此后为解决短程透镜的曲率奇点问题做了许多工作^[2,3], 但都没有给出令人满意的结果. 文献[2]用圆弧加直线对卷边进行修正, 消除了曲率奇点, 但引入新的象差, 失去了非球面面型消球差的优点. 文献[3]优化选择了卷边函数, 使该点的曲率半径为无穷大, 求得了短程透镜的最优解. 但文献[3]只消除了卷边与平面波导连接处的曲率奇点, 而卷边与实际透镜连接处曲率奇点问题仍没有得到解决.

2 理论计算

图1为旋转对称的光波导短程透镜的顶视图及侧面剖视示意图. 凹陷旋转面为 $z = z(r)$, 母线用 $L(R)$ 及 $l(r)$ 表示, 其中 $L(R)$ 代表卷边 ($a \leq R < 1$), $l(r)$ 代表凹陷中心部分即实际透镜区域 ($0 < r \leq 1$). $L(R)$ 和 $l(r)$ 的几何意义为母线的弧长, 显然有

$$\left(\frac{dz}{dr}\right)^2 = \begin{cases} (dl/dr)^2 - 1 \equiv l^2(r) - 1 & (0 \leq r < a) \\ (dL/dR)^2 - 1 \equiv L^2(R) - 1 & (a \leq R < 1) \end{cases} \quad (1)$$

对于能在归一化半径分别为 f_1 和 f_2 的两共轭圆上理想成象的波导短程透镜, 据文献[4]

有

$$-\int_k^a \frac{k l'(r) dr}{r(r^2 - k^2)^{1/2}} - \int_a^1 \frac{k L'(R) dR}{R(R^2 - k^2)^{1/2}}$$

$$= [\arcsin(k/f_1) + \arcsin(k/f_2)]/2 + \arccos k$$

$$(0 \leq k < a) \quad (2)$$

式中“'”代表对 r (或 R) 求导, k 为光线到旋转轴的最短距离. 引入辅助函数 $\lambda(r)$ 和 $\Lambda(R)$

$$\begin{cases} l'(r) \equiv -[1 + \lambda(r)] & (0 \leq r < a) \\ L'(R) \equiv -[1 + \Lambda(R)] & (a \leq R \leq 1) \end{cases} \quad (3)$$

则(2)式变为

$$\int_k^a \frac{k \lambda(r) dr}{r(r^2 - k^2)^{1/2}} + \int_a^1 \frac{k \Lambda(R) dR}{R(R^2 - k^2)^{1/2}}$$

$$= [\arcsin(k/f_1) + \arcsin(k/f_2)]/2 \quad (0 \leq k < a) \quad (4)$$

$k = a$ 时有

$$\int_a^1 \frac{a \Lambda(R) dR}{R(R^2 - a^2)^{1/2}} = [\arcsin(a/f_1) + \arcsin(a/f_2)]/2 \quad (5)$$

将(4)式左边的哑变量 r 换为 r' , 然后两边同乘 $\frac{1}{\sqrt{k^2 - r'^2}}$ 并对 k 从 $k = r$ 到 $k = a$ 积分. 经交换积分次序等步骤, 并利用(5)得到

$$\lambda(r) = -\frac{1}{\pi} [\arcsin(\frac{a^2 - r^2}{f_1^2 - r^2})^{1/2} + \arcsin(\frac{a^2 - r^2}{f_2^2 - r^2})^{1/2}]$$

$$+ \frac{2}{\pi} (a^2 - r^2)^{1/2} \int_a^1 \frac{R \Lambda(R) dR}{(R^2 - r^2)(R^2 - a^2)^{1/2}} \quad (6)$$

由(6)式、(3)式及(1)式知, 只要确定了 $\Lambda(R)$ 的具体函数形式, 就可求得短程透镜的面型 $z(r)$. $\Lambda(R)$ 的选择须满足一定的条件. 由(6)式可求得

$$\lambda(a) = \frac{2}{\pi} \lim_{r \rightarrow a} (a^2 - r^2)^{1/2} \int_a^1 \frac{R \Lambda(R) dR}{(R^2 - r^2)(R^2 - a^2)^{1/2}} = \Lambda(a) \quad (7)$$

(7)式说明只要选定的 $\Lambda(R)$ 满足(5)式, 就可以保证卷边与透镜凹陷中心部分光滑连接. 而卷边与平面光波导的光滑连接, 只需在选择 $\Lambda(R)$ 时使 $\Lambda(1) = 0$ 即可. 例如, 透镜旋转母线解选取了^[1]

$$\Lambda(R) = (1 - R^2)/h \quad (8)$$

它满足 $\Lambda(1) = 0$, h 为由(5)式确定的常数. 于是透镜旋转母线解所表征的母线是光滑的, 即母线的一阶导数 $l'(r)$ 和 $L'(R)$ [对应的辅助函数是 $\lambda(r)$ 和 $\Lambda(R)$] 连续. 但透镜旋转母线解中没有考虑曲率奇点问题. 母线的曲率半径可表示为

$$\rho(r) = \frac{l'(r) \sqrt{l'^2(r) - 1}}{l''(r)} \quad (0 \leq r < a) \quad (9)$$

$$\rho(R) = \frac{L'(R) \sqrt{L'^2(R) - 1}}{L''(R)} \quad (a \leq R \leq 1) \quad (10)$$

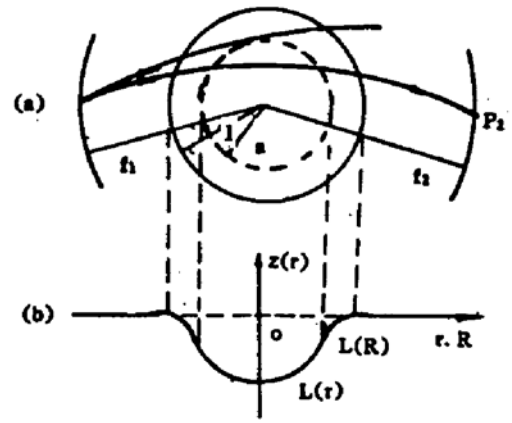


Fig. 1 (a) The top view of geodesic lens together with schematical configuration of rays

(b) The meridional depression profile of geodesic lens

由(8)、(9)、(10)及(3)式知,对透镜旋转母线解 $\rho(1) = 0$,也就是说卷边与平面波导连接处是母线的曲率奇点.同样的分析还可发现 $r = a$ 处也是母线的曲率奇点.造成产生曲率奇点的原因是,在选择 $\Lambda(R)$ 时只考虑了母线的一阶导数连续,而没有要求二阶导数连续.为求得无曲率奇点的消球差光波导短程透镜,所选取的 $\Lambda(R)$ 应满足

$$\Lambda(1) = 0, \quad \Lambda'(1) = 0, \quad \Lambda(a) = \lambda(a), \quad \Lambda'(a) = \lambda'(a) \quad (11)$$

根据上述原则并考虑到尽可能使(6)式的积分简单,选取

$$\Lambda(R) = [(1 - R^2)^2 + \alpha(1 - R^2)^3]/h \quad (12)$$

其中 h, α 为常数.显然(12)式满足(11)式中的前二条件,而 h 和 α 则由后二条件确定.(12)式中第一项取 $1 - R^2$ 的二次方,可保证在 $R = 1$ 处即透镜凹陷边缘,母线的曲率为有限值与(8)式相比较,(12)式增加了含有新待定常数 α 的第二项并引入并使用(11)式最后一个条件,能保证在 $r = a$ 处母线的二阶导数连续,从而使该点的曲率值为有限.将(12)式代入(7)式,得

$$\begin{aligned} \lambda(r) = & -\frac{1}{\pi} \left[\arcsin \left(\frac{a^2 - r^2}{f_1^2 - r^2} \right)^{\frac{1}{2}} + \arcsin \left(\frac{a^2 - r^2}{f_2^2 - r^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \\ & + \frac{2}{\pi h} [(1 - r^2)^2 + \alpha(1 - r^2)^3] \operatorname{arctg} \left(\frac{1 - a^2}{a^2 - r^2} \right)^{\frac{1}{2}} \\ & - \frac{2}{15\pi h} (a^2 - r^2)^{\frac{1}{2}} (1 - a^2)^{\frac{1}{2}} [8\alpha a^4 + 15\alpha r^4 + 10\alpha a^2 r^2 - (15 + 40\alpha)r^2 \\ & - (10 + 26\alpha)a^2 + (25 + 33\alpha)] \end{aligned} \quad (13)$$

由(11)式第3个条件得

$$\begin{aligned} h = & \frac{1}{\gamma_{13} + \gamma_{14}} \{ [\pi - 2\gamma_{12} - 2\sin 2\gamma_{12} + \sin 2\gamma_{12}(1 + 2\sin^2 \gamma_{12})/3] \\ & + \alpha [\pi - 2\gamma_{12} - \sin 2\gamma_{12}(8\cos^4 \gamma_{12} + 10\cos^2 \gamma_{12} + 15)/15] \} \end{aligned} \quad (14)$$

由(11)式第4条件得

$$15h \left(\frac{1}{f_1 \cos \gamma_{13}} + \frac{1}{f_2 \cos \gamma_{14}} \right) + 80 \cos^3 \gamma_{12} + 96\alpha \cos^5 \gamma_{12} = 0 \quad (15)$$

其中 γ 定义为

$$\sin \gamma_{12} = a, \quad \sin \gamma_{13} = a/f_1, \quad \sin \gamma_{14} = a/f_2 \quad (16)$$

(14)和(15)二式联立解得

$$\alpha = \frac{-80 \cos^3 \gamma_{12} + A[\pi - 2\gamma_{12} - 2\sin 2\gamma_{12} + \sin 2\gamma_{12}(1 + 2\sin^2 \gamma_{12})/3]}{96 \cos^5 \gamma_{12} + A[\pi - 2\gamma_{12} - \sin 2\gamma_{12}(8\cos^4 \gamma_{12} + 10\cos^2 \gamma_{12} + 15)/15]} \quad (17)$$

$$A = \frac{15}{\gamma_{13} + \gamma_{14}} \left(\frac{1}{f_1 \cos \gamma_{13}} + \frac{1}{f_2 \cos \gamma_{14}} \right), \quad h = -\frac{80 \cos^3 \gamma_{12} + 96\alpha \cos^5 \gamma_{12}}{15(1/f_1 \cos \gamma_{13} + 1/f_2 \cos \gamma_{14})} \quad (18)$$

短程透镜旋转面母线为

$$\begin{aligned} z(r) = & \int_0^r \left\{ \left[1 - \frac{1}{\pi} \left[\arcsin \left(\frac{a^2 - r^2}{f_1^2 - r^2} \right)^{\frac{1}{2}} + \arcsin \left(\frac{a^2 - r^2}{f_2^2 - r^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right. \right. \\ & + \frac{2}{\pi h} [(1 - r^2)^2 + \alpha(1 - r^2)^3] \operatorname{arctg} \left(\frac{1 - a^2}{a^2 - r^2} \right)^{\frac{1}{2}} \\ & - \frac{2}{15\pi h} (a^2 - r^2)^{\frac{1}{2}} (1 - a^2)^{\frac{1}{2}} [8\alpha a^4 + 15\alpha r^4 + 10\alpha a^2 r^2 - (15 + 40\alpha)r^2 \\ & \left. \left. - (10 + 26\alpha)a^2 + (25 + 33\alpha)] \right]^2 - 1 \right\}^{\frac{1}{2}} dr \quad (0 \leq r < a) \end{aligned} \quad (19)$$

$$z(R) = z(a) + \int_a^R \{ [1 + [(1 - R^2)^2 + \alpha(1 - R^2)^3]/h^2 - 1 \}^{1/2} dR \quad (a \leq R \leq 1) \quad (20)$$

(19)、(20)式的积分是一变上限积分,可采用切比雪夫多项式展开近似求积分。

3 计算结果及讨论

对于凹面半径为 1、 $a = 0.8$ 、 $f_1 = 4$ 、 $f_2 = \infty$ 的光波导短程透镜,分别取透镜旋转母线和本文的解作为母线,透镜凹面的曲率分布如图 2 所示。由图 2 可见,取透镜旋转母线解时,卷边的两端($r = a$ 和 $R = 1$)为曲率奇点,即在这些点母线的曲率半径为零。透镜凹面为一弯曲光波导,导光在弯曲波导中传播时,除存在由散射、吸收等造成的损耗外,还存在由波导弯曲造成的辐射损耗。散射等造成的损耗与材料的性质、波导的制作工艺有关,而辐射损耗则主要取决于波导的弯曲程度。波导弯曲造成的辐射损耗可表示为^[5]

$$\alpha = C_2 \exp(-C_2 R) \quad (21)$$

其中 C_1 和 C_2 是由波导尺寸和光模形式所决定的常数, R 为曲率半径。由上式可见曲率奇点(曲率半径 $R = 0$)将引起较大的弯曲损耗。按照文献[5]给出的数据,对于扩钽 LiNbO_3 波导的基模, C_1 约为 10^3 dB/cm , C_2 约为 10^2 cm^{-1} 。在曲率奇点处 $R = 0$, 则该点的辐射损耗可达 10^3 dB/cm 。采用本文解消除曲率奇点后,卷边两端的曲率半径都可达到 1 mm 以上,在这样的点上辐射损耗可减小到 0.1 dB/cm 以下。

对于 $f_2 = \infty$ 的透镜,由(19)、(20)式,利用切比雪夫级数展开数值计算了波导短程透镜的轮廓。计算得到的透镜凹陷的深度 d 值列于表 1,并与透镜旋转母线解的情况作了比较。由表中数据可见,按本文解求得的透镜深度 d 与透镜旋转母线解的深度相仿,略有增加,用精密数控单点金刚石车床加工透镜时切削量增加不大。例如,对于凹陷半径为 5 mm 的短程透镜,表 1 中各量均乘 5,得本文解与透镜旋转母线解的深度差最大不过 $60 \mu\text{m}$ 。另外,本文解具有与透镜旋转母线解相同的 d 随 f_1 及 a 的变化趋势。当 f_1 一定时, d 随 a 的增加而变大;当 a 一定时, d 随 f_1 的减小而增大。所以对于短焦距透镜,为保证能在厚度不大的基片上加工透镜,可以减小透镜的有效孔径为代价。

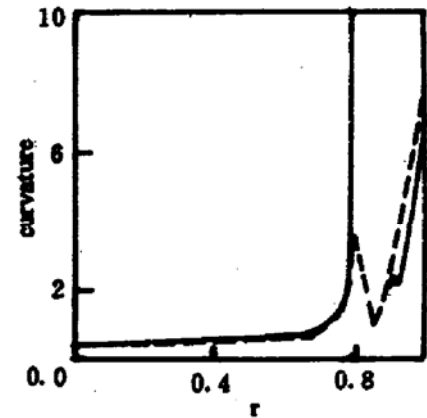


Fig. 2 Curvature distributions of SRR solution and this paper solution. Dot: SRR, Solid: this paper

Table 1 Depth of two kind of lenses
depression radius is unity, $f_2 = \infty$ (arb. unit)

f_1	6	4	4	3	3	2	2	1.5	1.5
a	0.8	0.8	0.75	0.8	0.75	0.8	0.75	0.8	0.75
d_1	0.2113	0.2609	0.1125	0.3037	0.1316	0.3783	0.1658	0.4451	0.1979
d_2	0.2112	0.2607	0.1062	0.3033	0.1241	0.3775	0.1557	0.4437	0.1851
$d_1 - d_2$	0.0001	0.0002	0.0063	0.0004	0.0075	0.0008	0.0101	0.0014	0

Note: d_1 and d_2 are the depth of lens of this paper solution and SRR solution respectively.

参 考 文 献

- [1] S. Sottini, V. Russo, G. Righini, General solution of the problem of perfect geodesic lenses for integrated optics. *J. Opt. Soc. Am.*, 1979, **69**(9): 1248~1254
- [2] S. Sottini, E. Giorgetti, Theoretical analysis of a new family of geodesic lenses. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1987, **4**(2): 346~351
- [3] 范俊清, 李公羽, 许承杰等, 短程透镜问题的最优解. *光学学报*, 1993, **13**(3): 254~257
- [4] J. Sochacki, New simplified method for designing the smooth-transition gradient-index and geodesic waveguide lenses of radial symmetry. *J. Lightwave Technol.*, 1990, **8**(5): 667~672
- [5] 陈益新等编译, 集成光学——理论与技术, 1985年第1版, 上海交通大学出版社, P. 51

Design of the Optical Waveguide Geodesic Lens Without Curvature Singularity

Liu Ji Shi Bangren* Hu Xierong

(Department of Optics, Shandong University, Jinan, 250100)

* (Changchun College of Optics and Fine Mechanics, Changchun, 130022)

(Received 11 May 1993; revised 28 July 1993)

Abstract Based on the general analytical method of designing aspherical optical waveguide geodesic lens, the effect of rounded-edge on the curvature behavior of lens depression profile has been studied. It is pointed out that taking profile of continuous second derivative can eliminate the curvature singularity effectively and diminish the radiation loss of guided light due to waveguide bending. A new rounded-edge function has been presented by which the lens depression profile and the depth of lens can be obtained and comparison with the particular solution given by Sottini *et al.* is made.

Key words integrated optics, optical waveguide, geodesic lens.