

腔内混合态原子系统中辐射场的压缩效应*

刘世炳

(江西师范大学物理系,南昌 330027)

摘 要 本文应用熵最大原理,假定腔内二能级原子起初就没有关于系统所处态的任何信息,研究了腔内原子与腔场相互作用的压缩行为,得出了原子初始处于任意统计混合态下,当初始激发足够强时,辐射场将产生极其接近于纯态情况在相同激发时的强压缩现象的重要结果,同时还讨论了产生压缩的混态范围.

关键词 压缩, 混合态, 系综的熵, 初始能级布居几率.

1 引 言

关于压缩态的理论研究,一直是量子光学领域的热门课题,各种理论模型中的压缩效应^[1~5],近些年来,报道频现.但是,如何在实际应用中获得压缩光,目前正是实验研究工作者的目标.人所共知,通常人们所采用的皆为理想模型,即原子和场都具有确定的态,从熵的角度上说,该模型中原子初始的态对应于熵等于零的态,亦即关于初始所处态的信息是完全可知的(纯态).但在实际应用中,由于腔内的热扰动,系综的熵很难达到零,所以这种初始原子态不易达到,一般都处于一种统计混合态,或者说,对于原子初始所处态的信息只是部分可知(统计混合态).然而,混合态会使二能级间的相位相干局部地受到破坏^[5],致使系统辐射场的压缩在通常情况下比纯态时弱得多.因此,在理论上如何从混合态系统获得压缩光,对压缩光的实际应用将具有明显的意义.

本文从腔内系综熵的角度出发,采用混合态模型;在原子的混态压缩的研究基础上^[5,6],进一步讨论腔内二能级混合态系统辐射场的压缩效应.其结果表明,对于存在热扰动的腔内混合态系统(混态原子-场),在一定的条件下,辐射场可产生几乎同于理想系统(纯态原子-场)下的强压缩光.

2 理论模型

在一般情况下,原子腔内存在着一定的热扰动,因此,系综的熵是不等于零的.为了更有普遍性,这里,假定一开始就没有关于原子的态的任何信息,即原子初始就是处于任何一种可能态的几率都相等的混合态,这时对应于系综的熵达到最大,相应的初始密度矩阵可表述为^[8,9]:

收稿日期:1992年6月21日;收到修改稿日期:1993年5月7日

* 江西省自然科学基金资助项目

$$\rho_0 = \frac{1}{2}(I + \sigma \cdot \langle \sigma \rangle), \quad (1)$$

式中 I 为 2×2 单位矩阵, σ 为泡利矢量算符, $-1 \leq \langle \sigma \rangle \leq 1$, 它表示二能级原子态的特征. 由 (1) 式可得到

$$\text{Tr} \rho_0^2 = \frac{1}{2}(1 + \langle \sigma \rangle^2), \quad (2)$$

可见, $|\langle \sigma \rangle| = 1$ 时, $\text{Tr} \rho_0^2 = 1$, 原子处于纯态; $\langle \sigma \rangle < 1$ 时, $\text{Tr} \rho_0^2 < 1$, 原子处于混合态.

对于腔内二能级原子与腔场相互作用的哈密顿量在旋波近似和共振条件下为:

$$H = \frac{1}{2} \omega_0 \sigma_3 + \omega a^+ a + \lambda(a^+ \sigma_- + a \sigma_+), \quad (\hbar = 1), \quad (3)$$

其相互作用部分的时间演化算符可求出为^[5,7]

$$U_I(t, 0) = \begin{pmatrix} \cos \sqrt{u'} t, & -i\lambda a \frac{\sin \sqrt{u} t}{\sqrt{u}} \\ -i\lambda a^+ \frac{\sin \sqrt{u'} t}{\sqrt{u'}}, & \cos \sqrt{u} t \end{pmatrix}, \quad (4)$$

式中 $u' = \lambda^2 a a^+$, $u = \lambda^2 a^+ a$. 设初始激发腔场的密度矩阵为

$$\rho_0 = \sum_{n, n'} |C_{n, n'}|^2 |n\rangle \langle n'|, \quad (5)$$

则在 ρ_0 为对角化的表象中, 可求出 t 时刻系统的密度矩阵为

$$\begin{aligned} \rho_f(t) &= \text{Tr}_{atom}[U_I(t, 0) \rho_f(0) U_I^\dagger(t, 0)] \\ &= \zeta(\sigma) \cos \sqrt{u'} t \cdot \rho_f(0) \cos \sqrt{u'} t + \eta(\sigma) \lambda^2 a \frac{\sin \sqrt{u} t}{\sqrt{u}} \rho_f(0) \frac{\sin \sqrt{u} t}{\sqrt{u}} a^+ \\ &\quad + \eta(\sigma) \cos \sqrt{u} t \cdot \rho_f(0) \cos \sqrt{u} t + \zeta(\sigma) \lambda^2 a^+ \frac{\sin \sqrt{u'} t}{\sqrt{u'}} \rho_f(0) \frac{\sin \sqrt{u'} t}{\sqrt{u'}} a, \end{aligned} \quad (6)$$

式中 $\rho_f(0)$ 为系统初始时的密度矩阵, $\zeta(\sigma)$ 、 $\eta(\sigma)$ 为初始时能级的布居几率, 并且有

$$\rho_0(0) = \rho_0 \otimes \rho_0, \quad \zeta(\sigma) + \eta(\sigma) = 1. \quad (7)$$

初始时刻腔原子在 $\langle \sigma \rangle = 1$ 时, 处于激发态; $\langle \sigma \rangle = -1$ 时, 处于基态; $\langle \sigma \rangle < 1$ 时, 处于统计混合态. 因此, 得到系统在任意时刻的密度矩阵元为:

$$\begin{aligned} \rho_{n, n'}(t) &= \zeta(\sigma) [C_n^* C_{n'} \cos \sqrt{n+1} \lambda t \cos \sqrt{n'+1} \lambda t + C_{n-1}^* C_{n'} \sin \sqrt{n} \lambda t \sin \sqrt{n'+1} \lambda t] \\ &\quad + \eta(\sigma) [C_n^* C_{n'} \cos \sqrt{n} \lambda t \cos \sqrt{n'+1} \lambda t + C_{n+1}^* C_{n'+1} \sin \sqrt{n+1} \lambda t \sin \sqrt{n'+1} \lambda t] \end{aligned} \quad (8)$$

3 辐射场的混态压缩

假定初始激发场为 Glauber 相干态, 即 (8) 式中

$$C_n = \exp\left(-\frac{\bar{n}}{2}\right) \frac{(\bar{n})^{n/2}}{\sqrt{n!}}. \quad (9)$$

当辐射场的两个正交分量 $d_1 = (a^+ + a)$ 、 $d_2 = i(a^+ - a)$ 在 t 时刻的方差

$$\left(\begin{array}{c} (Ad_1)^2 \\ (Ad_2)^2 \end{array} \right) = 1 + 2\langle a^+ a \rangle \pm (\langle a^2 \rangle + \langle a'^2 \rangle) \mp \langle a \pm a^+ \rangle^2 < 1 \quad (10)$$

时,则该分量处于压缩态. 根据(8)式,可求出有关量的期待值为

$$\langle a^+ a \rangle = \text{Tr}[\rho_f(t)(a^+ a)] = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2} [(1 + \langle \sigma \rangle)(C_n^2 \cos^2 \sqrt{n+1}\lambda t + C_{n-1}^2 \sin^2 \sqrt{n}\lambda t) + (1 - \langle \sigma \rangle)(C_n^2 \cos^2 \sqrt{n}\lambda t + C_{n+1}^2 \sin^2 \sqrt{n+1}\lambda t)], \quad (11)$$

$$\langle a^{+2} \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{(n+1)(n+2)}/2 [(1 + \langle \sigma \rangle)(C_n C_{n+2} \cos \sqrt{n+1}\lambda t \cos \sqrt{n+3}\lambda t + C_{n+1} C_{n-1} \sin \sqrt{n}\lambda t \sin \sqrt{n+2}\lambda t) + (1 - \langle \sigma \rangle)(C_n C_{n+2} \cos \sqrt{n}\lambda t \cos \sqrt{n+2}\lambda t + C_{n+1} C_{n+3} \sin \sqrt{n+1}\lambda t \sin \sqrt{n+3}\lambda t)], \quad (12)$$

$$\langle a^2 \rangle = \sum_{n=2}^{\infty} \sqrt{n(n-1)}/2 [(1 + \langle \sigma \rangle)(C_{n-2} C_n \cos \sqrt{n+1}\lambda t \cos \sqrt{n-1}\lambda t + C_{n-3} C_{n-1} \sin \sqrt{n}\lambda t \sin \sqrt{n-2}\lambda t) + (1 - \langle \sigma \rangle)(C_n C_{n-2} \cos \sqrt{n}\lambda t \cos \sqrt{n-2}\lambda t + C_{n-1} C_{n+1} \sin \sqrt{n+1}\lambda t \sin \sqrt{n-1}\lambda t)], \quad (13)$$

$$\langle a^+ \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{(n+1)}/2 [(1 + \langle \sigma \rangle)(C_n C_{n+1} \cos \sqrt{n+1}\lambda t \cos \sqrt{n+2}\lambda t + C_{n-1} C_n \sin \sqrt{n}\lambda t \sin \sqrt{n+1}\lambda t) + (1 - \langle \sigma \rangle)(C_n C_{n+1} \cos \sqrt{n}\lambda t \cos \sqrt{n+1}\lambda t + C_{n+1} C_{n+2} \sin \sqrt{n+1}\lambda t \sin \sqrt{n+2}\lambda t)], \quad (14)$$

$$\langle a \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n}/2 [(1 + \langle \sigma \rangle)(C_{n-1} C_n \cos \sqrt{n+1}\lambda t \cos \sqrt{n}\lambda t + C_{n-2} C_{n-1} \sin \sqrt{n}\lambda t \sin \sqrt{n-1}\lambda t) + (1 - \langle \sigma \rangle)(C_{n-1} C_n \cos \sqrt{n}\lambda t \cos \sqrt{n-1}\lambda t + C_n C_{n+1} \sin \sqrt{n+1}\lambda t \sin \sqrt{n}\lambda t)]. \quad (15)$$

图 1、图 2 是由数值计算得出的关于 $(Ad_1)^2$ 、 $(Ad_2)^2$ 的时间演化曲线,而且表明, $(Ad_2)^2$ 分量不出现压缩,这与通常理想模型的结果相同. 对于 $(Ad_1)^2$ 分量,由图 1 可知,当 $\bar{n} = 1$ (弱激发相干初态) 时,只有在激发态(或准激发态 $\langle \sigma \rangle = 0.9$) 时出现小幅度的压缩,但稍微偏离,压缩迅速消失,在初始能级布居 $|\langle \sigma \rangle| \leq 0.8$ 的任何统计混合态下都不产生压缩. 当 \bar{n} 增加到 8 时(图 2),仍只是演化初期出现小幅度的压缩,第二次崩塌谷点出现的压缩更小. 在准激发态($\langle \sigma \rangle = 0.9$) 时,该崩塌谷点已上升到压缩临界线 $[(Ad_1)^2 = 1]$. 图 2(f) 是上、下能级的初始布居几率均等 ($\langle \sigma \rangle = 0$) 的情况. 从数值曲线可以看出,对于 $\bar{n} = 8$ 时,初期出现压缩的混态范围为 $\langle \sigma \rangle > 0.5$,亦即上能级的初始布居几率大于 75% 时,演化初期存在小幅度的压缩.

当 \bar{n} 进一步增加到 $\bar{n} = 30$ 时(强激发相干初态),压缩大大加深(图 2),重要的是,在任意统计混合态下都产生强压缩! 无论初始混合的程度如何,最大压缩值都很接近,既是在完全均等布居混合态($\langle \sigma \rangle = 0$) 下,最大压缩亦达到 0.45 (即压缩 55%). 由图 2 可知,强压缩发生在第二次崩塌阶段,并随 \bar{n} 的增加,出现最大压缩的相互作用时间推迟. 另外,准激发初态下的压缩比准基态时略强,但 \bar{n} 再进一步增大时,压缩将继续加深,并在任意统计混合态下都将将以 100% 的压缩为极限.

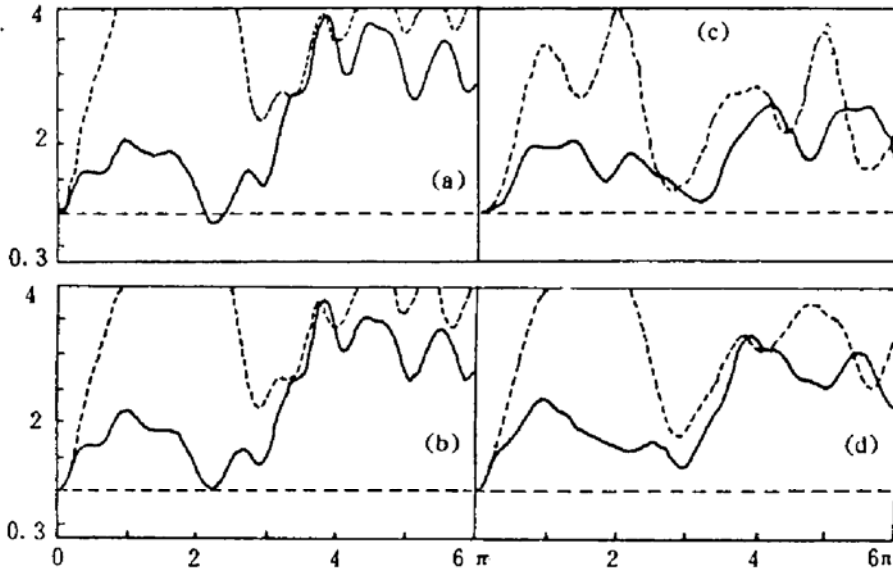


Fig. 1 The curves of squeezing functions $(\Delta d_1)^2$ and $(\Delta d_2)^2$ (dashed line) when $\bar{n} = 1$. (a) $\langle \sigma \rangle = 1$, $(\Delta d_1)_m^2 = 0.86$; (b) $\langle \sigma \rangle = 0.8$, $(\Delta d_1)_m^2 = 1$; (c) $\langle \sigma \rangle = -0.8$, $(\Delta d_1)_m^2 = 1$; (d) $\langle \sigma \rangle = 0$, $(\Delta d_1)_m^2 = 1$

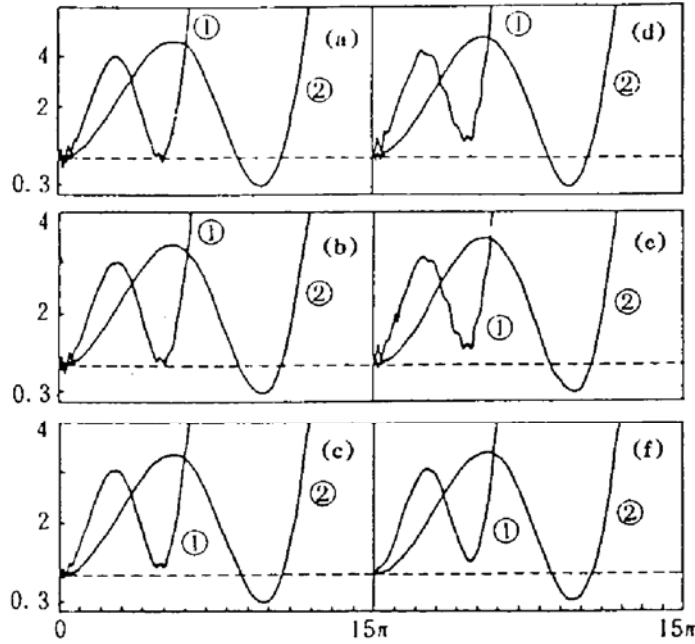


Fig. 2 The curves ① and ② are the evolution of $(\Delta d_1)^2$ when $\bar{n} = 8$ and 30 respectively. (a) $\langle \sigma \rangle = 1$, ① $(\Delta d_1)_m^2 = 0.84$, ② $(\Delta d_1)_m^2 = 0.41$; (b) $\langle \sigma \rangle = 0.9$, ① $(\Delta d_1)_m^2 = 0.88$, ② $(\Delta d_1)_m^2 = 0.42$; (c) $\langle \sigma \rangle = 0.5$, ① $(\Delta d_1)_m^2 = 1$, ② $(\Delta d_1)_m^2 = 0.44$; (d) $\langle \sigma \rangle = -1$, ① $(\Delta d_1)_m^2 = 1$, ② $(\Delta d_1)_m^2 = 0.44$; (e) $\langle \sigma \rangle = -0.9$, ① $(\Delta d_1)_m^2 = 1$, ② $(\Delta d_1)_m^2 = 0.45$; (f) $\langle \sigma \rangle = 0$, ① $(\Delta d_1)_m^2 = 1$, ② $(\Delta d_1)_m^2 = 0.45$

4 讨论与结论

通过上述计算发现,对于初始混合态原子,在腔场的弱激发下,压缩只出现在初始布居几率紧靠激发态的非常有限的范围,稍微偏离激发态,压缩迅速消失.这就是说,在实验中如果不能获得精确的初始激发态,则很难获得压缩光.但在腔场的强激发下($\bar{n} \geq 30$),压缩不仅大大加深,而且在任何初始混合态下,压缩值与纯态时都极其接近.激发强度越大,压缩越深,与纯

态时的差别越小. 这些现象在理论上可以得到解释, 由于初始时刻原子就处于混合态, 这就破坏了二能级间的相位相干性, 混合程度增加, 这种相位相干性就越差, 因此, 原子在初始相干腔场的弱激发后, 其初始的混合程度几乎完全保持下来, 能级间相位的劣相干性使辐射场的量子涨落变大, 压缩不可能发生. 而原子在初始相干腔场的强激发后, 其混合程度与初始态相比将迅速减弱, 腔场的相干性使能级的相位相干性很快改善, 因此压缩大大加深. 这在图 2 中已明显地显示了这一事实, 当 \bar{n} 增加到 8 时, 第二次崩塌谷点开始出现压缩, 当 \bar{n} 进一步增加时, 该崩塌谷点(最大压缩点)越来越深. 从另一方面, 这些结果还告诉人们, 增加场激发强度, 也是获取压缩光的一条重要途径.

参 考 文 献

- [1] P. Meystre, M. S. Zubairy, Squeezed state in the Jaynes-Cummings model. *Phys. Lett. (A)*, 1982, **89**(8) : 390~392
- [2] K. Wodkiewicz, P. L. Knight, S. J. Buckle *et al.*, squeezing and suuperposition states. *Phys. Rev. (A)*, 1987, **35**(6) : 2567~2577
- [3] J. R. Kuklinski, J. L. Madajczyk, Strong squeezing in the Jaynes-Cummings model. *Phys. Rev. (A)*, 1988, **37**(8) : 3175~3179
- [4] S. Y. Zhu, M. O. Scully, Evolution of squeezed states in the Jaynes-Cummings model. *Phys. Lett.*, 1988, **130**(2) : 101~103
- [5] 刘世炳, 黄长春, 李宏, 二能级原子的混态 SU(2) 压缩. *物理学报*, 1991, **40**(10) : 1607~1612
- [6] 刘世炳, 二能级原子 SU(2) 压缩的混态临界性质. *量子电子学*, 1992, **9**(4) : 313~318
- [7] C. C. Gerry, Two-photon Jaynes-Cummings model interaction with the squeezed vacuum. *Phys. Rev. (A)*, 1988, **37**(7) : 2683~2686
- [8] W. H. Louisell, *Quantum Statistical Properties of Radiation*. New York, John Wiley, 1973(有中译本)
- [9] L. Allen, J. H. Eberly, *Optical Resonance and Two-Level Atoms*. New York, John Wiley, 1975

Squeezing of the Radiation Field in A Cavity with Mixed State Atomic System

Liu Shibing

(Department of Physics, Jiangxi Normal University, Nanchang 330027)

(Received 21 June 1992; revised 7 May 1993)

Abstract In this report, the information about the initial state of a two-level system in a cavity is supposed to have nothing by using the principle of maximal entropy. The squeezing behavior of a two-level atom interaction with the cavity field are studied. We have obtained an important result that the strong squeezing of the radiation field, when the atom starts initially in an arbitrary statistical mixed state and initial exciting of the field is intensive enough, is close to those very much that the atom lies in a pure state initially. In the same time, the mixed-state limits of squeezing occurring are discussed.

Key words mixed atate, squeezing, entropy, initial level population probabilities.