

多重焦点波带透镜的衍射效率和分辨率分析

施文敏 龙品 徐大雄

(北京邮电学院应用科技系, 北京 100088)

摘 要 本文首次提出了一种新型的具有多重焦点的波带透镜概念及其设计方法. 这类多焦点带透镜不同于菲涅耳波带片, 不仅其焦点的个数和位置可以任意规定, 而且各焦点的衍射效率和相对光强也可作人为选择. 文中给出了一个各焦点衍射效率近似均等的三焦点波带透镜和一个具有三个等光强焦点的波带透镜的设计及其设计数据, 并给出各个焦点的衍射效率、分辨率和各焦平面的相对光强分布曲线. 这类新颖的多焦点波带透镜可提供某些特定的光场分布, 而且具有性能稳定、微型化和可实际制作等特点, 有着特殊的潜在的应用价值.

关键词 波带透镜, 多重焦点, 二元光学, 模拟退火.

1 引 言

近几年来, 一门新的光学分支——二元光学, 采用先进的微加工技术制作衍射光学器件, 发展很快^[1,2]. 用二元光学技术能够制成质量很高的各种镜头, 而且能以很高的速度和很低的成本大量复制各种光学元件, 且能使它们的聚焦特性满足种种特定要求. 采用光刻或离子刻蚀技术制作的许多二元光学器件如 Dammann 光栅等^[5], 在不少领域已经得到应用. 本文作者首次将二元光学技术应用于多重焦点波带透镜的设计制作, 并采用模拟退火算法^[4,5]给出了这种新型的具有多重焦点的波带透镜的设计方法. 文中还对各焦点的衍射效率和分辨率进行了分析. 采用这种设计方法可以灵活地获得某些特定的光场分布. 这类多焦点波带透镜可用在条形码扫描仪中, 以延长其工作距离或使同一条形码扫描仪既能识读高密码又能识读中密码^[6]. 对于双焦点波带透镜, 两个焦点可看作是点光源作应用于 X-射线的高分辨率的菲涅耳波带透镜的刻蚀掩膜, 因可以使两个焦点的衍射效率非常接近, 由这个方法制作的掩膜质量要比参考文献^[8]中的掩膜质量高.

2 衍射理论

根据菲涅耳-基尔霍夫衍射公式, 当平面波正入射时, 波带片光轴上的光场分布为

$$U(P) = \frac{i}{\lambda} \iint_A T(r) \frac{1}{R} \exp[-ikR] dS \quad (1)$$

式中 $T(r)$ 为波带片透射比函数, r 为波带环半径, R 为波带片上的面元 dS 到轴点 P 的距离, $k = 2\pi/\lambda$, λ 为入射波波长, $i = \sqrt{-1}$, 在非涅耳衍射近似下, 有

$$R = \sqrt{r^2 + z^2} \approx z + (r^2/2z) \quad (2)$$

式中 z 为轴点 P 到波带片中心距离. 令 $\phi = (\pi r^2/\lambda z)$

$$\phi = (\pi r^2/\lambda z), \quad \phi_l = (\pi r_l^2/\lambda z), \quad l = 1, 2, 3, \dots, M \quad (3)$$

其中 r_l 为第 l 波带环的外半径, M 是波带片总环数. 将(2)式和(3)式代入(1)式得到

$$U(P) = i \exp[-ikz][C + iS] \quad (4)$$

$$C = \int_0^{\phi_M} T(\phi) \cos(\phi) d\phi, \quad S = - \int_0^{\phi_M} T(\phi) \sin(\phi) d\phi \quad (5)$$

式中 $T(\phi) = T(r)$, $\phi_M = \pi r_M^2/\lambda z$, r_M 是波带片半径. 对于只有二个位相值 $[\pi, -\pi]$ 的位相波带片, 其透射比函数可写为

$$T(r) = \begin{cases} 1 & r_{2l} \leq r < r_{2l+1} \\ -1 & r_{2l+1} \leq r < r_{2l+2} \end{cases} \quad (6)$$

式中 $l = 0, 1, 2, \dots, M$. M 为波带片的波带环总数. 把(6)式代入(5)式, 若 M 为偶数, 有

$$\begin{cases} C = 2 \sum_{i=1}^N [\sin \phi_{2i+1} - \sin \phi_{2i}] + 2 \sin \phi_1 - \sin \phi_M \\ S = 2 \sum_{i=1}^N [\cos \phi_{2i+1} - \cos \phi_{2i}] + 2 \cos \phi_1 - \cos \phi_M - 1 \end{cases} \quad (7)$$

式中 $N = (M - 2)/2$. 若 M 为奇数, 则有

$$\begin{cases} C = 2 \sum_{i=1}^N [\sin \phi_{2i-1} - \sin \phi_{2i}] + \sin \phi_M \\ S = 2 \sum_{i=1}^N [\cos \phi_{2i-1} - \cos \phi_{2i}] + \cos \phi_M - 1 \end{cases} \quad (8)$$

式中 $N = (M - 1)/2$. 由(7)式、(8)式和(4)式, 可得到波带片轴线上的光强分布

$$I(P) = C^2 + S^2 \quad (9)$$

3 多重焦点波带透镜设计

3.1 设计思路

首先确定目标波带透镜的口径、焦点的个数及其位置、各个焦点的期望相对光强值和透镜的工作波长. 再将波带透镜划分成数目巨大的等宽度同心微波带环, 微波带环的宽度必须在现有微加工技术的刻蚀精度范围内, 即要求大于等于 $1 \mu\text{m}$, 并规定每个微波带环的复振幅透射比值域为 $[1, -1]$. 再采用模拟退火算法, 求出一组最接近设计要求的微波带环的复振幅透射比值分布. 然后根据所得数据, 利用光刻技术或离子刻蚀技术制作出目标多重焦点波带透镜.

3.2 目标波带透镜的参数

作为多焦点波带透镜的设计例子, 本文给出了一个具有三个等光强焦点的波带透镜(为了阐述上的方便, 权且称之为 A 透镜)和一个各焦点衍射效率近乎相等的三焦点波带透镜(权且称之为 B 透镜)的设计. 两个目标透镜的口径、工作波长及其微波带环宽度相同, 其数值分别为 10 mm 、 500 nm 和 $5 \mu\text{m}$. 也就是说, 波带透镜共分 1000 个微波带环. A 透镜三个焦点的

位置分别定在 $f_1 = 1200 \text{ mm}$, $f_2 = 1600 \text{ mm}$, $f_3 = 2000 \text{ mm}$ 处, 而 B 透镜三个焦点的焦距分别是 $f_1 = 500 \text{ mm}$, $f_2 = 700 \text{ mm}$, $f_3 = 900 \text{ mm}$. 波带透镜的评价函数选为

$$E = (I_1 - I_{10})^2 + (I_2 - I_{20})^2 + (I_3 - I_{30})^2 \quad (10)$$

式中 I_1, I_2, I_3 分别是在微波带环复振幅透射比的某一分布下焦点 f_1, f_2, f_3 处的光强, 而 I_{10}, I_{20}, I_{30} 则分别是三个焦点的期望光强. 对于 A 透镜, 因为我们要求三个焦点是等光强的, 故选三个焦点的期望光强相等, 即 $I_{10} = I_{20} = I_{30} = I_0$. 经过多次预计算数据反馈, I_0 值选为 1200 (设入射平面波的振幅等于 1). 对于 B 透镜, 要求三个焦点的衍射效率基本相等, 故尔经过多次预计算数据反馈各焦点的期望光强分别选为 $I_{10} = 8600$, $I_{20} = 6000$, $I_{30} = 3000$.

3.3 模拟退火

模拟退火过程如下: 先用随机函数给出一组微波带环透射比值的随机分布, 分别算出三个期望焦点的光强值 I_1, I_2, I_3 , 利用 (10) 式算出评价函数 E_0 . 然后用随机函数随机地选出一个微波带环 x_1 , 改变其透射比值, 也就是说, 若其原来的值为 1, 则将其改为 -1; 若其原来的值为 -1, 则改变为 1. 再在新的透射比值分布下, 算出评价函数 E_1 . 若评价函数值差 $\Delta E = E_1 - E_0 \leq 0$, 则接受 x_1 微波带环的透射比值的改变. 若 $\Delta E > 0$, 则 x_1 微波带环的透过率值的改变以如下的概率接受:

$$p = \exp[-\Delta E/T] \quad (11)$$

式中 T 为温度. 如果透射比值的改变被接受, 令评价函数值 $E_0 = E_1$, 若不接受 E_0 值不变. 如此重复循环计算. 对于第 N 次循环, 利用随机函数随机地选出一个微波带环 x_N 并改变其透射比值, 计算出评价函数值 E_N , 并计算出评价函数值差 $\Delta E = E_N - E_0$. 若 $\Delta E \leq 0$, 则接受第 x_N 个微波带环透射比值的改变, 并将 E_N 值赋给 E_0 . 若 $\Delta E > 0$, 则仍以 (11) 式表示的概率接受透射比值的改变. 如被接受将 E_N 值赋予 E_0 , 如不接受则 E_0 值不变. 在同一温度 T 下, 如此重复循环 60000 次. 初始温度选为 $T = 40$, 并以 90% 的速率降温, 即

$$T_{N+1} = 90\% \times T_N \quad (12)$$

温度 T 直至降到 0.05 终止循环并得出一组相当接近设计要求的微波带环透过率值分布.

3.4 计算结果

依照 3.2 节的设计参数和 3.3 节的模拟退火程序, 得到两组微波带环的复振幅透射比分布. 经过合并相邻同相微波带环后, 第一组分布共有 46 个波带, 第二组分布共有 146 个波带. 第一组分布对应于具有三个等光强焦点的波带透镜 A, 其具体数据列于表 1 中.

Table 1 The data of radii of the zones
of zone lens A

147	148	150	231	317	320	321	372	405	406
407	408	409	426	427	428	449	454	455	484
517	550	551	552	589	616	640	666	672	688
710	749	770	790	812	838	858	876	890	900
915	932	955	974	991	1000				

表 1 中的数据由小到大顺序列, 透镜的第 l 个波带的外半径等于对应表中位于第 l 个格中的数乘以微波带环的宽度 ($5 \mu\text{m}$). 所有奇数波带的复振幅透射比值为 1, 而所有偶数波带的复振幅透射比值为 -1. A 透镜的轴线光强分布如图 1 所示. 由图 1 可见, 波带透镜有三个光强基本相等的焦点, 其位置分别位于 1200 mm , 1584 mm 和 7008 mm , 焦点的相对强度分别是 1139, 1149. 以上的数据与我们的设计目标基本上是吻合的. B 透镜的轴线光强分布如图 2 所示. 由图 2 可见, 三个焦点的光强值相差很多, 但由下节的计算可知, 各焦点的衍射效率近乎相等. 三个焦点分别位于 500 mm ,

700 mm 和 898 mm 处,其相对光强分别为 8597.8, 5988.6 和 2997.5. 也就是说,B 透镜的数据也达到设计要求.

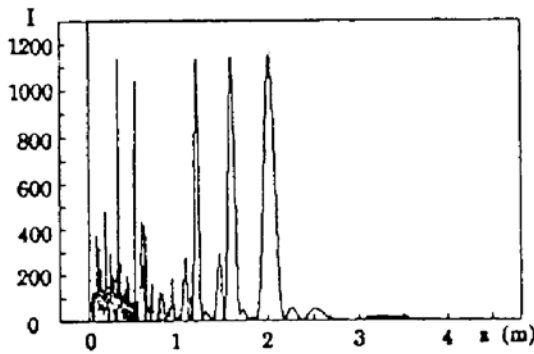


Fig. 1 The axial intensity distribution of zone lens A

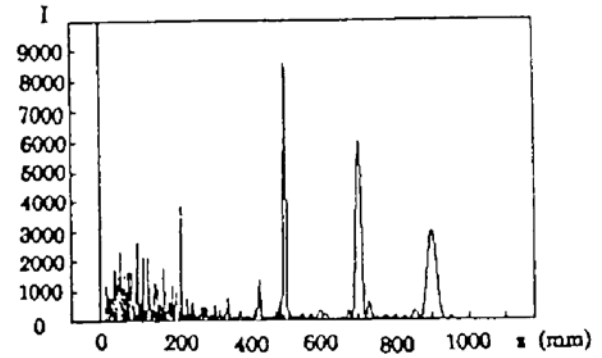


Fig. 2 The axial intensity distribution of zone lens B

4 衍射效率和分辨率

依据上节求得的两组微波带环复振幅透射比值分布数据,分别求出了透镜 A 和透镜 B 的各个焦平面上的光强分布曲线^[6,7]. A 透镜三个焦平面上的光强分布曲线如图 3 所示. 图 3 中的横坐标 r 是场点到光轴的距离,即焦平面径向坐标,而其纵坐标则是场点的相对光强. 图 3 中的曲线 1、曲线 2、曲线 3 分别是焦点 $f_1 = 1200$ mm、 $f_2 = 1584$ mm 和 $f_3 = 2008$ mm 所在的光强分布曲线. 由图 3 可见,第一个焦点爱里斑半径为 $75 \mu\text{m}$,第二焦点的爱里斑半径为 $96 \mu\text{m}$,第三焦点的爱里斑半径为 $126 \mu\text{m}$. 三个焦点在爱里斑区域内的积分光能依次为 5.079, 8.185, 和 13.783. 因设入射平面波的振幅等于 1,故入射透镜的总光能 $E_{total} = 12 \pi a^2 = 25 \pi (a \text{ 为透镜的半径})$. 由上面的数据,求出 A 透镜三个焦点的衍射效率依次为 6.5%、10.4% 和 17.5%. B 透镜三个焦平面上的光强分布曲线如图 4 所示. 图 4 中的坐标含义与图 3 相同. 图 4 中的曲线 1、曲线 2 和曲线 3 分别是焦点 $f_1 = 500$ mm、 $f_2 = 700$ mm 和 $f_3 = 898$ mm 所在的光强分布曲线. 由图 4 可见,三个焦点的爱里斑半径依次为 $30.5 \mu\text{m}$ 、 $42.5 \mu\text{m}$ 和 $52.5 \mu\text{m}$,而爱里斑区域内的积分光能则分别为 6.098、8.017 和 6.313. 也就是说,第一个焦点的衍射效率为 7.8%,第二个焦点的衍射效率为 10.2%,第三个焦点的衍射效率为 8.0%,即三个焦点的衍射率近乎相等,基本上达到 B 透镜的设计目标.

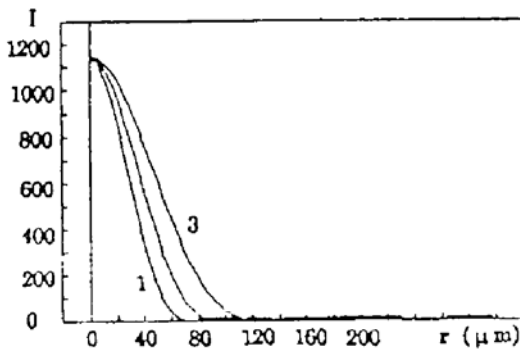


Fig. 3 The transverse intensity profile curves on the three focal planes of zone lens A

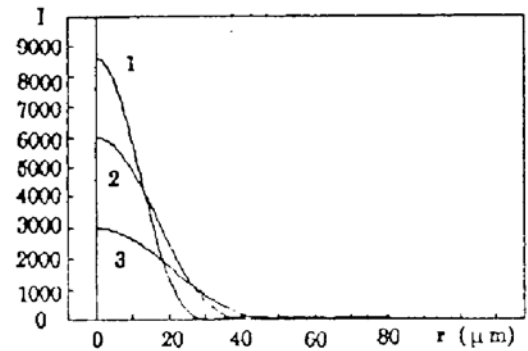


Fig. 4 The transverse intensity profile curves on the three focal planes of zone lens B

对比 A、B 两个透镜各个焦点的实际位置和它们的设计期望位置,我们注意到,一些焦点的实际位置相对其期望位置有微小的漂移. 估计在减少微波带环的宽度增加波带数目或者在多级量化微波带环的情况下,焦点位置的漂移将趋于零,而焦点的衍射效率则可望增加.

各个焦点的爱里斑半径也就是各焦点的分辨本领. 纵观两个透镜六个焦点的位置及其爱里斑半径, 不难看出, 焦点爱里斑半径与焦点的焦距成正比关系, 焦距越长的焦点其爱里斑半径也就越大. 也就是说, 离透镜越远的焦点其分辨率越低. 这类焦点的位置可以任意确定而且焦点的爱里斑半径与焦点成正比关系的新型的多焦点波带透镜可用作条形码扫描仪中的扫描物镜, 光斑大的远焦点用来识读低密码, 而光斑小的近焦点用来识读高密码, 使用同一条形码扫描仪既能识读低、中密码又能识读高密码, 从而扩展了扫描仪的功能. 如果波带透镜的三个焦点相距很近, 则它可用来延长条形码扫描仪的工作距离.

结 论 本文提出了一种新型的, 焦点的个数和位置可以任意规定, 各个焦点的相对光强或衍射效率具有一定程度的选择性的多焦点波带透镜的设计制作方法. 这种基于模拟退火算法的设计方法在设计制作具有特殊应用的波带透镜方面很有实际意义, 因为它提供了一个设计某些特定光场的灵活手段.

参 考 文 献

- [1] Thomas J. McHugh, D. A. Zweig, Recent advances in binary optics. *Proc. SPIE*, Holographic Optics, Optically and Computer Generated, 1989, 1052: 85~89
- [2] A. Michael, L. D. Piliavin, I. R. Mercado, Binary diffractive optical element computer aided design, *Proc. SPIE*, Computer and Optically Formed Holographic Optics 1990, 1211: 50~61
- [3] Wu Zhouling, Lu Da, Kuofan Chin, Application of iterative method in the design of high efficiency multi-beam gratings. *Acta Optica Sinica*, 1986, 6(6): 567~572
- [4] S. Kirkpatrick, Optimization by simulated annealing. *Science*, 1983, 220(4598): 671~680
- [5] Pin Long, Dahsiung Hsu, Minxian Wu et al., Reflective Fourier CGH with 16 phase levels. *Chinese Journal of Laser (E. E)*, 1992, 1(5): 435~439
- [6] Richard E. Williams, Lske Mary, Portable bar code scanning device and method, *U. S. Patent*, Patent No. 4, 578,571, Mar. 25, 1986
- [7] Max Born, Emil Wolf, *Principles of Optics*, Sixth Edition, Pergamon Press, New York, 1980: 436--445
- [8] W. B. Yun, M. R. Howells, High-resolution Fresnel zone plates for X-ray applications by spatial-frequency multiplication. *J. O. S. A. (A)*, 1987, 4(1): 34~40

Design of Multiple Focus Zone Lens

Shi Wemmin Long Pin Hsu Dahsiung

(Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100088)

(Received 4 September 1992; revised 11 January 1993)

Abstract This paper proposes a design procedure for a new type of zone lens which may have more than-one main foci, and the locations and efficiencies of these foci can be determined flexibly by designer's requests. This design method is based on the simulated annealing optimization and provides a mean for obtaining some particular optical field distribution and may be very useful for fabrication of special zone lens.

Key words zone plate, multiple-foci, binary optics, simulated annealing.