

# 任意槽形金属光栅矢量模式理论的数值计算

朱文勇 郑毅达 陈 晖 高 景 严 媛

(上海交通大学应用物理系, 上海 200030)

江荣熙 谢品华

(中国科学院安徽光学精密机械研究所, 合肥 230031)

**摘 要** 本文根据任意槽形金属光栅的矢量模式理论, 对正弦槽光栅和半椭圆槽光栅的情况进行了推导和数值计算. 对任意入射方向和偏振态的入射场, 计算了其衍射场的分布情况, 并详细研究了光栅结构参数(光栅常数、槽宽、槽深等)对衍射场的影响.

**关键词** 衍射, 金属光栅, 矢量模式理论.

## 1 引 言

对于金属光栅衍射问题, 可采用的方法有积分法、微分法、模式展开法等<sup>[2]</sup>. 其中, 积分法、微分法虽然能处理任意槽形光栅的衍射问题, 但其数学处理比较复杂<sup>[2]</sup>. 模式展开法中的标量模式理论也能处理任意槽形的光栅衍射问题, 且数学表达式比较简捷, 但一般只适合处理在主截面内的线偏振入射的情况<sup>[3,4]</sup>. 而矢量模式理论, 即使在任意入射方向和偏振态的情况下, 也能直接处理任意槽形光栅的衍射问题<sup>[1,5,7]</sup>. 矢量模式理论的关键在于标量基函数的适当选取, 而根据矩形槽和对称三角槽的情况<sup>[5,7]</sup>, 可以发现, 标量基函数的选取是与具体的槽型密切相关的. 对于任意槽形的光栅, 显然不可能找到一组普适的标量基函数. 为此, 需进一步将标量基函数用三角函数来展开, 展开系数可以通过电磁场在金属光栅表面的边界条件来确定<sup>[1]</sup>.

林维德等运用该方法处理了任意槽形的理想导体金属光栅的衍射问题, 并给出了其形式解<sup>[1]</sup>. 本文在此基础上, 首先验证了这种方法的可行性, 分别计算了矩形槽光栅和在主截面入射情况下正弦槽光栅的衍射问题, 发现计算结果与文献[3,6]的结果非常吻合. 其次, 通过对理想导体的正弦槽光栅和半椭圆槽光栅的计算, 在光栅常数  $d$  与入射波长  $\lambda$  大致相当的范围内, 具体给出了不同的入射方向和偏振态时, 空间衍射场的分布和偏振特性的变化, 并详细研究了光栅结构参数(光栅常数、槽宽、槽深等)对衍射效率、偏振特性的影响.

## 2 数值计算

文献[1]中的振幅方程是无限阶的, 但实际数值计算时需要作适当的截取. 现以  $n$  表示槽

外平面波的级数,  $p$  表示槽内模的级数. 计算结果表明, 当  $n = 15, p = 6$  到  $n = 30, p = 15$  时, 结果相差不到 1%, 所以以下计算结果均取  $n = 15, p = 6$ .

金属光栅的模型如图 1, 其中光栅常数  $d$  取单位长度,  $c$  表示槽宽,  $h$  表示槽深. 入射光的方向用  $(\theta, \varphi)$  表示,  $\theta$  表示入射光与  $oy$  轴的夹角,  $\varphi$  表示入射面与光栅主截面的夹角. 用  $\alpha$  (电矢量与在振动面内垂直于  $oy$  轴的矢量所成的夹角) 表示线偏振光的偏振方向.

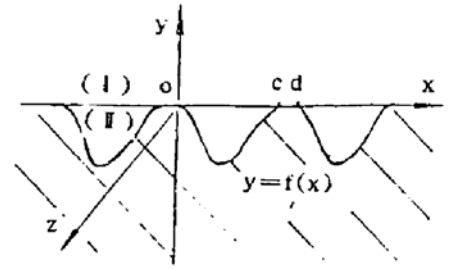


Fig. 1 Model of the metallic grating

正弦槽光栅的槽形可表示为

$$f(x) = h [\cos (2\pi x/d) - 1] \quad 0 \leq x \leq d$$

半椭圆槽光栅的槽形可表示为

$$f(x) = \begin{cases} h(-r + \sqrt{r^2 - x^2}) & 0 \leq x \leq r \\ -hr & r \leq x \leq d - r \\ h[-r + \sqrt{r^2 - (d-x)^2}] & d - r \leq x \leq d \end{cases}$$

式中,  $r$  表示半椭圆的半长轴,  $h$  为半椭圆的短轴与长轴之比.

### 2.1 衍射效率

图 2、3 分别表示在不同的偏振态(包括线偏振和圆偏振)及不同的入射角度  $(\theta, \varphi)$  的情况下, 正弦槽光栅和半椭圆槽光栅的  $-1$  级衍射效率  $\eta$  随入射波长  $\lambda$  的变化情况. 从图 2 的 a, b, c 三条曲线和图 3 的 a, b, c 三条曲线可以看出, 在不同的偏振态的情况下, 衍射效率随入射波的波长  $\lambda$  的变化是相似的; 从图 2 的 a, d 两条曲线和图 3 的 a, d, e 三条曲线可以看出, 在不同的入射角度  $(\theta, \varphi)$  的情况下, 衍射效率随入射波的波长  $\lambda$  的变化也极为相似.

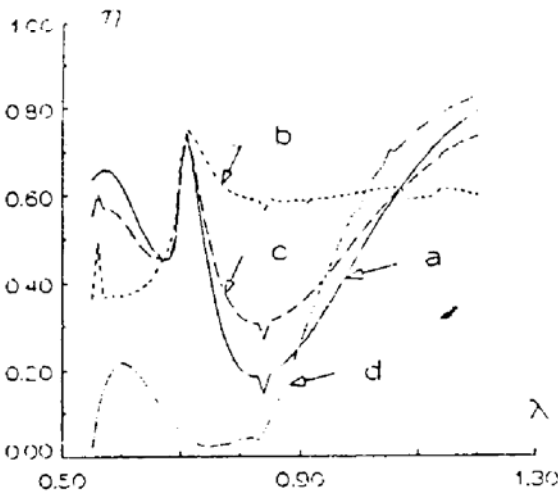


Fig. 2 The  $-1$ st order diffraction efficiency  $\eta$  of the sinusoidal profile grating versus incident wavelength  $\lambda$ .

- a)  $h = 0.5, \theta = 30^\circ, \varphi = 60^\circ, \alpha = 60^\circ$
- b)  $h = 0.5, \theta = 30^\circ, \varphi = 60^\circ$ , circular polarization wave incident
- c)  $h = 0.5, \theta = 30^\circ, \varphi = 60^\circ, \alpha = 40.5^\circ$
- d)  $h = 0.5, \theta = 60^\circ, \varphi = 60^\circ, \alpha = 60^\circ$

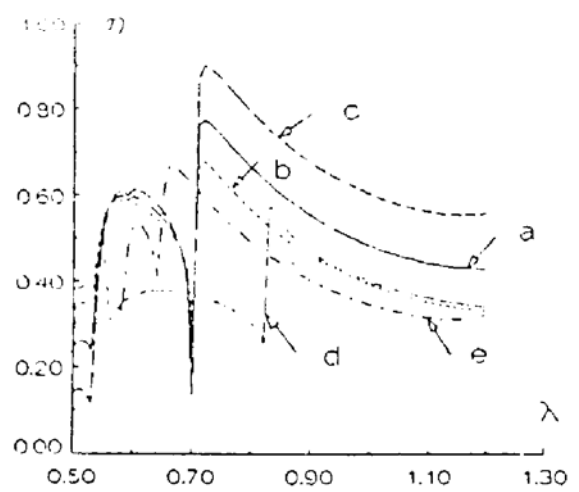


Fig. 3 The  $-1$ st order diffraction efficiency  $\eta$  of the semi-elliptic profile grating versus incident wavelength  $\lambda$ .

- a)  $h = 0.5, r = 0.35, \theta = 30^\circ, \varphi = 60^\circ, \alpha = 30^\circ$
- b)  $h = 0.5, r = 0.35, \theta = 30^\circ, \varphi = 60^\circ$ , circular polarization wave incident
- c)  $h = 0.5, r = 0.35, \theta = 30^\circ, \varphi = 60^\circ, \alpha = 76.4^\circ$
- d)  $h = 0.5, r = 0.35, \theta = 60^\circ, \varphi = 60^\circ, \alpha = 30^\circ$
- e)  $h = 0.5, r = 0.35, \theta = 30^\circ, \varphi = 45^\circ, \alpha = 0^\circ$

图 4 表示在不同的入射情况下，正弦槽光栅的 -1 级衍射效率  $\eta$  随光栅槽深  $h$  的变化情况。从中不难看出，对于不同的入射波的波长  $\lambda$  及不同的入射角度  $(\theta, \phi)$ ，衍射效率随光栅槽深  $h$  的变化都呈现一定的周期性，且周期随波长的增加而变大；从 a, d 两条曲线可以看出，不同的偏振态，对衍射效率随光栅槽深  $h$  的变化影响较大。

图 5 表示半椭圆槽光栅的 -1 级衍射效率  $\eta$  随结构参数  $(h, r)$  的变化情况。从中不难看出，在光栅槽深较浅时，-1 级衍射效率趋近于零。这是因为在光栅槽深较浅时，衍射波主要是零级衍射波，即反射波。

图 6(a)、(b) 分别表示正弦槽光栅和半椭圆槽光栅的 -1 级衍射效率  $\eta$  随入射角度  $(\theta, \phi)$  的变化情况。从中可以看出，不同的入射角度  $(\theta, \phi)$  对衍射效率的影响是极大的。

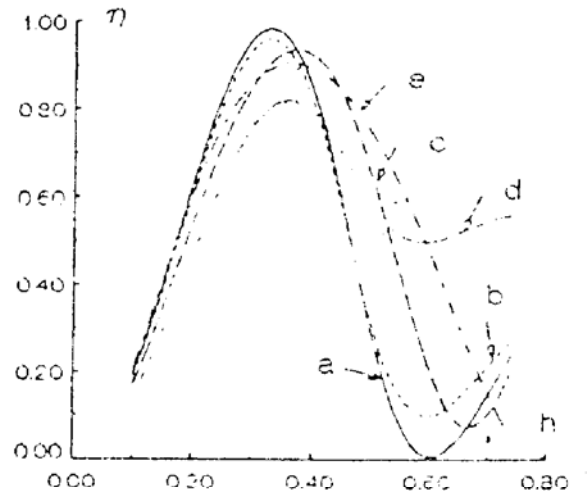


Fig. 4 The -1st order diffraction efficiency  $\eta$  of the sinusoidal profile grating versus the grating depth  $h$ .

- a)  $\lambda = 0.9, \theta = 30^\circ, \phi = 45^\circ, \alpha = 45^\circ$
- b)  $\lambda = 0.9, \theta = 30^\circ, \phi = 60^\circ, \alpha = 45^\circ$
- c)  $\lambda = 1.1, \theta = 30^\circ, \phi = 60^\circ, \alpha = 45^\circ$
- d)  $\lambda = 0.9, \theta = 30^\circ, \phi = 45^\circ, \alpha = 0^\circ$
- e)  $\lambda = 1.3, \theta = 30^\circ, \phi = 60^\circ, \alpha = 45^\circ$

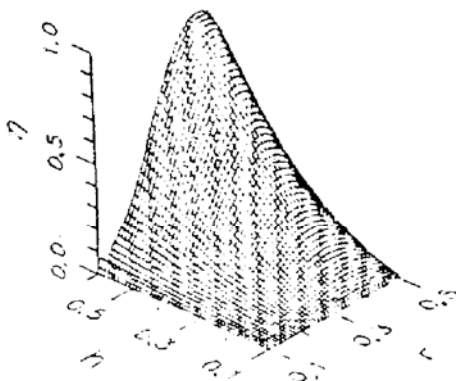


Fig. 5 The -1st order diffraction efficiency  $\eta$  of the semi-elliptical profile grating versus the grating structural parameters  $h$  and  $r$

- a)  $\lambda = 0.9, \theta = 30^\circ, \phi = 60^\circ, \alpha = 45^\circ$

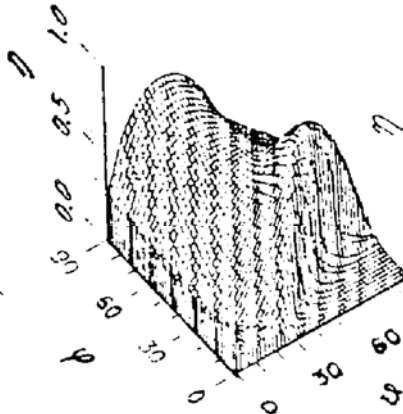
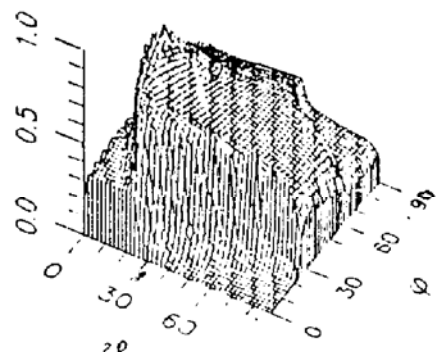


Fig. 6 The -1st order diffraction efficiency  $\eta$  of diffraction grating versus the incident direction  $\theta$  and  $\phi$

- a) sinusoidal profile  $\lambda = 0.9, h = 0.5, \alpha = 30^\circ$
- b) semi-elliptical profile  $\lambda = 0.9, h = 0.5, r = 0.35, \alpha = 30^\circ$



### 2.2 偏振特性

根据文献[1]，各级衍射波的偏振特性，可以用复振幅的相位差  $\delta$  来表示。图 7, 8 分别表示在不同的入射波波长  $\lambda$  及不同的入射角度  $(\theta, \phi)$  的情况下，正弦槽光栅和半椭圆槽光栅的 -1 级衍射波的偏振特性  $\delta$  随入射波的偏振角度  $\alpha$  的变化。从这两图中可以看出，偏振特性  $\delta$  除在某些  $\alpha$  值处发生突变外，在其余  $\alpha$  值处， $\delta$  随偏振角度  $\alpha$  的变化较小。从图 7 的 a, b, c 三条曲线和图 8 的 a, b 两条曲线可以看出，在同一入射方向  $(\theta, \phi)$  的情况下，不论何种槽形，偏振特性  $\delta$  均在同一  $\alpha$  值处发生突变；而从图 7 的 b, d, e 三条曲线和图 8 的 b, c, e 三条曲线可以看出，在不同入射方向  $(\theta, \phi)$  时，发生突变的  $\alpha$  值不同，值得注意的是突变点的  $\alpha$  在  $\pi$

$-\text{tg}^{-1}(\cos\theta/\text{tg}\varphi)$  和  $\text{tg}^{-1}(\text{tg}\varphi/\cos\theta)$  附近, 此时入射波  $oz$  方向的偏振分量  $I_z$  为零; 而在文献[6]中也发现当  $I_z$  为零时, 衍射光的偏振态异常.

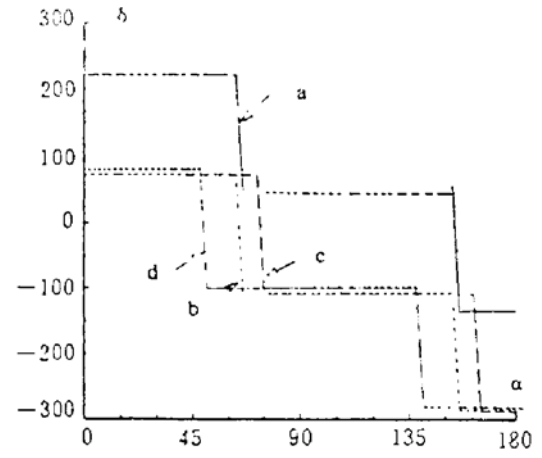
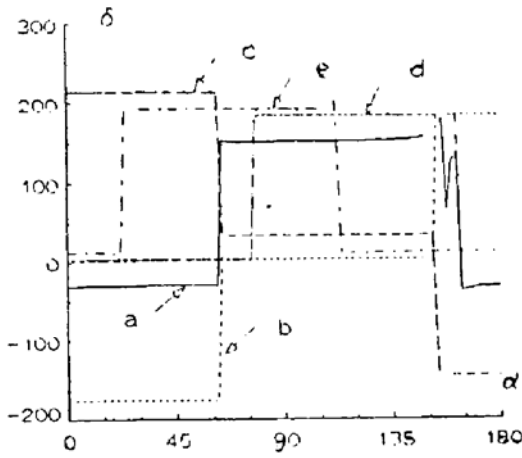


Fig. 7 The 1 st order diffraction phase  $\delta$  of the sinusoidal profile grating versus the incident polarization direction  $\alpha$ .

Fig. 8 The 1 st order diffraction phase  $\delta$  of the semi-elliptic profile grating versus the incident polarization direction  $\alpha$ .

- a)  $\lambda = 0.9, h = 0.6, \theta = 30^\circ, \phi = 60^\circ$
- b)  $\lambda = 0.9, h = 0.5, \theta = 30^\circ, \phi = 60^\circ$
- c)  $\lambda = 0.9, h = 0.5, \theta = 30^\circ, \phi = 60^\circ$
- d)  $\lambda = 0.9, h = 0.5, \theta = 70^\circ, \phi = 60^\circ$
- e)  $\lambda = 0.9, h = 0.5, \theta = 30^\circ, \phi = 20^\circ$

- a)  $\lambda = 0.7, h = 0.5, r = 0.35, \theta = 30^\circ, \phi = 60^\circ$
- b)  $\lambda = 0.9, h = 0.5, r = 0.35, \theta = 30^\circ, \phi = 60^\circ$
- c)  $\lambda = 1.1, h = 0.5, r = 0.35, \theta = 60^\circ, \phi = 60^\circ$
- d)  $\lambda = 0.9, h = 0.5, r = 0.35, \theta = 60^\circ, \phi = 30^\circ$

图 9 表示在不同的入射角度  $\theta$  和不同的偏振态情况下, 正弦槽光栅的 -1 级衍射光的偏振特性  $\delta$  随光栅槽深  $h$  的变化情况.

图 10 表示在不同的入射角度  $\varphi$  和不同的偏振态情况下, 正弦槽光栅的 -1 级衍射光的偏振特性  $\delta$  随入射角度  $\theta$  的变化情况.

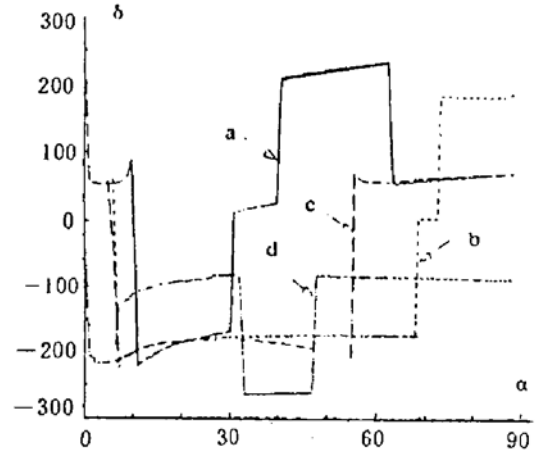
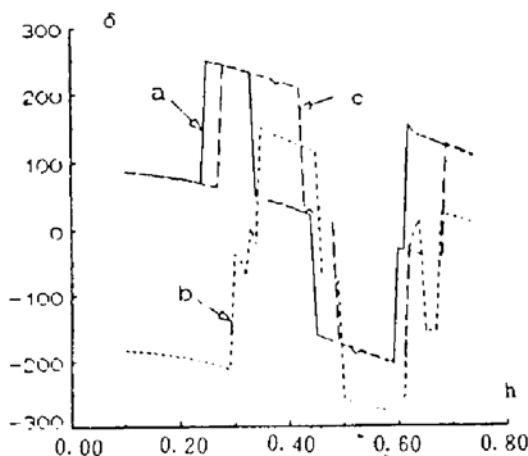


Fig. 9 The 1 st order diffraction phase  $\delta$  of the sinusoidal profile grating versus the grating depth  $h$ .

Fig. 10 The 1 st order diffraction phase  $\delta$  of the sinusoidal profile grating versus the incident direction  $\theta$ .

- a)  $\lambda = 0.9, \theta = 30^\circ, \phi = 60^\circ, \alpha = 30^\circ$
- b)  $\lambda = 0.9, \theta = 30^\circ, \phi = 60^\circ$ , circular polarization wave incident
- c)  $\lambda = 0.9, \theta = 60^\circ, \phi = 60^\circ, \alpha = 30^\circ$

- a)  $\lambda = 0.9, h = 0.5, \phi = 30^\circ, \alpha = 20^\circ$
- b)  $\lambda = 0.9, h = 0.5, \phi = 60^\circ, \alpha = 20^\circ$
- c)  $\lambda = 0.9, h = 0.5, \phi = 80^\circ, \alpha = 20^\circ$
- d)  $\lambda = 0.9, h = 0.5, \phi = 60^\circ$ , circular polarization wave incident

从这两图中可以看出, 偏振特性  $\delta$  仅在某些偏振角度  $\alpha$  值处发生突变, 而在其它  $\alpha$  值处变化很小; 偏振特性  $\delta$  与入射光的入射角度、偏振态是密切相关的。

### 3 结 论

经过数值计算表明, 在任意入射方向和偏振态的情况下, 采用电磁场的矢量模式理论, 能够较为简捷、直观地处理任意槽形的理想导体金属光栅的衍射问题。另外, 通过计算可以看出, 光栅衍射场的分布不仅受到入射波的波长、入射的角度及入射波的偏振态的影响, 而且还受到光栅结构参数(光栅常数、槽宽、槽深等)的影响。

### 参 考 文 献

- [1] 林维德, 庄松林, 周学松等, 金属光栅的矢量模式理论. 光学学报, 1993, 13(2): 170~174
- [2] R. Petit, *Electromagnetic Theory of Gratings*. Berlin, Heidelberg, New York, Springer-Verlag, 1980
- [3] J. R. Andrewartha, G. H. Derrick, R. C. Mcphedran, A general modal theory for reflection gratings. *Optica Acta*, 1981, 28(11): 1501~1516
- [4] L. Mashev, E. Popov, Anomalies of metallic diffraction gratings. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1989, 6(10): 1561~1567
- [5] 杨宝成, 庄松林, 周学松等, 矩形槽光栅的矢量模式理论. 光学学报, 1989, 9(3): 270~277
- [6] 严 瑗, 朱文勇, 陈 晖等, 矩形槽光栅矢量模式理论的数值计算. 光学学报, 1993, 13(5), (to be published)
- [7] 林维德, 庄松林, 周学松, 对称型闪耀光栅的矢量模态理论. 光学学报, 1991, 11(7): 624~629

## The Numerical Calculation of the Vector Modal Theory for Any Shape Profile Metallic Grating

Zhu Wenyong    Zheng Yida    Chen Hui    Gao Jing    Yan Yuan

(Department of Applied Physics Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

Jiang Rongxi    Xie Pinhua

(Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031)

(Received 15 April 1993)

**Abstract** According to the vector modal theory for any shape profile metallic grating, the diffraction fields are studied numerically. For the sinusoidal profiles and the semi-elliptic profile grating, the distribution of diffraction efficiency and polarization with arbitrary incident direction and polarization are given. The effect of grating structure parameters(period, width and depth) on the diffraction field is also investigated.

**Key words** diffraction, metallic grating, vector modal theory.