

# 二元微透镜的位相平衡设计及 叠加积分衍射分析\*

夏向亮 杨国光

(浙江大学国家现代光学仪器实验室, 杭州 310027)

**摘 要** 本文用位相平衡设计法设计了优化的二元光学微透镜, 这是对 Dammann 阶梯波带片设计方法的一种改进. 文中用叠加积分作了二元微透镜的衍射分析, 并与 Dammann 法作了比较, 计算结果说明本方法的衍射效率及象质都优于 Dammann 法. 且能设计更大相对口径 ( $D/f$ ). 具有任意物象距的二元微透镜.

**关键词** 二元光学, 波带片.

## 1 概 述

随着近代大规模集成电路制造技术的发展, 其线条能达到亚微米级的分辨率, 使二元器件直接用于光学透镜成为可能. 近几年美国麻省理工学院的林肯实验室及海军武器中心, 已做了大量研究, 做出了微透镜列阵及象差校正器件, 并有相当不错的性能<sup>[1~2]</sup>.

本文提出位相平衡设计法, 而不用传统的抛物面近似设计法, 根据基尔霍夫衍射理论用叠加积分法计算了本设计法的衍射效率及象质, 并与 Dammann 阶梯波带片作了比较, 计算了一系列结果, 证明 Dammann 波带片只有在接近平行光入射及相对口径较小时, 才能接近本方法设计的结果, 当在大口径或有限物距时, 性能明显低于本设计法的设计结果.

## 2 设计理论

Dammann 早在 60 年代末就提出多阶梯光栅调制位相面的方法<sup>[3]</sup>, 输出波面为量化的理想波面. Dammann 用傅里叶光学的方法推导出二元器件结构及其衍射效率分析.

Dammann 阶梯波带片的理论透过率  $t$  仅与波带片半径  $r$  有关; 当焦距为  $f$ 、阶梯数为  $n$  时,

$$t(r) = \tau\left(\frac{r^2}{2f}\right) \text{ 且 } \tau\left(\frac{r^2}{2f} + l\lambda\right) = \tau\left(\frac{r^2}{2f}\right) \quad (1)$$

当  $x = r^2/2\lambda f$ , 推导出  $n$  阶波带片的结构为:

$$\tau(\lambda x) = \exp\{-i\phi(x)\}, \quad \phi(x) = \frac{j^{1/2}}{n}2\pi, \quad j-1 \leq xn \leq j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

收稿日期: 1992 年 11 月 30 日; 收到修改稿日期: 1993 年 5 月 19 日

\* 国家教委博士点基金资助项目.

并从傅里叶光学理论推导出衍射效率公式：

$$L_{rm} = \begin{cases} \left[ \frac{\sin c(1/n)}{m} \right]^2 & (m-1)/n \text{ 为整数} \\ 0 & (m-1)/n \text{ 不为整数} \end{cases} \quad (3)$$

$m$  为衍射级次,  $L_{r1}$  即为衍射效率. 本文提出的位相平衡设计法是以球面波为基础设计二元透镜, 并用叠加积分法计算衍射分布. 如图 1 所示, 入射于二元器件表面的波面为从 0 点出射的球面波, 根据球面波定义, 从 0 点传播到二元器件面 B 的球面波位相面方程为

$$(x + r_1)^2 + y^2 = r_1^2$$

经二元器件后为会聚于点 I 的球面波其位相面方程为

$$(x - r_2)^2 + y^2 = r_2^2$$

这两个波面存在的位相差, 是由二元器件平衡. 这就是位相平衡设计法. 如图 1 所示, 当  $y = a$  时两波面的光程差为:

$$\Delta = \sqrt{r_1^2 + a^2} + \sqrt{r_2^2 + a^2} - r_1 - r_2 \quad (4)$$

设  $\Delta_2 = [(\Delta + r_1 + r_2)^2 - r_1^2 - r_2^2]/2$ , 可得:

$$a = \sqrt{\frac{(\Delta_2^2 - r_1^2 r_2^2)}{2\Delta_2 + r_1^2 + r_2^2}} \quad (5)$$

对于  $n$  阶二元器件, 每阶对应位相变化为  $(2\pi/n)$ , 第  $k$  个环带对应位相差  $(2k\pi/n)$  此处二元器件位相位  $\phi_k$  和对应半径  $a_k$  分别为:

$$\phi_k = 2\pi \left[ 1 - \left( \frac{k}{n} \right) - (int) \left( \frac{k}{n} \right) \right], \quad a_k = f(\Delta k) = f \left[ \frac{2k+1}{2n} \lambda \right] \quad (6)$$

从(6)式可得到一组位相平衡二元透镜的参数, 图 2 即用此方法设计的二元透镜的示意图. 图 2 中二元透镜参数为  $r_1 = \infty$ , 口径  $D = 200 \mu\text{m}$ ,  $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$  阶数  $N = 8$ .

位相平衡法设计的二元透镜, 避免了各种近似. 目前许多二元光学设计方法都受到傅里叶光学近似的限制. 由于二元器件结构小, 相对口径大, 设计焦距短, 傅里叶光学中忽略基尔霍夫衍射公式中多次项的算法不再能满足二元光学的要求. 八十年代末九十年代的国外文献中有关大量的二元器件设计方法, 如直接搜索法<sup>[3]</sup>、迭代法<sup>[4]</sup>等, 这些算法虽有完美的迭代理论, 但每次迭代计算衍射分布都用傅里叶衍射近似理论进行分析,

在二元光学校细微的结构下, 就必然产生误差, 使实验结果低于设计结论达到的衍射效率. 文献[3]中用设计 Dammann 光栅的方法设计了二元微透镜阵列扫描器, 衍射效率只达到 60%, 而且文献中所述制造精度很高, 离设计所能达到的 90% 相差太大, 这很大的因素就是设计理论误差造成的, 位相平衡设计的透镜及以下介绍的叠加积分衍射分析能使实验结果与理论差缩小, 用叠加积分衍射分析得到较高的衍射效率的设计, 实验中已能有较好的结果. 而文献[3]中用傅里叶光学设计分析两者出入就很大. 叠加积分衍射分析虽仍是基于衍射基本理论

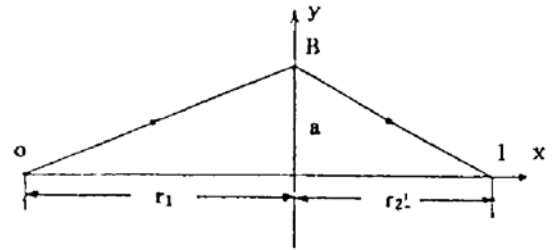


Fig. 1 The phase balance design method

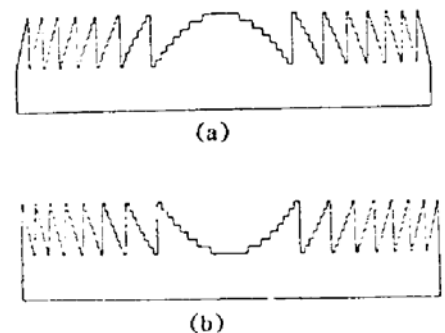


Fig. 2 The binary optical microlens

设计的,但其在光学分析中未作近似的应用,国内外还未见先例,而二元光学高精度的设计要求,就不能用近似理论.

### 3 叠加积分衍射分析

根据瑞利-索末菲衍射式<sup>[5]</sup>:

$$U(p_0) = \frac{1}{j\lambda} \iint_s U(p_1) \frac{\exp(jkr_{01})}{r_{01}} \cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}_{01}) ds. \tag{7}$$

如图 3 所示,0 点坐标为 (0, h, 0), 象点 I 坐标为 (x<sub>i</sub>, h<sub>i</sub>, d + i), 二元器件面 B 点坐标为 (r sin θ, r cos θ, d)

$$\begin{aligned} r_{01} &= \sqrt{d^2 + h^2 + r^2 - 2rh \cos \theta}, & r_{i2} &= \sqrt{i^2 + (r \cos \theta - h_i)^2 + (r \sin \theta - x_i)^2}, \\ \cos(\mathbf{r}_{01}, \mathbf{r}_{i2}) &= \frac{r_{01}^2 + r_{i2}^2 - [(d+i)^2 + (h-h_i)^2 + x_i^2]}{2 r_{01} r_{i2}}. \end{aligned} \tag{8}$$

若从 0 点发出的球面波传播距离 d 时振幅为 1, 位相值为 0, 那么传播到 B 点处的复振幅及位相值分别为  $A_{xy} = d/r_{01}$ ,  $P_{xy} = 2\pi r_{01}/\lambda$ . 忽略二元器件面非位相调节的厚度, 透过二元器件面的位相值为:  $P'_{xy} = P_{xy} + \phi_B$  传播到象点 I 的振幅 A 和位相 P 分别为:

$$A = \frac{d}{r_{01} r_{i2}}, \quad P = P'_{xy} + [(r_{i2}/\lambda)2\pi]. \tag{9}$$

象点 I 处的复振幅为各积分块强度贡献的矢量和, 即

$$U(I) = \sum_{r=0}^a \sum_{\theta=0}^{2\pi} \frac{1}{i\lambda} A e^{iP} \cos(\mathbf{r}_{01}, \mathbf{r}_{i2}) r A r A \theta. \tag{10}$$

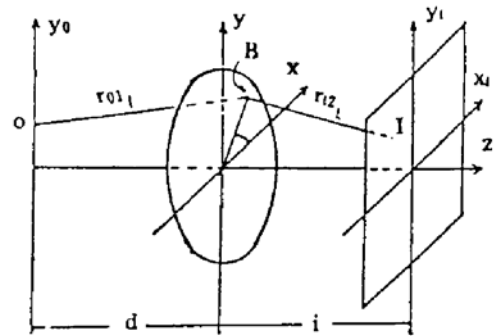


Fig. 3 The accumulating diffractive analysis

象面上复振幅分布由取不同的 I 点得到一个衍射波面. 并由此波面各处的强度及面积的乘积, 计算其衍射效率.

### 4 衍射分析与比较

根据(10)式, 取  $A\theta = 3^\circ$ ,  $A_r$  产生的最大位相差为  $(\lambda/64)$ , 从本文第五部分的分析可知这样的精度是可靠的. 以下为位相平衡透镜的结果分析.

Table 1 The diffractive distribution of different steps when parallel light vertical incident ( $D = 200 \mu\text{m}$ ,  $f = 1 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ )

N	Main maximum		The first minimum				$\eta$
	A	I	A	I	Site( $\mu\text{m}$ )	Theory( $\mu\text{m}$ )	
4	44.78	2005	0.036	0.001	3.875	3.86	81.32%
8	48.53	2355	0.041	0.0016	3.88	3.86	95.65%
16	49.52	2453	0.016	$2.5 \times 10^{-1}$	3.885	3.86	99.71%
$\infty$	49.62	2462	0.00	0	3.885	3.86	100%

“A”、“I” stand for amplitude and intensity respectively “ $\eta$ ” stand for diffraction efficiency “N” stand for the number of level

从表 1 中可以看出,阶数越多主峰所占总能量值也越大,但主衍射峰的半径几乎相同,最小值近乎为“0”但阶数越少,次峰越高,具体衍射图见图 4,其与理想的相差无几,像质是好的.

Table 2 The diffractive distribution of various angle parauel incident  
( $D = 200 \mu\text{m}$ ,  $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ ,  $f = 1 \text{ mm}$ ,  $N = 16$ )

Angle (rad)	Main maximum		The first minimum		Image radius ( $\mu\text{m}$ )	$\eta$
	$A$	$I$	$A$	$I$		
0.00	49.52	2452.6	0.016	$2.56 \times 10^{-4}$	3.89	99.71%
0.02	49.46	2446.3	0.60	0.36	3.90	99.66%
0.04	49.29	2429.5	0.65	0.42	3.90	99.46%
0.06	48.96	2397.1	1.75	3.06	3.90	99.11%
0.08	48.40	2342.6	3.12	9.73	3.90	98.83%
0.10	47.52	2258.2	4.49	20.2	3.90	98.66%

The diffraction efficiency is for reference only. The symbols see table 1.

表 2 是这种微透镜对轴外平行光成像的情况,对轴外点只计算了子午面上的衍射分布,其衍射效率仅作参考.图 5 即各角度衍射分布图.

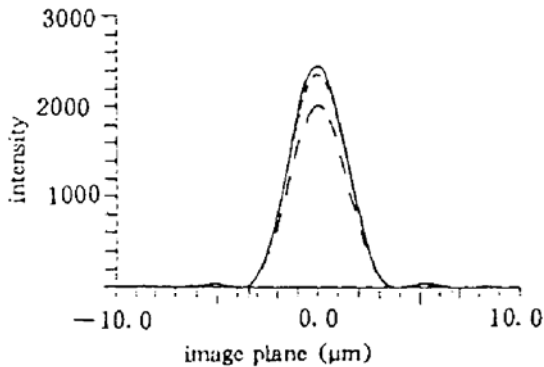


Fig. 4  $D = 200$ ;  $f = 1 \text{ mm}$ ; incident angle: 0.00; object distance: infinitive; The solid line is: 16-level short dashed line: 8-level; lang dashed line: 4-level; The 64-level is a dashed line which overlapping with 16-level's

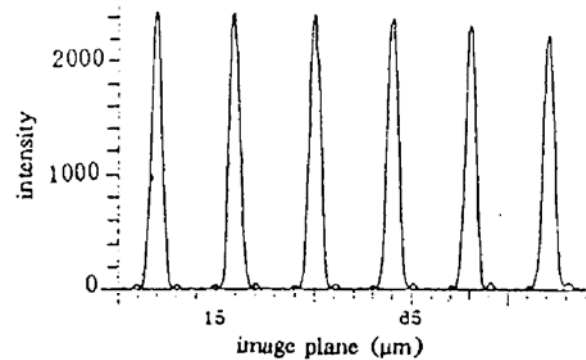


Fig. 5 The curve is a 16-level binary len's diffraction attribution graph. The ray is parrail incident, and incident angle is 0, 0.02, 0.04, 0.06, 0.08, 0.1 rad respectively

当扫描角 0.02 rad 时,其第一极小位置与平行入射时几乎相等,仅是主极大有所下降第一极小增大,衍射效率下降.关于分辨率,显然阶数多的比阶数少的高,轴上的比轴外高,但用传统的瑞利准则及人眼极限分辨率的观点来看,都无法区分,所以对二元器件分辨率应在理论及实践中总结出另一套评价系统.

从表 3 可知,位相平衡二元透镜在有限物距时像质仍然很好,衍射效率也无下降.表 4 中虽然相对口径增大,但位相平衡二元透镜的衍射效率及成像质量依然很好.

Table 3 The diffractive distribution of various object distance incident object is on the axis ( $D = 200 \mu\text{m}$ ,  $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ ,  $f = 1 \text{ mm}$ ,  $N = 16$ )

0	N	Main maximum		The first minimum				$\eta$
		A	I	A	I	Site( $\mu\text{m}$ )	Theory( $\mu\text{m}$ )	
500	16	49.42	2442.3	0.26	0.07	3.9	3.9	99.71%
500	8	48.43	2345.5	0.24	0.06	3.9	3.9	95.65%
50	8	47.56	2261.9	0.20	0.04	3.935	3.937	95.59%

"0" stand for object distance, else symbol see table 1.

Table 4 The diffractive distribution of various diameter of parallel light vetical incident ( $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ ,  $f = 1 \text{ mm}$ ,  $N = 8$ )

D ( $\mu\text{m}$ )	main maximum		The first minimum				$\eta$
	A	I	A	I	Site( $\mu\text{m}$ )	Theory( $\mu\text{m}$ )	
200	48.5	2355.2	0.041	0.002	3.88	3.86	95.65%
300	108.2	11707	0.033	0.001	2.60	2.57	94.84%
400	190.4	36252	0.038	0.001	1.96	1.93	94.14%

the symbol see table 1

#### 4.2 两种设计法衍射结果的比较

从(3)式中可以算出 Dammann 阶梯波带片的衍射效率为:8 阶梯时,  $\eta = 94.9\%$ ;16 阶时,  $\eta = 98.7\%$ . 但此公式推导用到了近似理论,因此两种结果(即计算结果与理论结果)是会有点不同的. 当用(1)式(2)式设计了 Dammann 阶梯波带片,并用叠加积分法作了计算. 可以发现,只有在近轴平行光入射时,其衍射效率才能与本文设计的接近,当相对口径增大及近距离时,差距明显增加. 以下表 5、6 是用叠加积分法对两种结构设计的衍射结果比较. 两种结构在各种情况下的衍射比较见图 6,7,8.

Table 5 The comparison of two kind of binary len' s diffractive distribution ( $D = 200 \mu\text{m}$ ,  $f = 1 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ )

0 (mm)	N	S	Main maximum		The first minimum			$\eta$
			A	I	A	I	Radius( $\mu\text{m}$ )	
$\infty$	8	B	48.53	2355.2	0.04	0.0016	3.88	95.65%
		D	48.50	2352.3	0.66	0.43	3.90	95.53%
$\infty$	16	B	49.52	2452.6	0.016	$2.6 \times 10^{-4}$	3.88	99.71%
		D	49.28	2428.5	0.19	0.04	3.90	99.57%
50	8	B	47.56	2262.0	0.20	0.04	4.00	95.59%
		D	46.72	2182.8	4.55	20.7	4.00	91.70%

"S" stand for various deviced structure "B" stand for phase balance deviced binary len, "D" stand for Dammann zone plate, else suymbol table2

Table 6 The comparison of two kinds of binary len' s diffractive distribution when  $D/f$  is increased  
( $f = 1 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 0.6328 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $N = 8$ ,  $\theta = \infty$ , verticle incident)

Diameter ( $\mu\text{m}$ )	$S$	Main maximum		The first minimum			$\eta$
		$A$	$I$	$A$	$I$	Radius( $\mu\text{m}$ )	
300	$B$	108.17	11701	0.033	0.001	2.60	94.80
	$D$	106.31	11302	6.667	44.45	2.60	92.96%
400	$B$	190.43	36264	0.038	0.001	1.96	94.14%
	$D$	160.22	25670	have not	have not		77.80%

The Dammann len' s first minimum amplitude value is inundated by noise, other symbols see table 2,5.

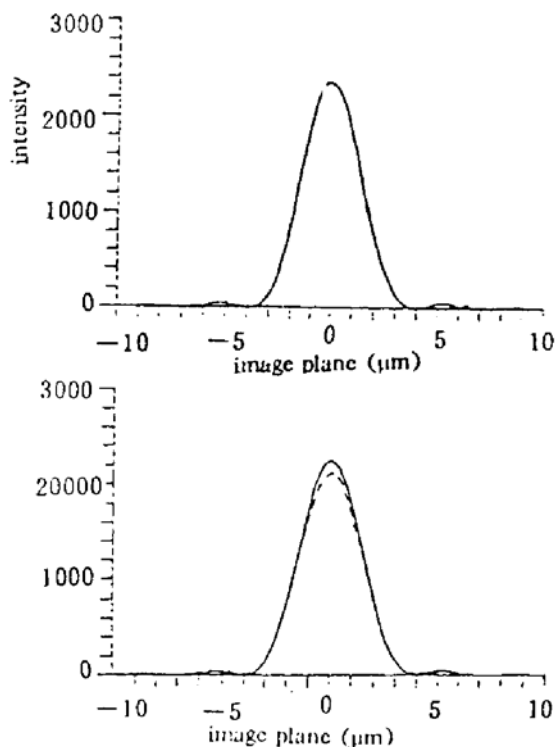


Fig. 7  $D = 200 \text{ }\mu\text{m}$ ;  $f = 1 \text{ mm}$ ; object distance: 50 mm, 8-level; obj-high = 0; Solid line is designed binary lens' s dashed line is Gammann len' s

Fig. 6  $D = 200 \text{ }\mu\text{m}$ ;  $f = 1 \text{ mm}$ ; object distance; infinitive 8-level; incident angle: 0; solid line; designed binary len' s; dashed line is Dammann len' s

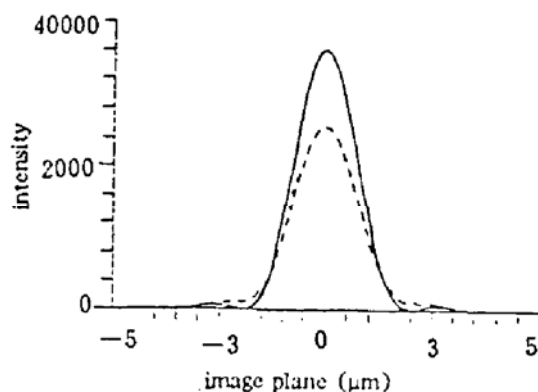


Fig. 8  $D = 400 \text{ }\mu\text{m}$ ;  $f = 1 \text{ mm}$ ; object distance: infinitive 8-level; incident angle: 0; Solid line; designed binary len' s; dashed line is Dammann len' s

从以上衍射分析比较可知,位相平衡二元透镜优于 Dammann 位相波带片设计,本文的设计方法是更优的.

## 5 讨论及结论

### 5.1 讨论

本文用叠加积分法计算衍射分布时,是由一小块面积的中点位相及光强近似积分,其存在的计算误差可粗略分析如下:

由于每一组分角为  $3^\circ$ ,对于  $200 \text{ }\mu\text{m}$  直径的二元透镜最大线误差  $\Delta d = [(3\pi)/180]100 =$

5.24 ( $\mu\text{m}$ ) 当  $0 = \infty$ , 像距 = 1 mm = 1000  $\mu\text{m}$ , 对应最大光程差  $\Delta_{\text{max}} = \sqrt{1000^2 + 100^2 + (\Delta d/2)^2} - \sqrt{1000^2 + 100^2} = 0.0034$  ( $\mu\text{m}$ ). 对应最大位相差  $\Delta\phi_{\theta\text{max}} = (2\pi\Delta_{\text{max}})/\lambda = 0.0108\pi$ . 在半径方向, 每个  $2\pi$  环带分为  $32/N$  个圆环积分, 因此最大位相差  $\Delta\phi_{r\text{max}} = (2\pi)/64 = 0.0312\pi$ ;  $\Delta\phi_{\text{总max}} = \sqrt{(0.0108\pi)^2 + (0.0312\pi)^2} = 0.032\pi$ . 因此最大误差:  $\Delta_{\text{max}} = 1 - \cos(\Delta\phi_{\text{总}}) = 0.53\%$

由于叠加积分误差是随机的, 误差由各小块误差叠加产生, 较精确的误差分析应为各小块误差的均方差值, 本文是用最大误差估计. 半径小时,  $\Delta d$  也小,  $\Delta\phi$  也小, 因此总误差大大小于本文估算的误差.

## 5.2 结 论

本文设计的位相平衡二元透镜优于 Dammann 法的二元透镜, 本方法能设计较大相对口径, 具有任意物距的二元透镜, 本文推导的叠加积分衍射分析法, 具有很高的精度.

## 参 考 文 献

- [1] William Goltsov, Michael Holz, Agile beam steering using binary optics microlens arrays. *Opt Eng.*, 1990, 29 (11): 1392
- [2] D. W. Rick, S. M. Botelet, Aberration reduction using binary optics. *Proc. SPIE*, 1990, 1211: 79
- [3] Brian K. Jennison, Jan P. Allebach, Direct binary search computer-generated holograms; an accelerated design technique and measurement of wavefront quality. *Proc. SPIE*, 1989, 1052: 2
- [4] Jan. P. Allebach, Iterative approaches to computer generated holography. *Proc. SPIE*, 1988, 884: 2
- [5] J. W. 顾德曼, 傅里叶光学导论. 北京 科学出版社, (1979)

## The Phase Balance Design Method for Binary Lens and Accumulating Diffractive Analysis

Xia Xiangliang      Yang Guoguang

(National Laboratory of Modern Optical Instructure Zhejiang University, Hangzhou 310027)

(Received 30 November 1992; revised 19 May 1993)

**Abstract** An optimized Binary Optical Microlens (BOML) is designed using phase balance design method, this is an improvement on the design of Dammann's step zone plate. The accumulating integral method is used to analyse the BOML's diffractive result, and compared with Dammann's zone plate. The calculated results demonstrate that the efficiency and image quality of this BOML are better than Dammann's. The advantage of this method is that it can design the BOML with large D/F and arbitrary object and image distance.

**Key words** binary optics, zone plate.