

相干光反馈系统模拟解泊松方程

缪 源 冯壁华 曹伶华 张丕林 薛 晖

(南京大学物理系, 南京 210008)

摘 要 本文利用相干光反馈系统成功地实现了光学方法获取泊松方程的模拟解, 其解函数能以图像的形式实时显示. 它展示了相干光反馈系统的广泛应用前景.

关键词 相干光反馈, 泊松方程.

1 引 言

1975年以后 Lee 等人对光反馈开始进行系统的研究, 把相干光学反馈系统(CFS)应用于光学信息处理中. 计算机科学飞速发展, 许多理论上无法求解的方程, 可以利用大中型计算机系统来完成. 但是计算机解方程时多次迭代, 重复运算占用较多的机时. 本文通过一套相干光学反馈系统来完成, 得到的解以图像的形式实时显示, 解函数直观性强.

2 基本原理和实验方法

设计了一套共焦法布里-珀罗干涉仪 (直径 $\phi = 95 \text{ mm}$, 曲率半径 $R = 1120 \text{ mm}$) 作为光学反馈系统, 其原理和总光路系统如图 1 所示. M_1, M_2 为二块球凹面镜, 曲率半径为 $R + \varepsilon$, ($\varepsilon \ll R$), 这样 M_1, M_2 的对称平面 P 同时为 M_1, M_2 的前后焦平面. 设 M_1, M_2 的反射系数为 r , 透射系数为 t ($r^2 + t^2 \approx 1$).

滤波器 \bar{f}, \bar{g} 其玻璃载体的透射率为 t_f , 当一束平行光如图 1 所示照射在 $a_i(x, y)$ 上以 θ

角度进入干涉仪时, 从 A 进入系统, 在 C 处和 E 处经二次反射 (进行傅里叶变换) 达到 G 处. M_2 将光分为二束, 一部份透射输出, 另一部份反射后回到 A 处经 M_1 反射与输入光迭加成为反馈光重新进入反馈系统. 滤波器放置在频谱面 (P 平面) 的焦点 D, H 处. 光路系统成立:

$$\bar{a}_i(u, v) t_f^2 r^2 \bar{f}(u, v) t_f + \bar{a}_0(u, v) r^4 \bar{f}(u, v) \bar{g}(u, v) t_f^2 e^{i\theta} = \bar{a}_0(u, v) \quad (1)$$

光学传递函数.

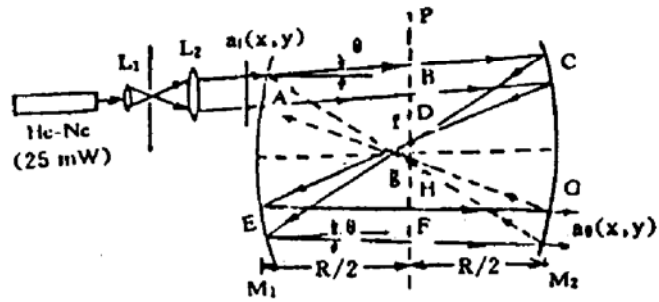


Fig. 1 The confocal Fabry-Perot interferometer with spatial filters \bar{f} in the forward path and \bar{g} in the feedback

收稿日期: 1992年12月30日, 收到修改稿日期: 1993年3月5日.

* 国家自然科学基金项目.

$$\bar{h}(u, v) = \frac{\bar{a}_0(u, v)}{\bar{a}_1(u, v)} = \frac{t^2 r^2 t_c \bar{f}(u, v)}{1 - r^4 t_c^2 \bar{f}(u, v) \bar{g}(u, v) e^{i\beta}} = \frac{v \bar{f}(u, v)}{1 - t_c \bar{f}(u, v) \bar{g}(u, v) e^{i\beta}}$$

式中 $\bar{a}_0(u, v)$, $\bar{a}_1(u, v)$ 分别是 $a_0(x, y)$, $a_1(x, y)$ 的傅里叶变换, β 为反馈光的位相延迟. $v = t^2 r^2 t_c$, $t_c = t_c^2 r^4$. 如果将一束平行光以角度 θ 入射进入系统, 这时可以在出射窗口 S 处观察到一组细密的干涉条纹, 这是由于 $d_{\mu_1, \mu_2} \neq R$, 系统没有共焦引起的, 应该调节系统使处于谐振状态.

考虑无限大平面内的泊松方程

$$\frac{\partial^2 \phi(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi(x, y)}{\partial y^2} = -\rho(x, y)$$

上式进行傅里叶变换, 并求解可得

$$\bar{\phi}(u, v) = \frac{\bar{\rho}(u, v)}{u^2 + v^2} \quad (2)$$

(2)式分母是二次和式, 它可以是复函数的形式. 由于

$$\bar{a}_0(u, v) = \bar{h} \bar{a}_1(u, v), \quad \bar{h}(u, v) = v \bar{f}(u, v) / [1 - t_c \bar{f}(u, v) \bar{g}(u, v) e^{i\beta}] \quad (3)$$

式中 $\bar{a}_1(u, v)$ 和 $\bar{a}_0(u, v)$ 分别为相干光学反馈系统输入和输出光振幅的傅里叶变换. 很显然如果

$$\bar{h}(u, v) \propto 1/(u^2 + v^2) \quad (4)$$

并且 $\bar{a}_1(x, y) \propto \rho(x, y)$, 那么 $a_0(x, y) \propto \phi(x, y)$, 也就是说相干光学反馈系统的输出是泊松方程的解. 因此只要适当地选择滤波器 $\bar{f}(u, v)$, $\bar{g}(u, v)$ 及 β 值, 使 \bar{h} 满足(4)式, 以 $\rho(x, y)$ 作为相干光学反馈系统的入射光波, 则光学模拟解 $\phi(x, y)$ 可得到.

3 滤波器的实现和光学方法模拟解泊松方程的具体应用

为使 \bar{h} 满足(4)式可简单地选取滤波函数 $\bar{f}(u, v)$, $\bar{g}(u, v)$ 和 β

$$\text{当 } u^2 + v^2 \geq 1, \quad \bar{f}(u, v) = \frac{1}{u^2 + v^2}, \quad \bar{g}(u, v) = 0, \quad \beta = 0 \quad (5)$$

$$\text{当 } u^2 + v^2 < 1, \quad \bar{f}(u, v) = 1, \quad \bar{g}(u, v) = 1 - (u^2 + v^2), \quad \beta = 0$$

这样选取的 \bar{f} 和 \bar{g} 位相恒为零, 作为滤波器它们仅改变透射光的振幅而不改变其位相. (5)式给定的实值函数 $\bar{f}(u, v)$ 和 $\bar{g}(u, v)$ 是绕中心轴的两个旋转曲面, 其形状如图 2 所示:

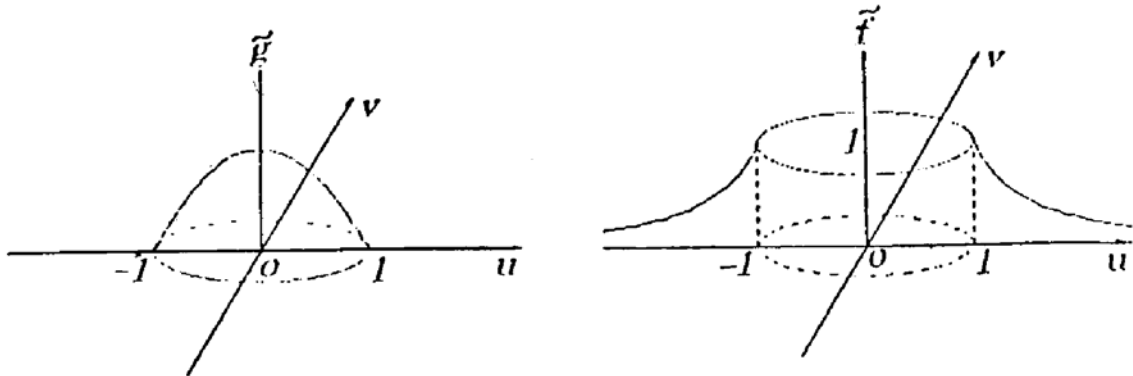


Fig. 2 (a) Real valued function $\bar{f}(u, v)$; (b) Real valued function $\bar{g}(u, v)$

本文用计算机制作了(5)式给定滤波器 $\bar{f}(u, v)$ 和 $\bar{g}(u, v)$, 为了得到滤波函数(实值函数) \bar{f} 和 \bar{g} 近似为连续变化的透射率, 考虑通常传真相片由许多“麻点”组成不同的灰阶层次, 振幅型



Fig. 3 Spatial filters for the solution of poisson's equation : (left) \bar{g} and (right) \bar{f}

灰阶计算全息图也是如此,采用类似的方法在计算机上绘制出许多全黑或全白的小方点,利用由小方点的密度分布来决定不同的灰阶等级,为避免小方点的有序排列带来的不利影响,所以利用计算机的随机函数进行作图,绘图用 IBM/PC 机及 SPL-45 型绘图仪,采用超微粒干板缩版后每小方点的边长为 0.01 mm. 图 3 为求解泊松方程的滤波器的图形 \bar{f} 及 \bar{g} .

把滤波器插入如图 1 所示的系统中建立光路,在相干光学反馈系统的入射窗前插入 $\rho(x, y)$ 的透时干板,并使系统的 $\beta = 0$,在系统出射窗口上便得到该方程的模拟解 $\phi(x, y)$. 图 4(a) 为相干光学反馈系统的输入光波 $\rho(x, y)$, 图 4(b) 为泊松方程的模拟解 $\phi(x, y)$.

因为静电场的电场强度是无旋的,因而存在电势,静电场的电势中应当满足泊松方程,也就是说在上述相干光学反馈系统的入射窗前插入的 $\rho(x, y)$ 为电荷密度分布函数的话,则在系统出射窗口上得到该方程的模拟解 $\phi(x, y)$ 便是电场中相应的电势.

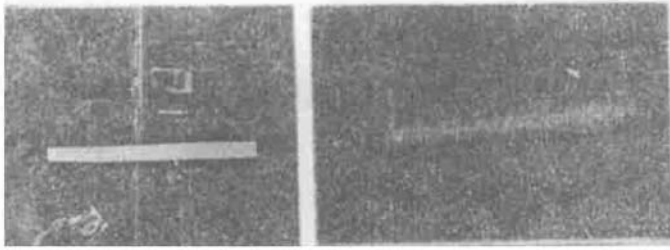


Fig. 4 (a) Optical input $\rho(x, y)$;
(b) Optical output representing analog solution $\phi(x, y)$ of Poisson's equation

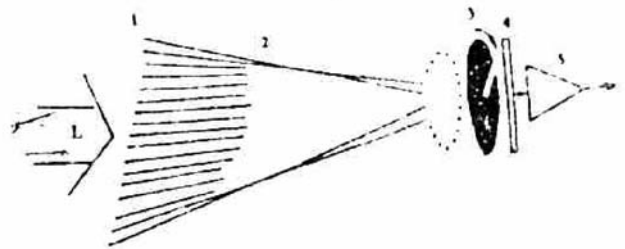


Fig. 5 Spatial-time sequence transform unit
L -- Light beam; 1 -- Light beam collector; 2 -- Fibre light guide; 3 -- Rotation stop; 4 -- Photoelectric devices; 5 -- Photocurrent amplifier

4 两种不同方法的某些结果

为了研究输出结果,采用光纤技术研制了一种能显示相对光强分布曲线的方法,其关键是空-时序的转换器,如图 5 所示.当光信号照射在采光窗上时,通过空-时序转换器把相对光强按空间位置变化的函数变为按时间变化的函数,并变成与光强成线性关系的光电流,经光电流放大器送示波器显示.因为该方法采用 50 Hz 的高速光扫描,同时设置了同步脉冲和扫描标志线发生器,所以用示波器能实时观察到稳定、清晰、连续的相对光强分布曲线.并采用表示采光窗扫描起点和终点的标志信号兼作同步脉冲,采用该方法光电灵敏度 $7 \text{ nA/mm}^2 \cdot \text{Lux}$, 信噪比 $> 40 \text{ dB}$, 通过空-时序转换器使泊松方程解函数的图像变成 $\phi/\phi_0 \sim y$ 曲线(中心剖面处的),如图 6 所示.

为了在计算机上求解泊松方程,可以采用 5 点差分格式进行数值近似,用序列张弛法进行多次迭代,要求第 $\nu + 1$ 步 $\phi_i^{(\nu+1)}$ 比第 ν 步 $\phi_i^{(\nu)}$ 更接近真实值 ϕ_i , 如此反复下去,直到所要求的精度为止.(本次计算中要求差值 $\leq 10^{-5}$).

泊松方程 $\xrightarrow{\text{(五点差分格式)}}$ 成线性代数方程组 $\xrightarrow[\text{(上机运算)}]{\text{(序列张弛法)}}$ 泊松方程数值解

在 VAX8530 机上用计算机绘出泊松方程解函数的中心剖面处的 $\phi/\phi_0 \sim y$ 曲线, 如图 7 所示. 从图 6 和图 7 的曲线可知: 用两种不同方法所得中心剖面处的曲线基本上一致的. 本文光学模拟解的图案与计算机数值解的图案相比较, 两者曲线峰值均方根差为 8%.

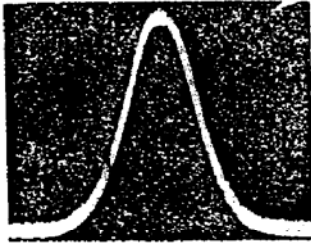


Fig. 6 $\phi/\phi_0 \sim y$ curve (representing optical analog solution by CFS)

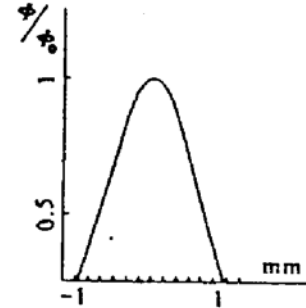


Fig. 7 $\phi/\phi_0 \sim y$ curve (representing numerical solution by computer)

结 论 上述光学方法与数值方法解泊松方程相比较, 其优点在于光学方法无需迭代, 从而有很高的速度, 且解函数以图像的形式实时输出, 直观性强. 所以若 $\rho(x, y)$ 为已知, 并且求解区域近似为无限平面, 则用光学方法是较好的. 但该方法所得的解函数精度较低, 这是相干光学反馈系统求解偏微分方程的主要缺点, 但对于一些要求较低的计算, 它是具有很好实用价值的. 总之对于这样一个二阶线性常系数偏微分方程(求解区域也可能为无限大平面), 只要适当地选择滤波器函数 \bar{f}, \bar{g} 及 β 值, 使 $\bar{h} \propto 1/\bar{p}(u, v)$, (其中 $\bar{p}(u, v)$ 是二次函数), 光学模拟解便可得到. 该方法展示了相干光学反馈系统的广泛应用前景.

在加工制作相干光学反馈系统时得到南京 3304 厂赵汉兴、郑祖吉两位工程师、冯达文总工程师的大力合作. 并对南京大学吴维瑛副教授、高文琦教授、蒯胜同志的热情帮助, 在此一并表示感谢.

参 考 文 献

- [1] D. P. Jablonowski, S. H. Lee, A coherent optical feedback system for optical information processing. *Appl. Phys.*, 1975, 8(1): 51~58
- [2] N. C. Gallagher, Real-time optical signal processors employing optical feedback: Amplitude and phase control. *Appl. Opt.*, 1976, 15(4): 882~885
- [3] E. Handler, U. Roder, Flexible bandpass filtering using a coherent optical feedback technique. *Appl. Phys.*, 1979, 18(16): 2787~2791
- [4] R. P. Akins, R. A. Athale, S. H. Lee, Feedback in analog and digital optical image processing: A review. *Opt. Eng.*, 1990, 19(3): 347~358
- [5] J. Cederguist, Confocal feedback systems with space variance time sampling and secondary feedback loops. *J. Opt. Soc. Am.*, 1981, 71(6): 643~650
- [6] S. H. Lee, Optical analog solutions of partial differential and integral equations. *Opt. Eng.*, 1985, 24(1): 41~47
- [7] 冯壁华, 彭志平, 黄宗华, 声光偏转、声光调制及其空-时序转换法测量, 南京大学学报, 1991, 27(3): 599~603

Analog Optical Solution of Poisson Equation Using Coherent Optical Feedback System

Miao Yuan Feng Bihua Cao Linghua Zhang Peilin Xue Hui

(Department of Physics, Nanjing University, Nanjing 210008)

(Received 30 December 1992; revised 5 March 1993)

Abstract In this paper the analog optical solutions of Poisson equation have been obtained by using coherent optical feedback system. The solution can be displayed by realtime imaging at a high speed. This is the important advantage of obtaining the solution by coherent optical analog methods over the digital methods, and the wide applications of coherent optical feedback system are indicated.

Key words coherent optical feedback, Poisson equation

第五届全国光学测试学术交流会在曲阜举行

第五届全国光学测试学术交流会于 1993 年 10 月 5 日~10 月 9 日在山东曲阜师范大学举行。会议由中国光学学会光学测试专业委员会主办,山东省激光会和曲阜师范大学激光研究所承办。

参加这次大会的 140 多名代表分别来自北京、上海、天津、陕西、黑龙江、甘肃、云南等十五个省市、隶属中国科学院、中国计量科学研究院、机械工业部、电子工业部、铁道部、兵器总公司及省市所属研究所、工厂、部队以及 18 所高等院校。其中有老一辈光学测试专家顾去吾教授和潘君骅研究员,以及光学测试专业委员会主任、副主任及 20 多位委员。会议于 10 月 6 日上午开幕,大会由专业委员会副主任苏大图教授主持,曲阜师范大学校长徐玉庆教授在开幕式上发表了热情的欢迎词,专委会主任陈进榜教授致开幕词,顾去吾教授与潘君骅研究员作了联名发言,接着听取了大会 4 篇特邀报告。

大会录用稿件 192 篇。会议分三个分会场,共作了十二个场次的报告。其内容包括光学基本量的计量与测试,光度,色度,光辐射量,激光参量,光探测器,光学面形,光学系统特性参数以及光、机、电、算一体化的光学计量测试仪器等。代表们就这些领域交流了近两年来取得的最新进展,反映了国内光学测试领域的总体实力与最高水平。

会议期间,召开了光学测试专业委员会全体会议,会上回顾了两年来专委会的主要工作,通报了本届学术交流会的筹备情况及财政收支概况,并对其它几项议题均取得了共识。委员会决定第六届全国光学测试学术交流会两年后在云南昆明举行,由兵器总公司 211 所会同 298 厂承办。

(徐德衍)