

高反射率测量中的腔参数优化

胡晓东 周九林*

(清华大学精密系, 北京 100084)

摘 要 利用 G 参数和失调灵敏度研究了衰减时间法测量高反射率中低损耗腔的参数优化问题, 导出了折叠腔稳定条件和失调灵敏度的一般公式, 并给出了数值计算实例.

关键词 折叠腔, 稳定条件, 失调灵敏度.

1 引 言

衰减时间法^[1,2]通过测定谐振腔的衰减时间来确定反射率, 从而为高反射率的测量另辟蹊径. 理论和实验均表明, 此方法具有极高灵敏度, 可达 ppm 量级, 其基本原理示于图 1. 其中由待测镜 M 和两个端镜 M₁, M₂ 构成一个低损耗谐振腔. θ 为入射角(正入射测量则采用直腔). 脉冲激光经过输入镜 M₂ 注入谐振腔, 由于腔的损耗, 腔中的光能量将不断衰减, 此衰减过程由输出镜 M₁ 后面的光电系统探测, 透射光强的变化规律为

$$I = I_0 \exp(-t/\tau) \quad (1)$$

式中 τ 为腔的衰减时间常数, 它与腔损耗 δ 的关系为

$$\tau = L/c\delta \quad (2)$$

式中 L 为腔的光学长度, c 为光速. 显然腔损耗愈低, 衰减时间愈长, 所以此方法特别适用于低损耗腔的测量.

τ 主要由腔中最大的损耗因素决定. 谐振腔中的损耗因素有几何偏折损耗 δ_g , 衍射损耗 δ_d , 腔中介质的吸收散射损耗 δ_a 和腔镜反射不完全引起的损耗 δ_r . 欲测量 δ_r 或腔镜反射率必须使腔内的其它损耗在数量级上较之更低. 在满足此条件的情况下, τ 是腔长 L 和腔镜平均反射率 R 的函数

$$\tau = 2L/c(1 - R^2) \quad (3)$$

谐振腔抽真空后 δ_a 可忽略, 而 δ_g 和 δ_d 与腔的几何参数有关, 因此必须优化腔参数, 尽量减小 δ_g

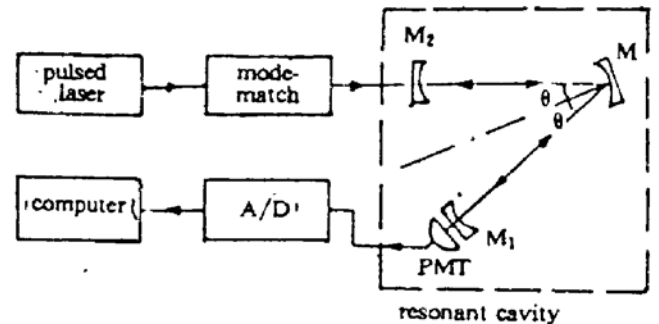


Fig. 1 Schematic of experimental setup used to measure the reflectivity R

收稿日期: 1992年10月5日, 收到修改稿日期: 1993年1月31日.

* 现在西南技术物理所, 成都 610041

和 δ_t , 这对保证反射率测量的精确度和可靠性是至关重要的.

2 腔参数的优化

用衰减时间法测量高反射率, 低损耗腔是测量系统的主体, 其参数的选择首先应使腔为稳定腔, 尽可能减小腔的几何损耗 δ_g . 其次由于衍射损耗 δ_t 与腔的失调灵敏度 D^2 成正比^[3], 因此除采用衍射损耗最低的 TEM₀₀ 光束为测试信号外, 还应尽量减小腔的失调灵敏度. 为此, 本文围绕此两点做以下讨论.

2.1 折叠腔的稳定条件

实验测量中主要采用三腔镜 M_1 、 M_2 和 M 组成的折叠腔, 以便于测量反射镜 M 在不同入射角 θ 时的反射率. 三个镜片的曲率半径分别为 R_1 、 R_2 和 R . 腔镜 M_2 与 M 之间及 M_1 与 M 之间的距离称为臂长, 分别为 l_2 和 l_1 , 如图 2(a) 所示. 折叠镜 M 对光线的变换可等效于焦距为 $f = R/2$ 的薄透镜, 光路拉直即为一个透镜腔. 此腔可看成是一个由像镜 M_2' 和 M_1 构成的两镜腔, 如图 2(b) 所示. 像镜 M_2' 的曲率半径 R_2' 及它与 M_1 间的臂长 l' 分别为

$$R_2' = \frac{f^2 R}{(l_2 - f)(l_2 - R - f)}, \quad l' = l_1 - \frac{fl_2}{l_2 - f} \quad (4)$$

所以折叠腔的稳定条件为

$$0 < G_1 G_2 < 1 \quad (5)$$

$$G_1 = 1 - (l' / R_1), \quad G_2 = 1 - (l' / R_2') \quad (6)$$

由于便于调节的腔几何参数只有臂长 l_1 和 l_2 , 而(5)式中看不出这两个参数对稳定区的影响, 也不能判断折叠腔是否同时在子午面和弧矢面稳定, 因此(5)式表示的稳定条件在实际应用中不方便. 这里, 本文给出一个新方法, 由 l_1 和 l_2 表示折叠腔的稳定条件.

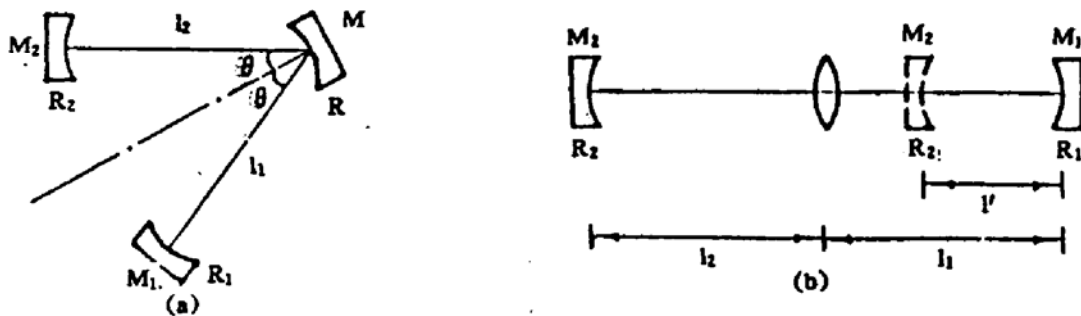


Fig. 2 (a) The folded resonator cavity; (b) Equivalent cavity

显然, (5)式与下列不等式组同解

$$(1 - l' / R_1)(1 - l' / R_2') > 0, \quad (1 - l' / R_1)(1 - l' / R_2') < 1 \quad (7)$$

定义调整量为 $\alpha = l_1 - f - R_1$, 求解不等式组(7)式可得四个与 l_2 有关的量 $\alpha_i(l_2)$, $i = 1, 2, 3, 4$, 即

$$\begin{cases} \alpha_1 = f^2 / (l_2 - R_2 - f), & \alpha_2 = [f^2 / (l_2 - R_2 - f)] - R_1 \\ \alpha_3 = f^2 / (l_2 - f), & \alpha_4 = [f^2 / (l_2 - f)] - R_1 \end{cases} \quad (8)$$

一旦给定臂长 l_2 , 则各 α_i 的值及彼此间的大小关系确定, α_i 实际就是稳定区与非稳定区的临界点, 即 α_i 将 α (也就是 l_1) 取值的范围分为五个区域, α 只能取其中某些区域内的值折叠腔才为稳定腔. 判断的方法是分别在各区域内任取一值, 令其等于 α , 计算 $G_1 G_2$, 若满足(5)式则为稳定区, 否则为非稳定区. 最后折叠腔的稳定条件可表为

$$\alpha_i' < \alpha < \alpha_i'' \quad (9)$$

$$\text{或} \quad l_2 = \text{给定值}, \quad \alpha_i' + f + R_1 < l_1 < \alpha_i'' + f + R_1 \quad (10)$$

由臂长 l_1 和 l_2 表示折叠腔的稳定条件, 对实验中合理选择腔的参数、调整光路等都极为方便. 由 l_1 和 l_2 的对称性, 也可以先固定臂长 l_1 , 再确定 l_2 的取值范围.

在上面的讨论中, 将折叠镜 M 等效于焦距为 $f = R/2$ 的薄透镜, 仅适用于系统光轴与 M 的轴线之间的夹角 θ 甚小的情况. 当 θ 角较大时, 对于系统光轴为傍轴的光线相对于折叠反射镜 M 不再是傍轴光线, 若 M 不是平面镜, 而是球面镜则系统光束在 M 上反射时会产生像散, M 在子午面和弧矢面内的焦距不再相等, 分别为

$$f_r = R \cos \theta/2, \quad f_s = R/2 \cos \theta \quad (11)$$

以 f_r 和 f_s 代替 f 可求得子午面和弧矢面内的稳定区, 其交叠部分才是含像散元件时折叠腔的稳定区, 它较之没有像散时小.

2.2 折叠腔的失调灵敏度

设 M_i 镜失调, 失调角为 ε_i , 以 M_i 为参考面, 则因 M_i 镜失调引起的 M_j 镜的线位移 Δ_{ij} 和角位移 α_{ij} 由下式确定

$$\begin{bmatrix} \Delta_{ij} \\ \alpha_{ij} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = T_i \begin{bmatrix} \Delta_{ij} \\ \alpha_{ij} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中 $i = 1, 2, j = 0, 1, 2, T_i$ 为以镜 M_i 为参考面, 光束经一闭合路径的增广失调矩阵. 以 M_1 镜为参考面有

$$T_1 = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 & \phi_1 & \chi_1 \\ C_1 & D_1 & \psi_1 & \omega_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

定义有效腔长 $L^* = l_1 + l_2 - l_1 l_2 / f$, 矩阵 T_1 的各元素满足如下关系

$$\begin{aligned} A_1 &= 1 - 2L^* [(2/R) + (1/R_2) - (l_2/RR_2)], & B_1 &= 2L^* [1 - (2l_1/R) - (L^*/R_2)] \\ D_1 &= 1 - 4L^* [(1/R) + (1/R_1) - (2l_1/RR_1)] - (2/R_2)L^* [1 - (2l_2/R) - (2L^*/R_1)] \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{cases} \chi_1 = 4L^* [(l_2/R_2) - 1] \varepsilon_0 - 2L\varepsilon_2, & \psi_1 = \phi_1 = 0 \\ \omega_1 = 4 \left(-1 + \frac{2l_2}{R} - \frac{2}{R_1}L + \frac{2}{R_2} - \frac{2l_2^2}{RR_2} - \frac{2l_2}{R_1R_2}L^* \right) \varepsilon_0 - 2\varepsilon_1 - 2 \left(1 - \frac{2}{R}l_2 - \frac{2}{R_1}L^* \right) \varepsilon_2 \end{cases} \quad (15)$$

利用对称性, 将以上各式中的变量下标 1 和 2 互换, 如 l_1 换为 l_2 , ε_2 换为 ε_1 等等, 即得以 M_2 为参考平面往返一周的增广失调矩阵 T_2 的各元素 $A_2, B_2, \dots, \omega_2$ 等.

根据文献[4]对失调灵敏度的定义, 折叠腔失调灵敏度为

* C_1 : 对计算失调灵敏度无贡献, 故略去.

$$D = \left[\sum_{i=1}^2 \sum_{j=0}^2 \left(\frac{\Delta_{ij}}{\omega_i \varepsilon_j} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (16)$$

式中 ω_i 为 M_i 镜上基模高斯光束光斑半径. 为便于分别讨论各镜失调对 D 的贡献, 将(16)式改写为^[5]

$$D^2 = \frac{K}{4} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=0}^2 \chi_{ij} \quad (17)$$

$$\begin{cases} K = \frac{\pi}{\lambda} \left(1 + \frac{A+D}{2} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{A+D}{2} \right)^2} \left(1 - \frac{A+D}{2} \right)^{3/2} \\ \chi_{ij} = \frac{[B_i \omega_i |_{\varepsilon_j \neq 0} (\text{仅当 } i=j \text{ 时}) + (1-D) X_i |_{\varepsilon_j \neq 0} (\text{仅当 } i=j \text{ 时})]^2}{|B_i| \varepsilon_j^2} \end{cases} \quad (18)$$

将(14)式和(15)式的结果代入(18)式得

$$\begin{cases} \chi_{10} = 64L^2(1 - l_2/R_2)/|B_1|, & \chi_{11} = 4|B_1|, & \chi_{12} = 16L^2/|B_1| \\ \chi_{20} = 64L^2(1 - l_1/R_1)^2/|B_2|, & \chi_{21} = 16L^2/|B_2|, & \chi_{22} = 4|B_2| \end{cases} \quad (19)$$

χ_{ij} 的意义是以 M_i 镜为参考面 M_j 镜失调对失调灵敏度 D 的贡献. D 是反映谐振腔系统失调特性的参量, 其值越小, 则折叠腔镜失调而引入的附加损耗也越小, 谐振腔对失调就越不灵敏. 因此, 利用以上有关公式可以优化腔参数, 降低失调灵敏度, 提高测量系统的稳定性, 同时由于 D 值小, 腔失调引入的损耗也小, 有利于提高测量精度.

3 腔参数优化的数值计算实例

3.1 折叠腔稳定区

以折叠腔 $R_1 = R_2 = 3 \text{ m}$, $R = 5 \text{ m}$, $\theta = 30^\circ$ 为例, 由稳定条件(5)式, 以臂长 l_2 为参数, $G = G_1 G_2$ 随 l_1 的变化曲线示于图 3(a), 弧矢面内的稳定区和子午面内的稳定区分别示于图 3(b)和图 3(c). 由图可见:

- 1) 取 l_2 为参数, l_1 不一定连续取值, 稳定区分为多个区域;
- 2) 弧矢面内的 G 参数随 l_1 的变化曲线簇相对于不计像散时的图 3(a)右移, 而子午面内的 $G \sim l_1$ 曲线簇则左移, 总的效果是使折叠腔稳定区缩小. 以 $l_2 = 1 \text{ m}$ 例, 各稳定区的范围见表 1.

Table 1 Influence of astigmatic mirror on stable regions, $l_2 = 1 \text{ m}$ Unit: m

	Stable regions (l_1)	
	I	II
Sagittal plane	0~1.18	1.47~4.18
Meridional plane	0~1.03	1.14~4.03
3-mirror cavity	0~1.03	1.47~4.03

用解析式表示的稳定区 I 和 II 分别为稳定区 I: $\alpha_1 < \alpha < \alpha_2$; 稳定区 II: $\alpha_3 < \alpha < \alpha_4$

3.2 折叠腔的失调灵敏度

仍以 $R_1 = R_2 = 3 \text{ m}$, $R = 5 \text{ m}$, $l_2 = 1 \text{ m}$ 为例.

D_3 表示折叠腔三个腔镜 M , M_1 和 M_2 均失调的腔失调灵敏度, D_2 表示两个端镜 M_1 和 M_2 失调时的腔失调灵敏度. 给定臂长 $l_2 = 1 \text{ m}$ 时, 稳定区 I 和 II 的失调灵敏度 D 随 l_1 的变化曲线分别示于图 4(a)和图 4(b). 在 I 区失调灵敏度随 l_1 单调增加, 在 II 区的两边缘 D 的变化率很

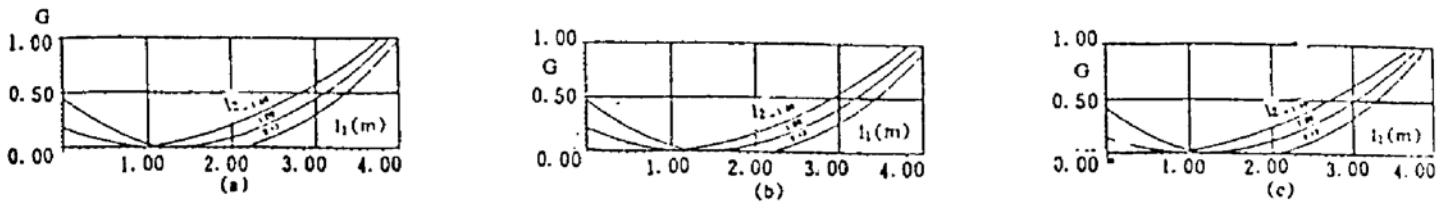


Fig. 3 The variation of stable regions with focal length of mirror M

(a) $f = R/2$; (b) $f = f_s$, sagittal plane; (c) $f = f_i$, meridional plane

大,在中部则较为平缓. D_2 和 D_3 随腔参数的变化规律基本一致,但在稳定区 I 极小值点不重合.

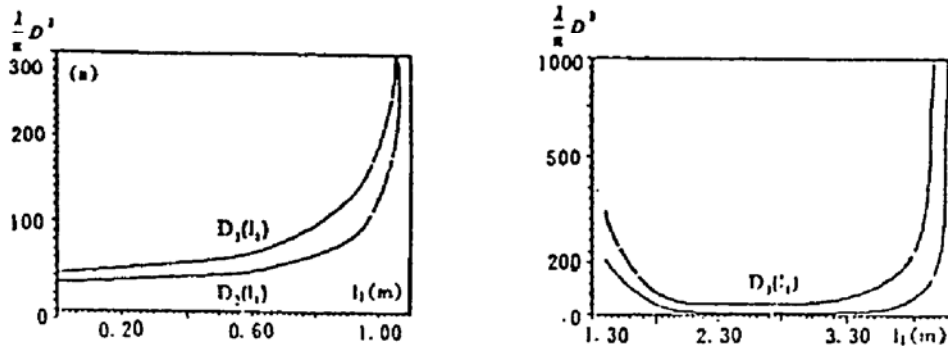


Fig. 4 Misalignment sensitivity vs l_1 for folded resonator cavity

(a) stable region I; (b) stable region II

若折叠腔保持在稳定区中心,即对 I 区,满足 $\alpha = (\alpha_2 + \alpha_4)/2$,对 II 区满足 $\alpha = (\alpha_1 + \alpha_3)/2$,失调灵敏度的绝对值均较小,其随 l_2 的变化曲线示于图 5(a)和图 5(b)

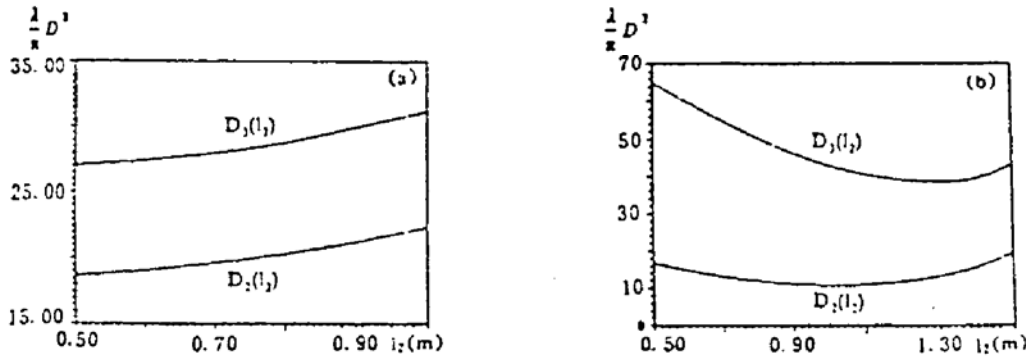


Fig. 5 Misalignment sensitivity vs l_2 for folded resonator cavity

(a) stable region I; (b) stable region II

对折叠腔在弧矢面和子午面内的失调灵敏度随腔参数的变化与上述结果一致,故不另讨论.

3.3 各腔镜对腔失调灵敏度 D 的影响

将(17)式改写为

$$D^2 = \frac{K}{4} \left(\sum_{i=1}^2 x_{i0} + \sum_{i=1}^2 x_{i1} + \sum_{i=1}^2 x_{i2} \right) = D_M^2 + D_{M_1}^2 + D_{M_2}^2 \quad (21)$$

显然 D_M^2 表示折叠镜 M 失调而其它两镜不失调时的腔失调灵敏度 D 的平方,余类推. 所以, $D_i^2 (i = M, M_1, M_2)$ 反映出各腔镜单独失调时,对腔失调灵敏度的影响程度.

例 $l_1 = 0.8 \text{ m}$, 其它参数同上例. 对 $D_i^2 (i = M, M_1, M_2)$ 的计算结果示于表 2.

Table 2 Comparison of misalignment sensitivity for each mirror of folded resonator cavity

	M		M ₁		M ₂		$(\lambda/\pi)D^2$
	$(\lambda/\pi)D_M^2$	D_M^2/D^2	$(\lambda/\pi)D_{M_1}^2$	$D_{M_1}^2/D^2$	$(\lambda/\pi)D_{M_2}^2$	$D_{M_2}^2/D^2$	
$f = R/2$	64	67%	20	21%	12	12%	96
$f = f_s$	50	65%	16	21%	11	14%	77
$f = f_t$	96	67%	34	24%	13	9%	143

由表 2 可知, $D_M^2/D^2 > D_{M_1}^2/D^2 > D_{M_2}^2/D^2$, 说明折叠镜 M 对腔失调灵敏度 D 的影响最大, M₁ 镜次之, M₂ 镜相对最小. 所以在实验中就要求对 M 镜有更高的调节精度. 值得注意的是, D^2 和 D^2/D^2 都是随腔参数变化而变化的, 换句话说, 各镜对腔失调灵敏度的影响程度是随之变化的, 没有固定的关系. 因此, 可以通过改变腔参数来降低某个腔镜对 D 的影响程度, 从而提高整个系统的稳定性.

以上结果对利用衰减时间法测量高反射率的实验研究具有特别的指导意义.

另外, 由 (2) 式知, 腔长 $L = l_1 + l_2$ 越长, 越利于对衰减时间 τ 的测量, 所以在考虑以上因素的同时应尽可能增加腔长 L. 当然受实验条件的限制 L 不可能取得太长.

通过以上讨论, 可知:

- 1) 利用文中给出的折叠腔的 G 参数和失调灵敏度 D 的计算公式, 可对指数衰减法测量高反射率中的低损腔参数进行优化, 以提高整个测量系统的稳定性, 减小系统误差;
- 2) 文中给出的计算 G 和 D 的公式具有一般性, 适用于任何折叠腔;
- 3) 臂长 l_1 和 l_2 的确定, 除考虑 G 和 D 外还受实验条件的限制, 为提高实验精度, l_1 和 l_2 取长些更好.

参 考 文 献

- [1] D. Z. Anderson, J. C. Frisch, C. S. Masser, Mirror reflectometer based on optical cavity decay time. *Appl. Opt.*, 1984, 23(8): 1238
- [2] 胡晓东, 超低光学损耗测量的研究. 电子科技大学博士论文, 未发表
- [3] H. Weber 著, 丘军林, 孙荫才 编译, 激光谐振腔, 第一版, 武汉, 华中工学院出版社, 1983, 162
- [4] R. Hauck, H. P. Kortz, H. Weber, Misalignment sensitivity of optical resonators. *Appl. Opt.*, 1980, 19(4): 598
- [5] 卢亚雄, 折叠腔失调灵敏度随腔参数的变化. 激光技术, 1991, 15(3): 154
- [6] 卢亚雄, 吕百达, 矩阵光学. 第一版, 大连, 大连理工大学出版社, 1989, 243

Optimization of Cavity Parameters in the Reflectivity Measurement

Hu Xiaodong Zhou Jiulin

(Department of Precision Institutes, Tsinghua University, Beijing 100084)

(Received 5 October 1992; revised 31 January 1993)

Abstract By using stable conditions and misalignment sensitivity D of optical resonators, optimization of low-loss cavity parameters in the exponential decay reflectivity measurement method is investigated. The expressions of stable conditions and D are derived, which characterizes the misalignment sensitivity of any folded resonator cavity. For some resonator configurations numerical results are presented.

Key words folded resonator cavity, stable condition, misalignment sensitivity.